

وضعیت فعلی شما در درس ریاضی اصلا مهم نیست،
یک معلم خصوصی حرفه ای و با تجربه میتواند به شما کمک کند تا بتوانید ریاضی را براحتی یادگیرید.
روزانه صدها دانش آموز با ثبت درخواست معلم خصوصی استادبانک میخواهند با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشند تا بتوانند ریاضی را بطور کامل یادگیرند و در امتحانات براحتی ۲۰ بگیرند.
شما نیاز دارید تا یک معلم خصوصی حرفه ای و با تجربه، سبک یادگیری شما را بشناسد و براساس پتانسیل های ذهنی شما، ریاضی را به شما تدریس کند.
استادبانک

بزرگترین و معتبرترین و محبوبترین سایت معلم خصوصی در ایران است
که به تمام فارسی زبانان در سرتاسر دنیا خدمات تدریس خصوصی ارائه میدهد.
معلمان متقاضی تدریس خصوصی بعد از ارسال درخواست ثبت نام در استادبانک، توسط تیم ارزیابی و داوری استادبانک از نظر کیفیت تدریس و سابقه تدریس بررسی و ارزیابی میشوند و تنها در صورت داشتن معیارهای لازم، به عضویت استادبانک در می آیند.
استادبانک سالانه ۱۳۰۰۰ از معلمان متقاضی تدریس خصوصی را رد میکند و تنها ۲۱۰ استاد هستند که میتوانند معیارهای لازم برای فعالیت در استادبانک را کسب کنند.
روند نظارت بر کیفیت تدریس اساتید بسیار سختگیرانه حتی بعد از عضویت در سامانه معلم خصوصی استادبانک نیز ادامه دارد تا تنها بهترین معلم های ریاضی که شاگردان از کیفیت تدریس آنها رضایت کامل را دارند، با ما فعالیت کنند.
شما میتوانید برای دیدن رزومه بهترین اساتید ریاضی استادبانک، همین الان در گوگل عبارت **معلم خصوصی ریاضی استادبانک** را جستجو کنید و وارد سایت استادبانک و در ادامه رزومه تک تک اساتید را به همراه قیمت هر جلسه کلاس خصوصی ریاضی را ببینید.



درس اول: توان صحیح

در سال های گذشته با توان های طبیعی یک عدد آشنا شده اید؛ به طور مثال می دانید:

$$2^3=8 \quad \text{و} \quad (-5)^2=25 \quad \text{و} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16} \quad \text{و} \quad \left(\frac{-1}{2}\right)^5=-\frac{1}{32}$$

همچنین می دانید که اگر a عددی غیر صفر باشد، $a^1=a$.

آیا توان منفی یک عدد (ناصفر) هم معنی دارد؟ مثلاً حاصل 2^{-3} چیست؟ به کمک فعالیت زیر

باسخ این سؤال را می توان پیدا کرد:

فعالیت

جدول زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات پاسخ دهید:

۱۶	۸	۴	۲	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$
2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}

الف) عددهای سطر اول جدول با هم چه ارتباطی دارند؟ از چپ به راست هر عدد نصف می شود تا به بدی به دست آید.

ب) هر یک از عددهای سطر دوم چه رابطه ای با عدد بالای آن دارد؟ عددهای پایینی صورتی تواندار
عددهای بالایی هستند.

ج) توان های عددهای سطر دوم تا 2^0 با یکدیگر چه رابطه ای دارد؟ توان ها یک واحد، یک واحد
د) این الگو را ادامه دهید و در جاهای خالی عددهای مناسب بنویسید.

ه) به کمک جدول، تساوی های زیر را کامل کنید:

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} \quad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} \quad 2^{-5} = \frac{1}{2^5}$$

به طور کلی اگر a یک عدد غیر صفر باشد و n یک عدد طبیعی باشد، آن گاه:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0, \quad n \in \mathbb{N}$$

مثال:

الف) $7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$

ج) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4}$

ب) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{25}} = 25$

د) $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$

۱- با توجه به مثال های حل شده زیر، پاسخ موارد بعدی را به صورت یک عدد توان دار با توان

طبیعی بنویسید:

الف) $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

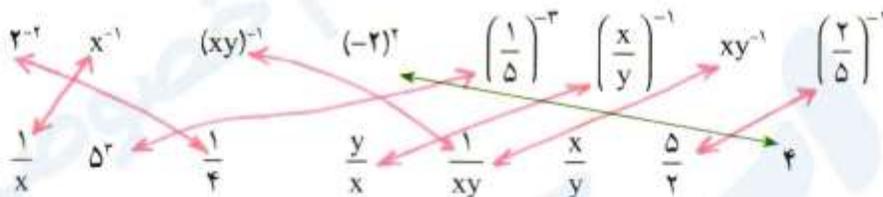
ب) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$

