

استادبانک رفیع

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

وضعیت فعلی شما در درس ریاضی اصلاح مهم نیست، یک معلم خصوصی حرفه‌ای و با تجربه میتواند به شما کمک کند تا بتوانید ریاضی را برایتی یادبگیرید.

روزانه صدها دانش اموز با ثبت درخواست معلم خصوصی استادبانک میخواهند با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشند تا بتوانند ریاضی را بطور کامل یادبگیرند و در امتحانات برایتی ۲۰ بگیرند.

شما نیاز دارید تا یک معلم خصوصی حرفه‌ای و با تجربه، سبک یادگیری شما را بشناسد و براساس پتانسیل‌های ذهنی شما، ریاضی را به شما تدریس کند.

استادبانک

بزرگترین و معتمد ترین و محبوب ترین سایت معلم خصوصی در ایران است که به تمام فارسی زبانان در سرتاسر دنیا خدمات تدریس خصوصی ارائه میدهد.

معلمان متخصص تدریس خصوصی بعد از ارسال درخواست ثبت نام در استادبانک، توسط تیم ارزیابی و داوری استادبانک از نظر کیفیت تدریس و سابقه تدریس بررسی و ارزیابی میشوند و تنها در صورت داشتن معیارهای لازم، به عضویت استادبانک در می‌ایند.

استادبانک سالانه ۱۳۰۰۰ معلمان متخصص تدریس خصوصی را رد میکند و تنها ۲۱۰ استاد هستند که میتوانند معیارهای لازم برای فعالیت در استادبانک را کسب کنند.

رونده نظارت بر کیفیت تدریس اساتید بسیار سختگیرانه حتی بعد از عضویت در سامانه معلم خصوصی استادبانک نیز ادامه دارد تا تنها بهترین معلم‌های ریاضی که شاگردان از کیفیت تدریس انها رضایت کامل را دارند، با ما فعالیت کنند.

شما میتوانید برای دیدن **روزمه** بهترین اساتید ریاضی استادبانک، همین الان در گوگل عبارت **معلم خصوصی ریاضی استادبانک** را جستجو کنید و وارد سایت استادبانک و در ادامه روزمه تک تک اساتید را بهمراه قیمت هر جلسه کلاس خصوصی ریاضی را ببینید.



استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

درس اول: حجم و مساحت کره

در سال‌های قبل با انواع حجم‌های هندسی آشنا شدید. این حجم‌ها به سه دسته تقسیم می‌شوند: منشوری، کروی و هرمی.



کره زمین و توپ بسکتبال نمونه‌هایی از حجم‌های کروی است. چند نمونه دیگر از حجم‌های کروی را نام ببرید.

فعالیت

۱- به تعریف دایره به عنوان یک شکل هندسی مسطح توجه کنید:

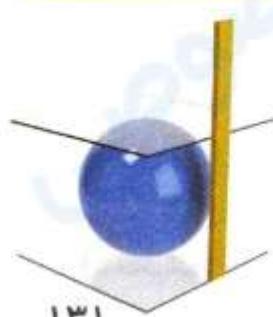
دایره، مجموعه نقاطی از صفحه است که همه آن نقطه‌ها از یک نقطه در همان صفحه به نام مرکز به یک فاصله ثابت و مشخص هستند. به این اندازه ثابت، شعاع دایره می‌گوییم.

با توجه به این تعریف در قسمت زیر، کره را به عنوان یک شکل هندسی فضایی تعریف کنید.



کره مجموعه نقاطی از فضا است که فاصله‌ان عاط از مرکز کره ب میان انداره هستند. به این اندازه سطح کره می‌گوییم.

۲- کارهای زیر را انجام دهید تا در انتهای فعالیت، راه محاسبه حجم کره را پیدا کیم.



• یک توپ پلاستیکی به شکل کره تهیه کنید.

• مانند شکل مقابل با قرار دادن دو سطح صاف موازی، قطر کره را اندازه بگیرید.

۱۳۱

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی



- مانند شکل مقابل به کمک طلق، یک استوانه درست کنید، به طوری که توب کروی به طور کامل درون آن قرار گیرد و از اطراف، بالا و پایین بر آن مimas شود.

در این حالت می‌گوییم کره در استوانه محاط شده و استوانه نیز بر کره محیط شده است. اگر شعاع کره R باشد، ارتفاع استوانه و شعاع قاعده آن را بر حسب R نشان دهید.

ارتفاع استوانه

R : شعاع قاعده استوانه

$$\text{مساحت مایل} = \pi R^2 \times \text{ارتفاع} = \pi R^2 \times 2R = 2\pi R^3$$

- توب را از استوانه خارج کنید و با دقت آن را ببرید تا به دونیم کره مساوی تبدیل شود. مانند شکل مقابل، یکی از نیم کره‌ها داخل استوانه بگذارید و نیم کره دیگر را از آب بر و در استوانه خالی کنید. اگر این کار را با دقت انجام دهید و استوانه را خوب آب بندی کرده باشید که آئی از آن خارج نشود، با دونیم کره، فضای باقیمانده پر از آب می‌شود.

الف) حجم استوانه، چند برابر حجم نیم کره است؟

ب) حجم استوانه چند برابر حجم کره است؟

ج) بنابراین حجم کره $\frac{2}{3}$ برابر حجم استوانه است.

د) با توجه به دستور محاسبه حجم استوانه، که در بالا ذکر شد، دستور محاسبه حجم کره به شعاع R را به دست آورید.

حجم کره‌ای به شعاع R از دستور $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ به دست می‌آید.



کار در کلاس

۱- کره‌ای در استوانه‌ای به قطر قاعده و ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر محاط شده است.

الف) حجم کره را به دست آورید.

ب) حجم استوانه را به دست آورید.

ج) حجم فضای بین کره و استوانه را به دست آورید.