ج) $(-6)^{-3} = \frac{1}{(-6)^3} = \frac{1}{-216} = \left(-\frac{1}{6}\right)^3$

د) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{7}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{2401}} = \frac{2401}{16} = \left(\frac{7}{2}\right)^4$

به طور کلی اگر n یک عدد طبیعی و $a \neq 0$ آن گاه: $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

۲- عبارت های برابر را مانند نمونه به هم وصل کنید: ($x \neq 0, y \neq 0$)



۳- حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید:

الف) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = (-3)^2 = 3^2 = 81$ او) $1^{-2} = 1^2 = 1$

ب) $2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3+3}{12} = \frac{10}{12}$ از) $\frac{(-3)^2}{3} = \frac{9}{3} = 3$

ج) $-(-5)^2 = -25$

ح) $-\frac{1}{3^{-2}} = -\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{1}{\frac{1}{9}} = -9$

د) $-(-5)^{-2} = -\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = -\frac{1}{25}$

ط) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} + \frac{25}{4}$

ه) $-5^{-2} = -\frac{1}{5^2} = -\frac{1}{25}$

ی) $2 - 2^{-1} = \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$

ک) $1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

اگر m و n دو عدد طبیعی باشند، و a یک عدد دلخواه باشد، داریم: $a^m \times a^n = a^{m+n}$
 آیا این رابطه برای توان‌های منفی هم درست است؟ برای توان‌های صحیح چه رابطه‌ای داریم؟
 با فعالیت بعدی می‌توان رابطه را برای عددهای صحیح هم حدس زد.

فعالیت

به حاصل ضرب‌های زیر توجه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$3^{-4} \times 3^6 = \frac{1}{3^4} \times 3^6 = \frac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2$$

$$2^{-5} \times 2^{-2} = \frac{1}{2^5} \times \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^{5+2}} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^3 \times (-2)^5 = (-2)^8 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

حاصل ضرب مقابل را نیز به همین روش به دست آورید:

$$5^2 \times 5^{-7} = \dots$$

در حالت کلی اگر m و n دو عدد صحیح باشند و a یک عدد دلخواه (غیرصفر)،
 رابطه زیر برقرار است:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

مثال:

$$2^3 \times 2^{-5} \times 2^{-2} = 2^{3-5-2} = 2^{-4}$$

$$(2x^{-1}) \times (3x^2) \times (4x^3) = 24x^{-1+2+3} = 24x^4 \quad (x \neq 0)$$

کاردرکلاس

حاصل هر یک از عبارات‌های زیر را به صورت یک عبارت توان‌دار بنویسید: $(b, x, y \neq 0)$

$$5^{-7} \times 5^{10} = 5^3$$

$$(-4)^{-1} \times (-4)^{-1} = (-4)^{-2}$$

$$\left(\frac{-3}{8}\right)^4 \times \left(\frac{-3}{8}\right)^{-9} = \left(\frac{-3}{8}\right)^{-5}$$

$$(\sqrt{2})^4 \times (\sqrt{2})^{-2} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

$$b^{-4} \times b^{-2} = b^{-6} = b^{-2+(-4)} = b^{-6}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-7} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{11} = \left(\frac{x}{y}\right)^4$$

۶۲

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

اگر a و b دو عدد مخالف صفر و m و n دو عدد صحیح باشند، روابط زیر برقرار است:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n}; \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}; \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m;$$

$$(a^m)^n = a^{mn}; \quad (ab)^m = a^m \cdot b^m; \quad a^1 = 1$$

کار در کلاس

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت توان‌دار بنویسید.

الف) $\frac{v^3}{v^5} = v^{3-5} = v^{-2}$

ب) $2^{-2} \times 5^{-2} = (2 \times 5)^{-2} = 10^{-2}$

ج) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} \times 12^{-3} = \left(\frac{-2}{3} \times 12\right)^{-3} = (-8)^{-3}$

د) $\left[\left(\frac{-2}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left(\frac{-2}{5}\right)^{-2 \times -1} = \left(\frac{-2}{5}\right)^2$

ه) $\frac{2^4 \times 5^{10}}{2^2 \times 5^6} = \frac{2^4}{2^2} \times \frac{5^{10}}{5^6} = 2^2 \times 5^4 = 10^4$

و) $\frac{x^5 \cdot y^2 \cdot z}{x^{-2} \cdot y^4 \cdot z^3} = x^{5-(-2)} \cdot y^{2-4} \cdot z^{1-3} = x^7 \cdot y^{-2} \cdot z^{-2} = \frac{x^7}{y^2 z^2} \quad x, y, z \neq 0$

تمرین

۱- برای هر عبارت دو پاسخ داده شده است. پاسخ درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) 3^{-2} $\frac{1}{9}$ -6
 $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

ب) 3^{-1} $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$
 $3^{-1} = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{3}$

ج) $3^{-1} \times 4^{-1}$ 12^{-1} 7^{-1}
 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12} = 12^{-1}$

د) $3^{-1} + 4^{-1}$ $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ 7^{-1}
 $3^{-1} + 4^{-1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$

ه) 5^{-2} $\frac{1}{25}$ $\frac{2}{5}$
 $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

و) $(-2)^3$ -8 3^{-2}

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۲- جرم یک اتم هیدروژن حدود 10^{-24} گرم است. جرم یک وزنه 100 کیلوگرمی چند برابر جرم یک اتم هیدروژن است؟

۲- هر یک کیلوگرم برابر 1000 گرم است. پس 100 کیلوگرم 100000 گرم یا 10^5 گرم است. برای حل این مسئله باید جرم وزنه را که 10^5 گرم است را بر جرم اتم هیدروژن تقسیم کنیم تا مشخص شود چند برابر آن جرم دارد.

$$10^5 \div 10^{-24} = 10^{5-(-24)} = 10^{29}$$

۳- عددهای 16^2 و 8^4 و 2^{11} را با یکدیگر مقایسه کنید.

$$\left. \begin{aligned} 16^2 &= (2^4)^2 = 2^8 \\ 8^4 &= (2^3)^4 = 2^{12} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2^{11} < 8^4 = 16^2$$

۴- در جاهای خالی علامت $>$ ، $<$ یا $=$ قرار دهید:

الف) $3^{-1} \odot 3^{-2} = \frac{1}{3}$ ب) $2^0 \odot 2^{-5} = \frac{1}{32}$ ج) $(0/5)^{-2} \odot (0/6)^{-2} = \frac{25}{9}$

د) $5^{-1} \odot \frac{1}{5}$ ه) $(-\frac{1}{15}) \odot 1 = \frac{1}{15}$ و) $-5^{-2} \odot (-5)^{-2} = \frac{1}{25}$

۵- در هر یک از تساوی‌های زیر x چه عددی است؟

الف) $5^x \times 5^{-2} = 5^2$ ب) $5^x \div 5^{-2} = 5^2$

الف) $x + (-3) = 4 \Rightarrow x = 7$

ب) $x - (-3) = 4 \Rightarrow x = 1$

۶- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) $a^x \times a^y = a^{xy}$ ✗

ه) $(-3) + (3^{-1})^{-1} = 4$ ✓

ب) $a^x \times a^y = a^x$ ✓

و) $3^{-1} \times 4^{-1} = 12^{-2}$ ✗ $(3 \times 4)^{-1} = (12)^{-1}$ ✓

ج) $(a^m)^n = (a^n)^m$ ✓ $a > 0$

ز) $6^{-2} = -\frac{2}{6}$ ✗ $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$ ✓

د) $3^{-2} = -9$ ✗

ح) $3^{-1} < 3^{-1}$ ✓

$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

۷- حاصل هر عبارت را به دست آورید.

الف) $(\frac{1}{3})^{-10} \times 27^{-3}$

ب) $(0/2)^{-2} \times 25^{-2}$

ج) $(\frac{15}{14})^{-4} \times (\frac{45}{28})^2$

د) $(-5^{-2})^{-1}$

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۷-

$$(الف) \left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \times (27)^{-3} = (3)^{10} \times (3^3)^{-3} = 3^{10} \times 3^{-9} = 3^1$$

$$(ب) (1/2)^{-8} \times (1/5)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \times (1/2)^{-8} = 5^2 \times 2^8 = 5 \times 5 = 1$$

$$(ج) \left(\frac{15}{13}\right)^{-4} \times \left(\frac{45}{28}\right)^4 = \left(\frac{13}{15}\right)^4 \times \left(\frac{45}{28}\right)^4 = \left(\frac{13}{15} \times \frac{45}{28}\right)^4 = \left(\frac{13}{7}\right)^4$$

$$(د) (-5^{-2})^{-1} = \left(-\frac{1}{5^2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{-25}\right)^{-1} = -25$$

۸- عددهای داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. ۳

1^{-1} و 1^{-2} و $(-1)^{-1}$ و $(-1)^{-2}$ و $(-1/2)^{-2}$ و 2^2 و 5^2 و 2^3 و $1/4$ و $1/16$

$$\Rightarrow (-1)^{-2} < (-1)^{-1} < 1^{-2} < 1^{-1} < (1/2)^{-2} < 2^2 < 2^3 < 5^2 < (-1)^{-1}$$

۹- عبارت نادرست را مشخص کنید.

$$(0.987)^{-1} < 10^0 \quad (1/2)^{-1} < (1/0.2)^{-1} \quad \left(\frac{5}{4}\right)^{-2} < (-0.7)^{-2} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} > (0.75)^{-2}$$

درست

نادرست

نادرست

درست

نقده:
عددهای بین صفر و یک هر چه بتوان بیشتر برسد، کوچک تر شوند.