۲- حجم نیم کره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر را به دست آورید.

$$250\pi - \frac{500}{3}\pi = (250 - \frac{500}{3})\pi = \frac{250}{3}\pi$$

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

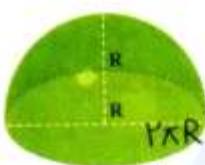
فعالیت



مانند شکل مقابل، نیم کره‌ای را که از نصف کردن توپ پلاستیکی به دست آوردید، روی یک صفحه کاغذ فرار دهید و دو بار روی کاغذ، دایره رسم کنید طوری که نیم کره بتواند روی این دایره‌ها قرار گیرد و آن را بپوشاند.

این دو دایره کاغذی را هر طور که دوست دارید، برش بزنید و کاغذهای بربده شده را روی سطح نیم کره بجسبانید. مراقب باشید تا حدمکان، کاغذها روی هم قرار نگیرند و سطح نیم کره نیز دیده نشود.

آیا توانستید تمام سطح (رویه) نیم کره را با این دو دایره بپوشانید؟ درباره مشکلات این کار و تقریبی بودن آن و راه‌های افزایش دقیقت این کار با یکدیگر گفت و گو کنید.



ثابت می‌شود که مساحت رویه یک نیم کره به شعاع R ، دوبرابر مساحت دایره‌ای است که نیم کره روی آن ایستاده است (قاعده نیم کره).

(الف) پس مساحت رویه نیم کره برابر است با: $\text{مساحت} \frac{1}{2} \text{دایره} \text{ یعنی } \frac{1}{2}\pi R^2$
 (ب) در نتیجه مساحت کره به شعاع R برابر است با: $\text{مساحت} \frac{4}{3} \text{دایره} \text{ یعنی } \frac{4}{3}\pi R^2$

$$\text{مساحت یک کره به شعاع } R \text{ برابر است با: } S = 4\pi R^2$$

کار در کلاس



۱- مساحت یک کله (عرق چین) به شکل رویه نیم کره به شعاع ۱ سانتی‌متر را پیدا کنید.

$$S = 2\pi R^2 = 2\pi \times 100 = 200\pi$$

۲- می‌خواهیم یک نیم کره جویی توبه به شعاع ۱۰ سانتی‌متر را رنگ کنیم. مساحت کل قسمت رنگ شده را پیدا کنید.

مساحت کله (راحت) + مساحت کمتره = مساحت کل کله

بين محاسبه مساحت کل نیم کره جویی توبه و مساحت رویه یک عرق چین چه تفاوتی هست؟

$$\text{مساحت کله} = 300\pi = 3\pi R^2 = 3\pi \times 100 = 300\pi \Rightarrow 2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2 = 300\pi$$

- در حالت لوله ۳ برابر مساحت دایره ولس در حالت دم ۱ برابر مساحت دایره محاسن می‌شود.

استادبانگ فن

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

تمرین

- ۱- فطر نزدیکی کره زمین حدود 128×10^6 کیلومتر است.
- (الف) قطر و شعاع کره زمین را بر حسب کیلومتر با نماد علمی بنویسید.
- (ب) مساحت نزدیکی رویه (سطح) کره زمین را بر حسب کیلومتر مربع با نماد علمی بنویسید.
- (ج) مساحت کشور جمهوری اسلامی ایران حدود $1,648 \times 10^6$ کیلومتر مربع است. مساحت ایران چه کسری از مساحت کره زمین است؟ این نسبت را با درصد نشان دهد.

$$\text{کیلومتر} = 128 \times 10^6 \quad \text{(الف)}$$

$$\text{کیلومتر} = 4,4 \times 10^7 \quad \text{(ب)}$$

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi (4,4 \times 10^7)^2 = 1,9384 \times 10^{18} \text{ km}^2 \quad (\text{ج})$$

$$\frac{1,648 \times 10^6}{1,9384 \times 10^{18}} = 1,004 \times 10^{-12} = 1/100,4 \approx 1/100 \quad (\text{ج})$$

- ۲- یک استوانک (کیسول) گاز از قرار گرفتن یک نیمکره روی یک استوانه به صورت مقابل درست شده است. اگر قطر دائرة فاعده استوانک 60 سانتی متر و ارتفاع آن یک متر باشد، حجم استوانک را بر حسب متر مکعب بدست آورید.
- اگر بخواهیم سطح کل این استوانک را رنگ کنیم، چند کیلوگرم رنگ لازم است. به شرط اینکه رنگ آمیزی هر متر مربع به 100 گرم رنگ نیاز داشته باشد؟



$$\text{قطر دائرة} = 90 \text{ cm} = 0,9 \text{ m}$$

$$\text{متر} = \frac{\text{شعاع دائرة}}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} - 0,45 \text{ m} = 0,55 \text{ m} = \text{ارتفاع استوانک}$$

$$\text{حجم استوانک} = \pi R^2 h = \pi (0,45)^2 \times 0,55 = \frac{1}{4} \pi R^2 h = \frac{1}{4} \pi R^2 \times 0,55$$

$$\Rightarrow \frac{3}{14} \pi \times (0,45)^2 \times 0,55 = \frac{3}{14} \times 3,14 \times (0,45)^2 \times 0,55$$

$$\Rightarrow 0,19782 + 0,05452 = 0,25234 \text{ متر مکعب}$$

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانگ

استادبانک رفیع

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

$$S_{\text{مذکور}} = S_{\text{همان استوانه}} + S_{\text{عடای مذکور}} \quad / -$$

$$S = 2\pi R^2 + [\text{عடای مذکور} \times \text{ارتفاع}] + \pi R^2 = 3\pi R^2 + 2R \cdot \pi \cdot h$$

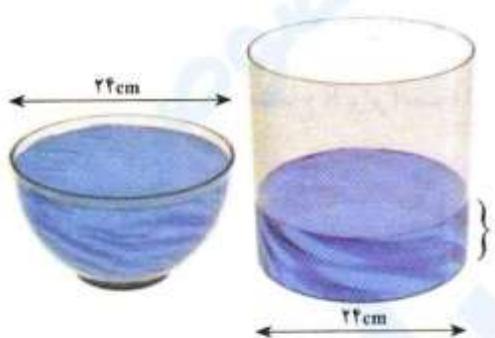
$$\Rightarrow 3 \times 3,14 \times (0,3)^2 + 2 \times 0,3 \times 3,14 \times 0,7 \sqrt{}$$

$$S = 0,8478 + 1,3188 = 2,1944 \quad / -$$

$$2,1944 \times 100 = 219,44 \quad \text{متر مربع} \quad / -$$

$$219,44 : 1000 = 0,21944 \quad \text{متر مربع} \quad / -$$

۳- بیانه‌ای به شکل نیمکره و به
قطر دهانه ۲۴ سانتی‌متر را از آب پر و آب آن
را در لیوانی استوانه‌ای شکل با همان قطر
حالی می‌کنیم؛ آب در لیوان تا چه ارتفاعی
بالا می‌آید؟



$$h = \frac{\text{حجم استوانه}}{\text{مساحت قاعده استوانه}} \quad / -$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{3} \pi R^3}{\pi R^2} = \frac{1}{3} R = \frac{1}{3} \times 12 = 4 \text{ cm} \quad \text{ارتفاع سر}$$

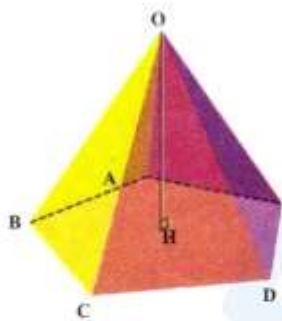
استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

درس دوم: حجم هرم و مخروط



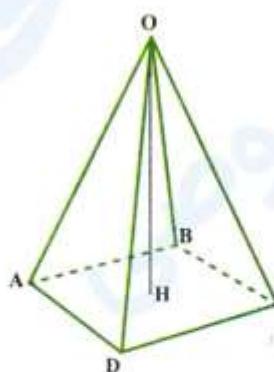
یکی دیگر از حجم‌های هندسی، حجم هرمی است. به طور حتم نام اهرام مصر را شنیده‌اید. نمونه دیگری از شکل‌های هرمی را نام ببرید. کوه‌ها.....
پالک سدل‌لوش شیر پاسورز
هادرهای مسافری



هرم، یک شکل فضایی است که دارای یک وجه زیرین به نام قاعده است. قاعده هرم، یک چندضلعی است. مانند شکل مقابل روی تمام محیط این چندضلعی، سطح‌هایی قرار دارد که در یک نقطه به نام رأس، یکدیگر را قطع می‌کنند. به این سطح‌ها وجه جانبی می‌گویند. در هرم مقابل، نام رأس:
عدد وجه‌ها: ۵ هرم

شکل وجه‌ها: مُثَلِّث. شکل قاعده: پُلْجُون (پلچر) نام قاعده:
به فاصله رأس هرم تا قاعده، یعنی طول عمودی که از رأس بر قاعده رسم می‌شود، ارتفاع هرم می‌گویند. در شکل، OH بر قاعده ABCDE عمود است و ارتفاع هرم است. معمولاً برای نام‌گذاری هرم از رأس شروع می‌کنیم: به عنوان مثال هرم بالا به صورت OABCDE خوانده می‌شود.

فعالیت



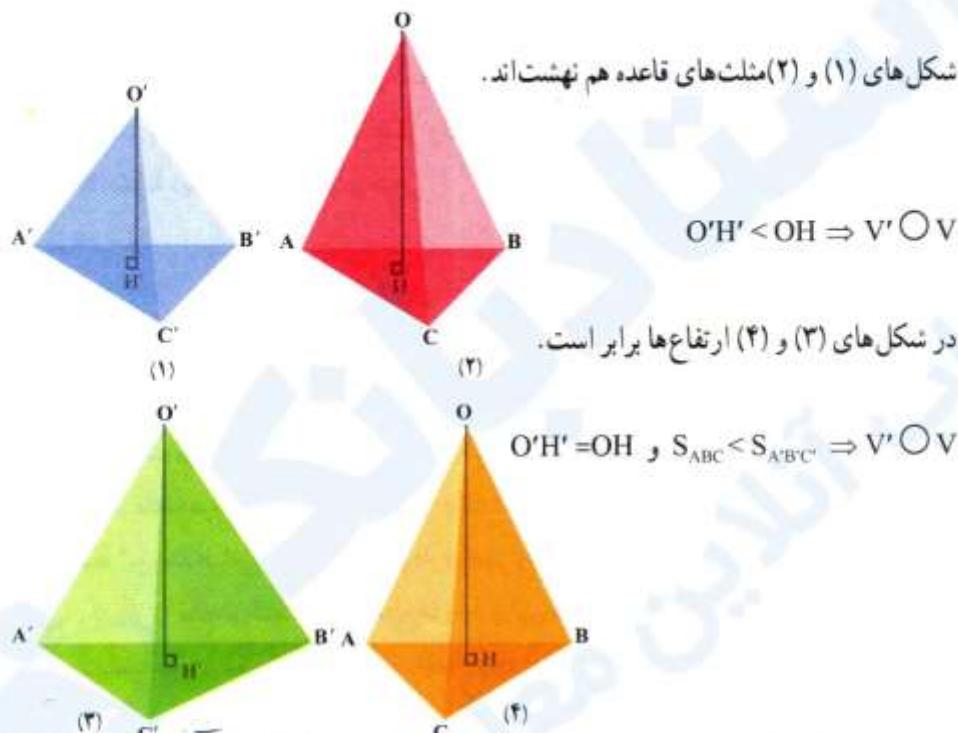
۱- اگر چندضلعی قاعده، یک چندضلعی منتظم باشد و وجه‌های جانبی با هم، همنهشت باشند، هرم را منتظم می‌گوییم.
در این صورت اگر قاعده، مرکز تقارن داشته باشد، بای ارتفاع (نقطه برخورد ارتفاع و قاعده) روی مرکز تقارن می‌افتد.