نقده:
عددهای بیستتر از یک، هر چه بتوان بیشتر برسد، بزرگتر شوند.

۶۴

۱۰- حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

$$(الف) \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{8}{3}\right)^{-3}}{-2^5 \times 2^{-8}}$$

$$(ب) \left[-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}$$

$$(الف) \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{8}{3}\right)^{-3}}{-2^5 \times 2^{-8}} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^3}{-2^{5+(-8)}} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^3}{-2^{-3}} = -\left(\frac{1}{4}\right)^3 \times 2^3 = -\left(\frac{1}{8}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

$$(ب) \left[-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left[-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-1} = \left[-\frac{9}{4}\right]^{-1} = -\frac{4}{9}$$

می تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

مثال:

$$۱۲۴۰۰۰۰ = ۱/۲۴ \times ۱۰^۵$$

$$۱۷۰۰۰۰۰۰۰۰ = ۱/۷ \times ۱۰^۹$$

$$۱۳۹۳ = ۱/۳۹۳ \times ۱۰^۳$$

$$۹۲۰۴۰۰۰ = ۹/۲۰۴ \times ۱۰^۶$$

$$۱۲۵/۳۹ = ۱/۲۵۳۹ \times ۱۰^۲$$

قطر متوسط یک یاخته (سلول) گویجه^۱ (گلیول) قرمز ۷/۰۰۰۰۰۰ میلی متر است. همانند عددهای بزرگ، عددهای کوچک مانند ۷/۰۰۰۰۰۰ را هم می توان به صورت نماد علمی نمایش داد؛ یعنی:

$$۷/۰۰۰۰۰۰ = ۷ \times ۱۰^{-۶}$$

ضخامت یک برگه کاغذ حدود ۰/۰۰۱۶ سانتی متر است که با نماد علمی، آن را به صورت $۱/۶ \times ۱۰^{-۳}$ نمایش می دهیم.

به طور کلی نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت $a \times ۱۰^n$ است که در آن $۱ \leq a < ۱۰$ و n عددی صحیح است.

$$۰/۰۰۰۰۰۰۰۰ = ۱۲۷۵ = ۱/۲۷۵ \times ۱۰^{-۵}$$

$$۱۲۳ = ۱/۲۳ \times ۱۰^۲$$

مثال:

$$۰/۰۰۰۰۰۰ = ۱۳۷ = ۱/۳۷ \times ۱۰^{-۲}$$

$$۲۹۰۰۰۰ = ۲/۹ \times ۱۰^۴$$

کار در کلاس

۱- هر یک از عددهای داده شده را با نماد علمی نمایش دهید:

$$۲۴۵۰۰۰۰ = ۲/۴۵ \times ۱۰^۵$$

$$۱۵۰۰۰۰۰۰۰ = ۱/۵ \times ۱۰^۸$$

$$۰/۰۰۰۵ = ۰/۰۵ \times ۱۰^{-۲}$$

$$۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ = ۶۱ = ۶/۱ \times ۱۰^{-۵}$$

$$۱۴۰۴ = ۱/۴۰۴ \times ۱۰^۳$$

$$۰/۱۲۷۵ = ۱/۲۷۵ \times ۱۰^{-۱}$$

۲- نمایش اعشاری عددهای زیر را بنویسید:

$$۵/۲ \times ۱۰^{-۳} = ۰/۰۰۵۲$$

$$۷/۳۰۴ \times ۱۰^{-۳} = ۰/۰۰۰۷۳۰۴$$

$$۲/۲۸ \times ۱۰^۴ = ۲۲۸۰۰۰۰۰۰$$

$$۹/۴۶۱۲ \times ۱۰^۱ = ۹۴۶۱۲۰۰۰۰۰$$

$$۶/۰۲ \times ۱۰^{-۲} = ۰/۰۶۰۲$$

$$۱/۱ \times ۱^۲ = ۱۱۰۰۰$$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

الف) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 25}{4^{-5} \times 15^{-5}}$

ب) $\frac{8^{-1} \times 4^2}{2^{-4} \times \frac{1}{8}}$

الف) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 25}{4^{-5} \times 15^{-5}} = \frac{3^{-5} \times 25}{4^{-5}} = \left(\frac{30}{4}\right)^{-5} \times 25$
 $= \left(\frac{15}{2}\right)^{-5} \times 25 = 2^5 \times 25 = 32 \times 25 = 800$