در هرم منتظم مقابل، نام رأس:
ارتفاع:
شکل قاعده: پُلْجُون (پلچر) شکل وجه‌های جانبی: مُثَلِّث
عدد وجه‌ها: ۴

۲- (الف) با توجه به شکل‌ها و اطلاعات داده شده به نظر شما حجم کدام هرم بیشتر است؟ در

استادبانک فن

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

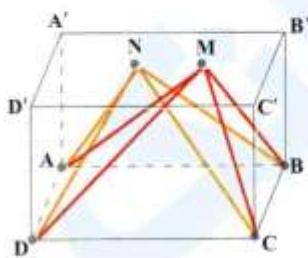


ب) به نظر شما حجم هرم به چه مقادیری وابسته است؟ به مساحت قاعده و ارتفاع هرم واسطه است

ج) برای محاسبه مساحت مثلث از چه مقادیری استفاده می کردید؟ برای محاسبه حجم هرم چه حدسی کمی زنید؟ برای مساحت مثلث از قاعده و ارتفاع مثلث اسطله من کردم. برای حجم هرم از مساحت قاعده و ارتفاع اسوانه کمی تفکر کردم. دو هرم دارای قاعده های با مساحت مساوی و ارتفاع های مساوی باشند، درباره حجم های آنها چه می توانید بگویید؟ حجم های آنها هم برابر است.

اگر دو هرم دارای قاعده های هم مساحت و ارتفاع های مساوی باشند، حجم های آنها با هم برابر است.

کار در کلاس



در شکل مقابل، ABCD یک وجه یک مکعب مستطیل و M و N دو نقطه دلخواه روی وجه مقابل (A'B'C'D') است. چرا مکعب مستطیل دارای حجم متساوی باشد.

هرم های MABCD و NABCD دارای حجم های بیکسان است. به این ترتیب چند هرم می توان ساخت که با هرم های بالا حجم بیکسان داشته باشند؟ من تعداد هر سه می توانم ساخت.

می تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

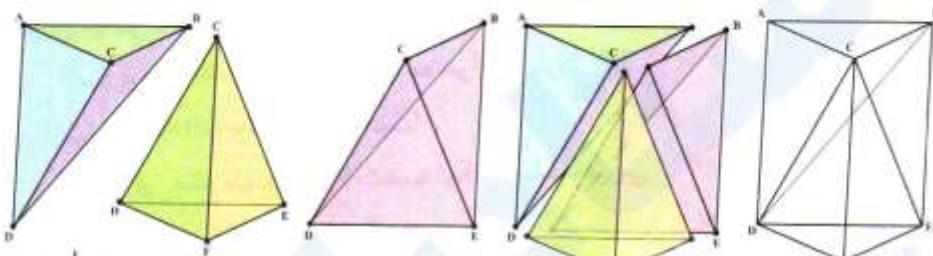
استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

فعالیت

محاسبه حجم هرم

در شکل زیر، منشوری با دو قاعده $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ را می‌بینید. نقطه C را به نقطه‌های E و D و نقطه B را به نقطه D وصل می‌کنیم؛ به این ترتیب منشور را به سه هرم، مطابق شکل تجزیه می‌کنیم. آیا این سه هرم را در این منشور تشخیص می‌دهید؟ با پاسخ دادن به سوالات زیر، تشنان دهید که این سه هرم، حجم‌های برابر دارد و از آنجا نتیجه بگیرید که حجم هر یک از آنها، یک سوم حجم منشور است.

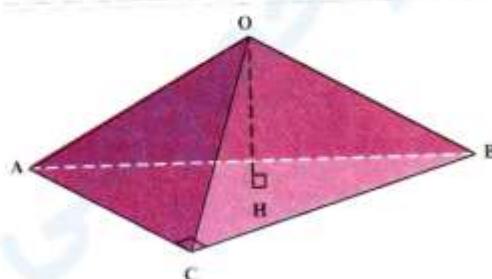


- ۱- جهار ضلعی ABED و هم مساحت تقسیم می‌شود
- ۲- جرا هرم‌های CBED و CDEF دارای حجم‌های برابرند؛ زیرا امکان داریان این هالعم برایشان باشند
- ۳- جرا مثلث‌های DEF و ABC هم مساحت اند؛ بنابراین $(\frac{1}{2}BC \cdot DE) = (\frac{1}{2}BC \cdot AC)$
- ۴- جرا هرم‌های DABC و CDEF دارای حجم‌های برابرند؛ زیرا مادره‌های آن هم مساحت بوده و ارتفاع آنها برابر باشند
- ۵- با توجه به پاسخ سوال‌های ۲ و ۴ چه نتیجه‌ای می‌گیریم؟ حجم هرم موجود در شکل باید سه برابر باشد

حجم هرم با مساحت قاعده S و ارتفاع h برابر است با:

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

کار در کلاس



در هرم $OABC$ ، $OA = 6\text{cm}$ و $\angle ACB = 90^\circ$ و $OH = 1\text{cm}$
ارتفاع هرم مساوی ۵cm است. با کامل کردن عبارت‌های زیر حجم هرم را بدست آورید.

۱۳۷

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

$$S_{ABC} = \frac{AC \times CB}{2} = \frac{9 \times 10}{2} = 45 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 45 \times 5 = 75 \text{ cm}^3$$

$$OM^2 = OB^2 - BM^2 \Rightarrow OM^2 = 100 - 39 \rightarrow OM^2 = 61$$

$$OM = 8$$

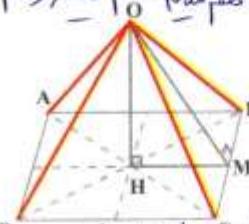
(ج)

فعالیت

۱- در شکل زیر، هرم منتظم با قاعده مرع، رسم شده که وجههای جانبی آن همگی مثلث های

متساوی الساقین و طول ساق های آنها 10 cm و M وسط BC است.

الف) باره خط OM در مثلث OBC چه خواصی دارد؟ هم ارتفاع - هم میان - هم سمتا و هم عمود



ب) مثلث OBM چه نوع مثلثی است؟ مانند (ارزی)

ج) اگر طول ضلع قاعده، 12 cm باشد، به کمک قضیه فیثاغورس

در مثلث OBM طول OM را حساب کنید.

د) مثلث OMH چه نوع مثلثی است؟ طول MH چقدر است؟ مانند (ارزی)

ه) به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث OMH ، طول OH را

$$OH^2 = OM^2 - MH^2 = 8^2 - 9^2 = 64 - 81 = 28 \quad OH = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

و) حجم هرم $OABCD$ را بدست آورید.

۲- هرم منتظمی را در نظر بگیرید که قاعده آن یک

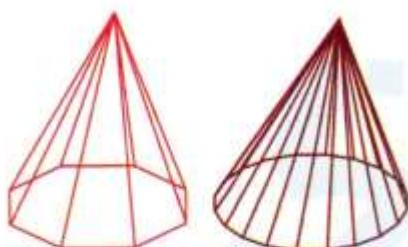
چندضلعی منتظم باشد. مانند مرع، پنج ضلعی منتظم،

شش ضلعی منتظم و حال تعداد ضلع های این

چندضلعی را بیشتر و بیشتر کنید؛ چندضلعی فوق به چه

شکلی تزدیک می شود؟ هرم به چه شکلی تزدیک می شود؟

حاجره



مخروط، شکلی شبیه هرم منتظم است که قاعده آن به شکل دائرة و

با ارتفاع مخروط مرکز این دائرة است.



$$\text{حجم} = \frac{1}{3} S \times h = \frac{1}{3} \times 12^2 \times 2\sqrt{7} = \frac{1}{3} \times 144 \times 2\sqrt{7}$$

۱۳۸

$$= 96\sqrt{7}$$

می تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

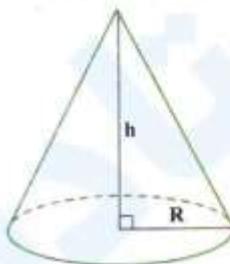
معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

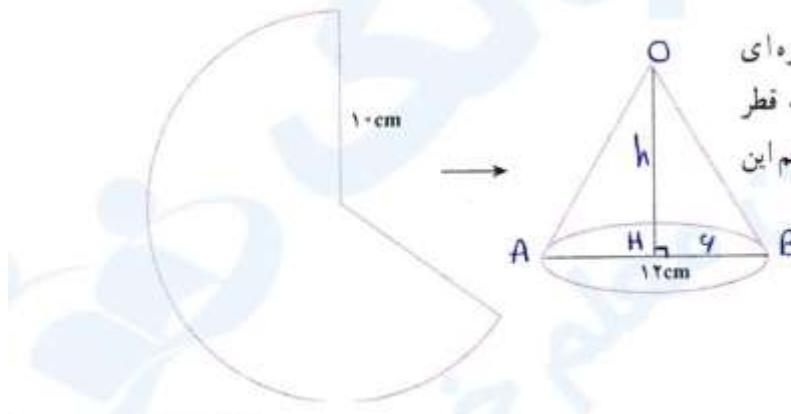
از اینجا نتیجه می شود که حجم مخروط، مانند حجم هرم از رابطه زیر بدست می آید :

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$



کار در کلاس

علی با قسمتی از دایره ای
به شعاع ۱۰ cm، مخروطی به قطر
قاعده ۱۲ cm ساخته است. حجم این
مخروط را بدست آورید.



استادبانک آنلاین آموزش مخصوص ادبیات

$$OH^2 = OB^2 - HB^2$$

$$OH^2 = 10^2 - 4^2 \Rightarrow 100 - 16 \Rightarrow OH^2 = 84 \Rightarrow OH = \sqrt{84}$$

$$\text{حجم} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 4^2 \times 8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \times 3,14 \times 39 \times 8 = 3,14 \times 12 \times 8$$

$$\Rightarrow 3,14 \times 12 \times 8 \text{ cm}^3 \quad \text{حجم مخروط}$$

می توانی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانگ ریاضی

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

تمرین

- ۱- حجم هرمی را به دست آورید که قاعده آن مستطیلی به ابعاد ۶ و ۵ سانتی متر و ارتفاع آن ۱ سانتی متر باشد.

$$V = \frac{1}{3} S \times h = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \times 4 \times 5 \times 1 = 100 \text{ cm}^3$$

- ۲- حجم هرمی با قاعده مربع را به دست آورید که ضلع قاعده آن ۴cm باشد و وجههای جانبی آن مثلث‌های متساوی الساقینی به ساق‌های ۸cm باشد.

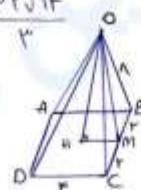
$$OM^2 = OB^2 - MB^2 \Rightarrow OM^2 = 8^2 - 4^2 = 48 - 16 = 32$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{32}$$

$$OH^2 = OM^2 - MH^2 \Rightarrow OH^2 = 48 - 16 = 32$$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} = h = \text{ارتفاع}$$

$$\text{پس } V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \times 16 \times 4\sqrt{2} = \frac{64\sqrt{2}}{3}$$



- ۳- ظرفی به شکل مخروط با شعاع دهانه ۴cm و به ارتفاع ۱۲cm را از آب بر می‌کنیم و در لیوانی استوانه‌ای شکل، که شعاع قاعده آن ۶cm است، خالی می‌کنیم؛ آب تا جه ارتفاعی در لیوان بالا می‌آید؟