ب) $\frac{8^{-1} \times 4^2}{2^{-4} \times \frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{8} \times 16}{\frac{1}{16} \times \frac{1}{8}} = \frac{16}{\frac{1}{128}} = 16 \times 128 = 2048$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$1/0.2 \times 10^{-5} = 0.00000102$ ✗

$5/9 \times 10^{-1} = 0.59$ ✓

$4/3 \times 10^2 = 4300$ ✓

$7/0.4 \times 10^{-2} = 0.7004$ ✗

$6/18 \times 10^7 = 61800000$ ✓

$8257 \times 10^4 = 82570000$ ✓

۳- شعاع خورشید تقریباً ۶۹۵۰۰۰ کیلومتر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.
 $695000 = 6.95 \times 10^5$

۴- اندازه یک باکتری ۰۰۰۰۰۰۰۵ متر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.
 $0.00000005 = 5 \times 10^{-8}$

۵- قطر خورشید حدود $1/4 \times 10^1$ متر و قطر زمین حدود $1/3 \times 10^7$ متر است. قطر خورشید

تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

$$(1/4 \times 10^9) \div (1/3 \times 10^7) = \frac{1/4 \times 10^9}{1/3 \times 10^7} = \frac{1/4 \times 10^{-1} \times 10^9}{1/3 \times 10^{-1} \times 10^7} = \frac{1/4 \times 10^2}{1/3} = 1/1 \times 10^2 = 110$$

قطر خورشید تقریباً ۱۱۰ برابر قطر زمین است.

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

الف) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 25}{4^{-5} \times 15^{-5}}$

ب) $\frac{8^{-1} \times 4^2}{2^{-4} \times \frac{1}{8}}$

الف) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 25}{4^{-5} \times 15^{-5}} = \frac{3^{-5} \times 25}{4^{-5}} = \left(\frac{30}{4}\right)^{-5} \times 25$
 $= \left(\frac{15}{2}\right)^{-5} \times 25 = 2^5 \times 25 = 32 \times 25 = 800$

ب) $\frac{8^{-1} \times 4^2}{2^{-4} \times \frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{8} \times 16}{\frac{1}{16} \times \frac{1}{8}} = \frac{16}{\frac{1}{128}} = 16 \times 128 = 2048$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$1/0.2 \times 10^{-5} = 0.00000102$ ✗

$5/9 \times 10^{-1} = 0.59$ ✓

$4/3 \times 10^2 = 4300$ ✓

$7/0.4 \times 10^{-2} = 0.7004$ ✗

$6/18 \times 10^7 = 61800000$ ✓

$8257 \times 10^4 = 82570000$ ✓

۳- شعاع خورشید تقریباً ۶۹۵۰۰۰ کیلومتر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.
 $695000 = 6.95 \times 10^5$

۴- اندازه یک باکتری ۰۰۰۰۰۰۰۵ متر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.
 $0.00000005 = 5 \times 10^{-8}$

۵- قطر خورشید حدود $1/4 \times 10^1$ متر و قطر زمین حدود $1/3 \times 10^7$ متر است. قطر خورشید

تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

$$\left(\frac{1}{4} \times 10^1\right) \div \left(\frac{1}{3} \times 10^7\right) = \frac{1/4 \times 10^1}{1/3 \times 10^7} = \frac{1/4 \times 10^1 \times 10^9}{1/3 \times 10^7 \times 10^9} = \frac{1/4 \times 10^2}{1/3} = 1/1 \times 10^2 = 110$$

قطر خورشید تقریباً ۱۱۰ برابر قطر زمین است.

۶- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید و به صورت نماد علمی نمایش دهید :

$$2 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^1 \qquad \frac{12/5 \times 10^{-2}}{25 \times 10^{-11}}$$

$$2 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^1 = (2 \times 4) \times (10^{-7} \times 10^1) = 8 \times 10^{-6}$$

$$\frac{12/5 \times 10^{-2}}{25 \times 10^{-11}} = \frac{12/5}{25} \times \frac{10^{-2}}{10^{-11}} = 7/5 \times 10^9 = 1.4 \times 10^9$$

۷- فاصله مریخ از زمین $9/17 \times 10^7$ کیلومتر و فاصله کیوان از زمین $6/287 \times 10^8$ کیلومتر

است. با مقایسه این دو عدد مشخص کنید کدام سیاره به زمین نزدیکتر است؟

$$6/287 \times 10^8 = 62/87 \times 10^7 \Rightarrow 62/87 \times 10^7 > 9/17 \times 10^7$$