۱۳۹

$$h = \frac{\text{حجم آب} - \text{حجم}}{\text{مساحت قاعده استوانه}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{3} \pi R^2 h}{\pi R^2} = \frac{\frac{1}{3} \times 4^2 \times 12}{9^2} = \frac{4 \times 4}{9^2} = \frac{16}{81} = 1.78 \text{ cm}$$

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانگ

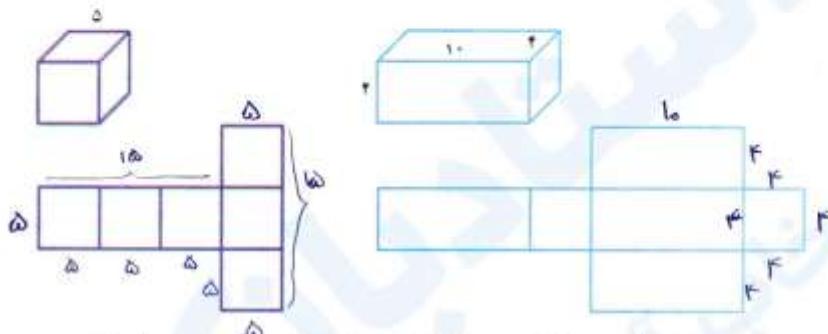
استادبانک فن

درس سوم: سطح و حجم

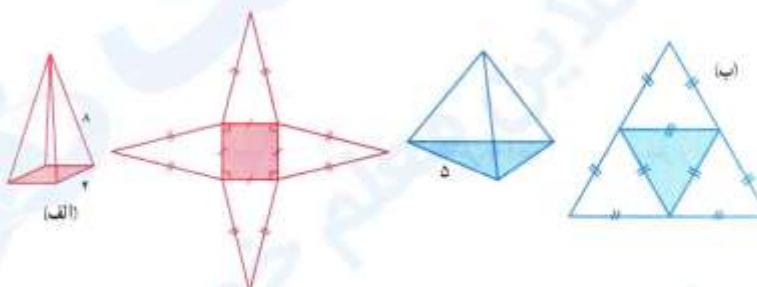
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

فعالیت

- ۱- با توجه به اندازه‌های ابعاد مکعب و مکعب مستطیل، اندازه ضلع‌ها را در گسترده‌هر کدام شخص کنید.



- ۲- مساحت گسترده‌هر یک از هرم‌ها را با توجه به اندازه‌های روی هر هرم محاسبه کنید.



$$(الف) \quad h^2 = 8^2 - 2^2 \Rightarrow h^2 = 64 - 4 = 40 \Rightarrow h = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\text{مساحت پایه} = 4 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{10} \Rightarrow S = 16\sqrt{10}$$

$$\text{مساحت} + \text{مساحت پایه} = \frac{1}{2} \times S \times h \Rightarrow 16\sqrt{10} + 14$$

$$\frac{1}{2} \times S \times h = 16\sqrt{10} + 14$$

$$(ب) \quad h^2 = 5^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 25 - 8 \Rightarrow h^2 = \frac{17}{4} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{17}{4}}$$

$$\text{مساحت پایه} = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{\frac{17}{4}}$$

$$\text{مساحت} + \text{مساحت پایه} = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{\frac{17}{4}} + 8 = \sqrt{17} + 8$$

$$S = 4 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{17} + 8 = 2\sqrt{17} + 8$$

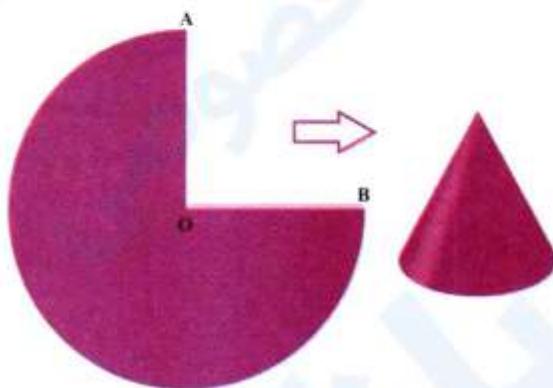
می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک رفعت

انتخاب آنلاین معلم خصوصی



۳- با $\frac{3}{4}$ دایره‌ای به ساعت
۱ سانتی‌متریک سطح مخروطی شکل
درست کرده‌ایم؛ طول کمان AB چقدر
است؟

چه رابطه‌ای بین طول کمان AB
و محیط دایره قاعده مخروط وجود
دارد؟ ساعت قاعده مخروط را پیدا کنید.

۱۴۰

$$\text{محل کمان } \widehat{AB} = \text{محیط دایره قاعده مخروط} \times \frac{3}{4} = 10 \times \frac{3}{4} \pi = 15\pi$$

محل کمان \widehat{AB} بر محیط دایره قاعده مخروط برابر است.

$$\frac{\text{محل دایره}}{2\pi} = \frac{\text{محل راسه مانده مخروط}}{2\pi} = \frac{15\pi}{2\pi} = 7.5$$

محل راسه دایره مخروط

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

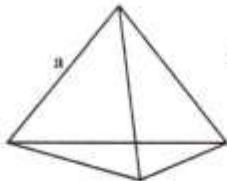
کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک فن

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

کار در کلاس



۱- مساحت کل هرم منتظم مقابل را به دست آورید. طول همه یال‌های آن a است.

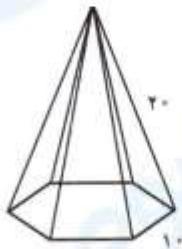
در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a داریم:

$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 \Rightarrow h^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{6}}{2} a$$

آریاح \times مکانه $= \frac{1}{2}$ مساحت متساوی الاضلاع به ضلع a

$$a^2 \times S = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{6}}{2} a \Rightarrow S = \frac{\sqrt{6}}{4} a^2$$

$$\sqrt{S} = \sqrt{4 \times \frac{\sqrt{6}}{4} a^2} = \sqrt{6} a$$



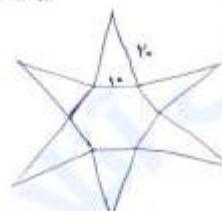
۲- با توجه به اندازه‌های داده شده، گستره هرم را رسم کنید و مساحت جانبی آن را به دست آورید.

نقشه اصلیه ضلع سه
مساحت سطح

$$OH^2 = 2^2 - \frac{a^2}{2} = 4 - \frac{a^2}{2} = 1^2 \times \frac{a^2}{2} \Rightarrow OH = \sqrt{3} \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\sqrt{S} = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{a\sqrt{6}}{2} = 25\sqrt{6}$$

$$S = 4 \times 25\sqrt{6} = 100\sqrt{6}$$



می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

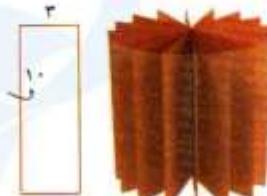
کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک رفی

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

فعالیت

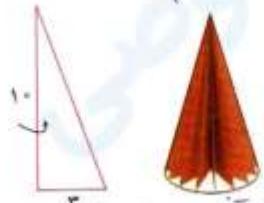


۱- با دوران دادن یک مستطیل حول ضلع آن چه حجمی به دست می آید؟ **اسوان**

شعاع قاعدة شکل حاصل: **جهرم مسفل**

ارتفاع شکل حاصل: **جهل مسفل**

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 10 = 30\pi \text{ cm}^3$$



۲- اگر مثلث قائم الزاویه را حول ضلع مشخص شده در شکل، دوران دهیم، چه شکلی به دست می آید؟ حجم آن را پیدا کنید.

شعاع قاعدة شکل حاصل: **۳.....۳**

ارتفاع شکل حاصل: **۱۵...۱۵**

$$\text{ارتفاع} = \sqrt{3^2 - 10^2} = \sqrt{9 - 100} = \sqrt{-91} \text{ (مغایر)}$$

۳- در هر شکل با توجه به محور دوران، که در هر یک مشخص شده است، شکل حاصل را توصیف کنید.

شکل حاصل سه لام منسوبداری محروض اولیه اسوان



کره

۱۴۱

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک فن

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

کار در کلاس

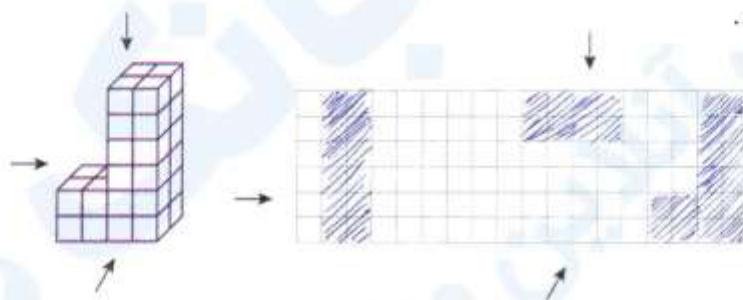


حجم حاصل از دوران یک ربع دایره به شعاع 5cm را حول شعاع آن پیدا کنید.

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (5)^3 = \frac{500}{3} \pi = 523.6 \text{ cm}^3$$

فعالیت

- ۱- با توجه به حجم زیر، در صفحه سطرنجی زیر سطح دیده شده از جهت‌های مشخص شده را رسم کنید.



- ۲- اگر هر کدام از هرم‌های منتظم زیر را از بالا نگاه کنیم، چه شکلی دیده می‌شود؟

الف) هرم منتظم با قاعدة مثلث $\sqrt{3}$ سانتی‌متری افقی

ب) هرم منتظم با قاعدة مربع $\sqrt{2}$ سانتی‌متری

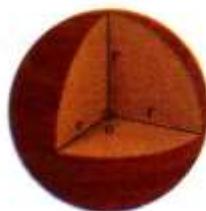
ج) هرم منتظم با قاعدة شش ضلعی $\sqrt{3}$ سانتی‌متری مساقم

- ۳- کره مقابل با یک صفحه بریده شده است. سطح

بریده شده چه شکلی دارد؟ در چه صورت این شکل

بیشترین مساحت را دارد؟ $\frac{1}{8}$ - حجم $\frac{1}{8}$ طور افعی کره را

بریده ناسد



- ۴- در شکل مقابل، چه کسری از حجم کره برداشته شده است؟

$$\frac{1}{8} \text{ حجم کره برداشته شده}$$

۱۴۲

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

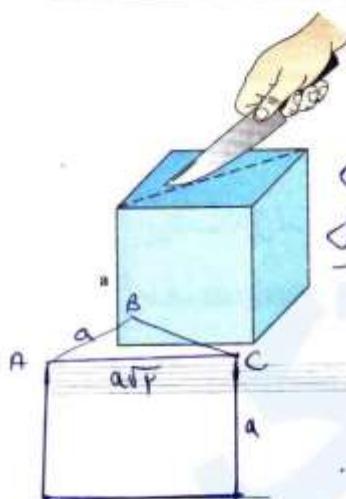
معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک فن

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

کار در کلاس

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \rightarrow AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \rightarrow AC = a\sqrt{2}$$

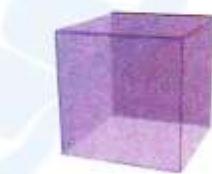


یک اسفنج مکعب شکل به ضلع a را ماند
شکل مقابل بزیده ایم. سطح بزیده شده به جهشکلی
است؟ اندازه ضلع های آن را بیندا کنید. سطح مستعمل است ۲۴۰۰
ان ها! ضلع مکعب بعنوان a می باشد و طول مستعمل
برابر است با مقدار مربع بضلع a کم بر است $a\sqrt{2}$

تمرین

۱- حجم و سطح کل شکل های زیر را بیندا و باهم مقایسه کنید.