۸- در جاهای خالی حداقل ۳ عدد صحیح مختلف قرار دهید تا نامساوی درست باشد.

$$2/7 \times 10^0 > 0/02 \qquad 0/03 > 0/003 \times 10^0$$

$$0/03 > 0/003 \times 10^0 \quad \text{در جای خالی می توان اعداد ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ قرار داد.}$$

$$2/7 \times 10^0 > 0/02 \quad \text{در جای خالی می توان اعداد ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ قرار داد.}$$

۹- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید :

$$1/5 \times 10^{-2}, 1/2 \times 10^{-6}, 5/35 \times 10^{-2}, 3/7 \times 10^{-2}$$

$$1/5 \times 10^{-2} = 0/05$$

$$1/2 \times 10^{-6} = 0/000002$$

$$5/35 \times 10^{-2} = 0/157$$

$$3/7 \times 10^{-2} = 0/037$$

$$\Rightarrow 5/35 \times 10^{-2} < 1/5 \times 10^{-2} < 3/7 \times 10^{-2} < 1/2 \times 10^{-6}$$

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

فعالیت

۱- حاصل هر یک از عبارت های زیر را مانند نمونه ها به دست آورید:

$$(-3)^2 = 9 \quad (\sqrt{5})^2 = 5 \quad \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49} \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$(-\sqrt{5})^2 = 5 \quad \left(-\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49} \quad 4^2 = 16 \quad (-4)^2 = 16$$

مربع (توان دوم) عددهای ۳ و -۳ برابر ۹ است. اعداد ۳ و -۳ را ریشه های دوم عدد ۹ می نامند. همان گونه که در سال های گذشته دیده اید، ریشه های دوم ۹ را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ نمایش می دهند و داریم:
 $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$
 ۲- جاهای خالی را در جدول زیر کامل کنید:

عدد	۳	-۳	۴	-۴	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	$\sqrt{7}$	$-\sqrt{7}$
مربع عدد (توان دوم)	۹	۹	۱۶	۱۶	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	۵	۵	$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{49}$	۷	۷

ریشه های دوم عدد $\frac{4}{9}$ ، اعداد $\frac{2}{3}$ و $-\frac{2}{3}$ هستند. ریشه های دوم ۷، عددهای $\sqrt{7}$ و $-\sqrt{7}$ هستند. ریشه دوم صفر، همان صفر است و داریم $\sqrt{0} = 0$.

به طور کلی اگر b یک عدد حقیقی مثبت باشد، \sqrt{b} و $-\sqrt{b}$ را ریشه های دوم b می نامند. همان طور که می دانید، عددهای منفی ریشه دوم ندارند.

۳- جاهای خالی را در جدول زیر کامل کنید.

عدد	۲	-۲	۳	-۳	۴	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	۵	$\frac{2}{3}$	۰
مکعب عدد (توان سوم)	۸	-۸	۲۷	-۲۷	۶۴	$\frac{1}{125}$	$-\frac{1}{125}$	۱۲۵	$\frac{8}{27}$	۰

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

مکعب (توان سوم) عدد ۲ برابر ۸ است؛ یعنی $2^3=8$. ریشه سوم عدد ۸ عددی است که وقتی به توان ۳ برسد، برابر ۸ می‌شود؛ پس، ریشه سوم عدد ۸ برابر ۲ است و می‌نویسیم $\sqrt[3]{8}=2$. همچنین چون $-8=(-2)^3$ ریشه سوم عدد ۸- برابر ۲- است و می‌نویسیم $\sqrt[3]{-8}=-2$ ؛ به عبارت دیگر با اینکه عددهای منفی ریشه دوم ندارند، ولی ریشه سوم دارند. به کمک جدول قبل دیده می‌شود که ریشه سوم عدد ۶۴ برابر ۴... و ریشه سوم عدد $-\frac{8}{27}$ عدد $-\frac{2}{3}$... است.

۴- طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید:

$$(\sqrt[3]{8})^3 = 8 \quad \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2} \quad \sqrt[3]{125} = 5 \quad \sqrt[3]{-27} = -3$$

به طور کلی اگر b یک عدد حقیقی باشد، ریشه سوم آن را با $\sqrt[3]{b}$ نمایش می‌دهیم.
هر عدد فقط یک ریشه سوم دارد.

کار در کلاس

۱- حاصل هر عبارت را به دست آورید:

$$\sqrt{81} = 9 \quad \sqrt{4^2} = 4 \quad \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{4^2} = 4 \quad \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{3}{5} \quad \sqrt[3]{6^3} = 6 \quad \sqrt[3]{-\frac{8}{1000}} = -\frac{2}{10} \quad \sqrt[3]{(-7)^3} = -7$$

۲- به کمک رابطه $\sqrt{x^2} = |x|$ ، که در فصل ۲ آموخته‌اید، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

$$\sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6 \quad \sqrt{8^2} = |8| = 8 \quad \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \left|-\frac{3}{5}\right| = \frac{3}{5}$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = -1+\sqrt{2} \quad \sqrt{(2-9)^2} = |2-9| = 7 \quad \sqrt{\left(1-\frac{1}{3}\right)^2} = \left|1-\frac{1}{3}\right| = \left|\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3}$$

۳- حاصل عبارت $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$ را در هر یک از حالت‌های زیر به دست آورید؛ یکی از حالت‌ها

حل شده است.

الف) x و y هر دو مثبت هستند ($x > 0, y > 0$).
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = x + y$

ب) x مثبت و y منفی است ($x > 0, y < 0$).
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = x - y$

ج) x منفی و y مثبت است ($x < 0, y > 0$).
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = -x + y = y - x$

د) x و y هر دو منفی هستند ($x < 0, y < 0$).
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = -x - y$

۶۹

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

در سال گذشته برای دو عدد مثبت a و b رابطه‌های زیر را آموختید:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

به کمک فعالیت زیر می‌توان حدس زد که این روابط چگونه برای ریشه سوم برقرار است.

فعالیت

با توجه به عددهای داده شده a و b جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید. با مقایسه دو ستون آخر جدول چه حدسی می‌زنید؟

a	$\sqrt[3]{a}$	b	$\sqrt[3]{b}$	ab	$\sqrt[3]{ab}$	$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$
۸	۲	۱۲۵	۵	۱۰۰۰	۱۰	$۲ \times ۵ = ۱۰$
۲۷	۳	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{۲۷}{۸}$	$\frac{۳}{۲}$	$۳ \times \frac{1}{۲} = \frac{۳}{۲}$
-۸	-۲	۲۷	۳	-۲۱۶	-۶	$-۲ \times ۳ = -۶$

به طور کلی برای هر دو عدد a و b داریم: $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$ ، همچنین اگر $b \neq 0$ داریم:

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

کار در کلاس

۱- آیا تساوی زیر برقرار است؟ توضیح دهید.

$$\sqrt[3]{۸} + \sqrt[3]{۲۷} = \sqrt[3]{۸+۲۷}$$

خیر، برقرار نیست.

می‌توانید از استدلال زیر برای بیان نادرست بودن این تساوی استفاده کنید.

«سمت چپ تساوی برابر ۵ است؛ در حالی که سمت راست آن کمتر از ۴ است.»

$$\text{سمت چپ} = \sqrt[3]{۸} + \sqrt[3]{۲۷} = ۲ + ۳ = ۵$$

$$\text{سمت راست} = \sqrt[3]{۸+۲۷} = \sqrt[3]{۳۵} < \sqrt[3]{۶۴} = ۴$$

این استدلال درست است. در این استدلال از این نکته استفاده شده که اگر دو وی بلاه شده در سوال درست باشد یا بچیزم طرف آن دارای مقادیرهای برابر باشند. اما همیشه نشانی درستی نیست.

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

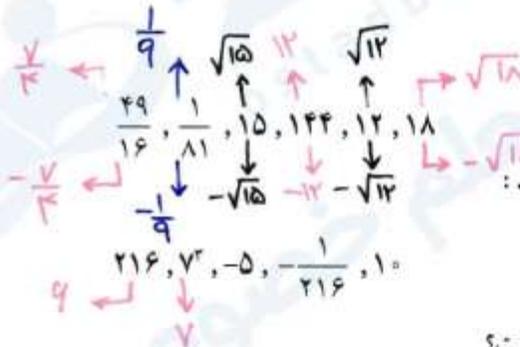
۲- در تساوی های زیر جاهای خالی را کامل کنید :

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{4 \times 16} = \sqrt[3]{64} = 4 \quad 3\sqrt{-2} \times 5\sqrt[3]{4} = 15\sqrt[3]{-8} = 15 \times (-2) = -30$$

$$\sqrt{128} = \sqrt{64} \times \sqrt{2} = 8\sqrt{2} \quad \sqrt{20} = \sqrt{4} \times \sqrt{5}$$

$$\sqrt{\frac{125}{64}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{4} \quad \frac{\sqrt{-54}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-54}{2}} = \sqrt{-27} = -3$$

تمرین



۱- ریشه های دوم عددهای زیر را بیابید :

۲- ریشه سوم عددهای زیر را به دست آورید :