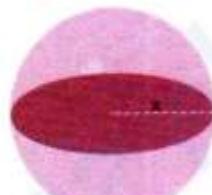
مکعب به ضلع a



$V =$

$S =$

کره به شعاع a



$V =$

$S =$

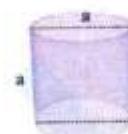
استوانه به ارتفاع a
شعاع قاعده a



$V =$

$S =$

استوانه به ارتفاع a
و قطر قاعده a



$V =$

$S =$

می تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک ریاضی

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

در هر مورد، نسبت حجم به سطح ($\frac{V}{S}$) را بدست آورید. در کدام شکل این نسبت بزرگ‌تر است؟

کره به شعاع a

اسهواره به ارتفاع و مضریه a

$$V = \frac{4}{3} \pi a^3$$

$$V = \frac{\pi a^4}{4} \times a = \frac{\pi a^5}{4}$$

$$S = 4\pi a^2$$

$$S = \pi a^4 + \frac{\pi a^4}{2} = \frac{3\pi a^4}{2}$$

$$\frac{V}{S} = \frac{a^3}{\frac{3\pi a^4}{2}} = \frac{a}{\frac{3\pi a^3}{2}}$$

$$\frac{V}{S} = \frac{\frac{\pi a^5}{4}}{\frac{3\pi a^4}{2}} = \frac{a}{9}$$

مکعب به ضلع a

اسهواره به ارتفاع و سطح جانبی a

$$V = a^3$$

$$V = \pi a^3$$

$$S = 6a^2$$

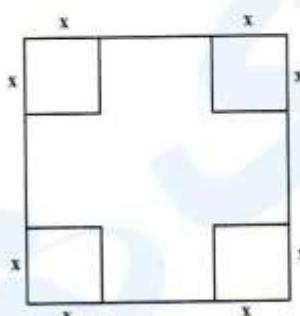
$$S = 2a^2\pi + 4\pi a^2 = 6\pi a^2$$

$$\frac{V}{S} = \frac{a^3}{6a^2} = \frac{a}{6}$$

$$\frac{V}{S} = \frac{a}{4}$$

* در مدل لره این سنت از همه بزرگ‌تر است.

۲- از یک مکوا به ضلع a گوشه‌های مربع شکل به ضلع x را بریده و با سطح باقیمانده یک جعبه مکعب مستطیل شکل درست کرده‌ایم. چه رابطه‌ای باید بین a و x باشد تا بتوان چهار کره را به شعاع x داخل این جعبه جای داد به طوری که هر کره به کره مجاورش و به دیواره جعبه مماس باشد؟





آیا می دانستید؟

اپلیکیشن استادبانک نیز با اینبوهی از بهترین مطالب درسی در تقسیم بندی های مختلف و فراهم کردن نمونه سوالات و منابع آموزشی به آسانترین راه برای دانش آموزان دستیاری بالارزش برای کمک به دانش آموز در مسیر یادگیری و موفقیت است.

هم اکنون اپلیکیشن استادبانک با کامل ترین ویژگی ها قابل استفاده است و علاوه بر آن روزبه روز به کاربردهای آن افزوده می شود.

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

معلم ها و اساتید تووانای بسیار زیادی در سرتاسر ایران هستند که کیفیت تدریس بالایی دارند و می توانند براحتی مفاهیم درسی را به دانش آموزان و یا دانشجویان منتقل کنند و به آن ها کمک کنند تا سریعتر و بهتر دروس تحصیلی خود را آموخت بینند.

اگر شما هم جزو اساتید و معلم های تووانای شهرت ان هستید، این فرصت را دارید تا با ثبت نام در سایت تدریس خصوصی استادبانک بتوانید با دانش آموزان و دانشجویان زیادی در سرتاسر ایران کلاس خصوصی داشته باشید.

سالانه بیش از 12000 دانش آموز نزدیک به 40 هزار کلاس خصوصی با اساتید استادبانک دارند. اساتید موفق استادبانک بصورت میانگین ماهانه 20 میلیون تومان درآمد از طریق کلاس های خصوصی استادبانک کسب می کنند.

در صورتیکه کیفیت تدریس شما توسط تیم داوری و ارزیابی اساتید استادبانک تایید شود، بلاعفه پروفایل شما در سایت استادبانک فعال می شود و می توانید درخواست های شاگردانی که از شهرت ان و یا سرتاسر ایران درخواست کلاس خصوصی دارند را بررسی کنید.

کلاس های استادبانک بصورت حضوری و یا آنلاین، براساس درخواست دانش آموز یا دانشجو برگزار می شود.

بعد از تایید پروفایل شما در استادبانک، شما به بخش اکادمی اساتید استادبانک دسترسی خواهد داشت که منع عظیمی برای اموزش و یادگیری روش های جدید تدریس و همچنین نکات مهم در تعامل با دانش آموزان و نحوه برگزاری کلاس هاست.

شما می توانید همین الان با جستجوی عبارت معلم خصوصی استادبانک وارد سایت استادبانک شوید و با کلیک بر روی گزینه ثبت نام استاد، مراحل ثبت نام و استخدام بعنوان معلم خصوصی در استادبانک را طی کنید.

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک به عنوان بزرگترین سایت تدریس خصوصی ایران مفتخر است که:
بهترین بستر را برای با کیفیت ترین شیوه های آموزش و تدریس فراهم کرده است.
قطب تدریس خصوصی کشور می باشد.

شرکت های دانش بنیان از جمله پیشرو ترین شرکت ها هستند که در اقتصاد
کشور سهم عظیمی دارند و استادبانک مفتخر است که از جمله بهترین های آنهاست.
در سال ۹۶ به عنوان برترین شرکت رشد یافته در دانشگاه شریف شناخته شد.
مجموعه استادبانک از جمله معترضترین شرکت های فضای وب ایران و به عنوان
عضو رسمی اتحادیه کسب و کارهای مجازی از قابل اعتمادترین کسب و کارهای
آنلاین است.
با فضایی کاملاً آکادمیک در مرکز رشد دانشگاه شریف مستقر است.