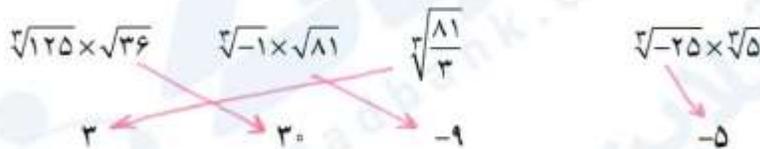
$$\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{2} \quad \sqrt[3]{-5} = -\sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt[3]{\frac{-1}{216}} = -\frac{1}{6} \quad \sqrt[3]{7^3} = 7$$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$\sqrt{(-1)^2} = -1$ ✗	$\sqrt[3]{(-1)^3} = -1$ ✓	$\sqrt{(-5)^2} = -5 = 5$ ✓	$\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$ ✓
$-\sqrt{\frac{49}{256}} = -\frac{7}{16}$ ✓	$\sqrt{1/44} = 1/2$ ✓	$(\sqrt{-1})^2 = 1$ ✓	$\sqrt[3]{-64} = -4$ ✓

۴- حاصل هر عبارت را به عدد مساوی آن در سطر دوم، وصل کنید :



۵- حداقل سه عدد صحیح مختلف مثال بزنید که اگر به جای a قرار دهیم، نامساوی زیر درست باشد:

$$\sqrt{a} < \sqrt{4} \rightarrow a = 1, 2, 3, \dots$$

۶- رابطه $\sqrt{(-x)^2} = x$ به چه شرطی درست است؟ مثال بزنید.

به شرطی که $x \geq 0$ (یعنی x نامنفی) باشد. مثلا اگر $x = 3$ باشد، رابط $\sqrt{(-3)^2} = 3$ برقرار است. اما اگر $x = -1$ باشد، آنجا $\sqrt{(-(-1))^2} = -1$ که درست نیست. زیرا عبارت \sqrt{a} همواره با علامت نامفی باشد.

۷- اگر مساحت کل یک مکعب $96a^3$ باشد، حجم آن را بر حسب a به دست آورید.

چون مکعب از ۶ وجه مربعی تشکیل شده، مساحت کل آن $6 \times$ مساحت یک وجه است. پس $96a^3 = 6 \times$ مساحت یک وجه. پس مساحت یک وجه $\frac{96a^3}{6} = 16a^3$ است.

حال از آنجا که مساحت مربع از دو طرف آن برابر است، پس $16a^3 = 4 \times$ ضلع مربع. پس ضلع مربع $\sqrt{4a^3} = 2a$ است.

$$\text{حجم مکعب} = (2a)^3 = 8a^3$$

۸- اگر $x > 0$ و $y < 0$ باشند، حاصل $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2}$ را ساده کنید و بدون قدرمطلق بنویسید.

$$\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} = |x| - |y| \quad x > 0, y < 0 \rightarrow x - (-y) = x + y$$

۹- عبارت‌های زیر را مانند نمونه ساده کنید: $\sqrt{90} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5} = 3\sqrt{10}$

$$\sqrt{150}, \quad \sqrt{80}, \quad \sqrt{24}, \quad \sqrt{125}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{2^4 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{125} = \sqrt{5^3} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{150} = \sqrt{2 \times 3 \times 5^2} = 5\sqrt{6}$$

$$\sqrt{24} = \sqrt{2^3 \times 3} = 2\sqrt{6}$$

۱۰- آیا تساوی‌های زیر درست است؟

$$(\sqrt{-2})^2 = -2 \quad \text{درست}$$

$$\sqrt{-4} = -\sqrt{4} \quad \text{درست}$$

۱۱- حاصل را به دست آورید:

$$2\sqrt{16} \times 3\sqrt{4} = \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}} = \sqrt{4} = 2 \quad \frac{\sqrt{18} \times \sqrt{60}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{1080}}{\sqrt{5}} = \sqrt{216} = 6$$

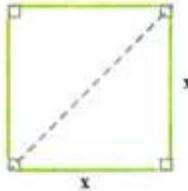
می‌تونم با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشم.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

فعالیت

زمینی به شکل مربع داریم که طول قطر آن $2\sqrt{6}$ متر است. می‌خواهیم مساحت و محیط این زمین را به دست آوریم. راه حل ارائه شده را توضیح دهید و در صورت لزوم آن را کامل کنید.



حل: به کمک رابطه فیثاغورس داریم: $x^2 + x^2 = (2\sqrt{6})^2$

در نتیجه: $2x^2 = 24$ و از آنجا $x^2 = 12$

بنابراین مساحت این زمین ۱۲ متر مربع است.

از اینجا می‌توان نتیجه گرفت که ضلع مربع $\sqrt{12}$ متر یا $2\sqrt{3}$

متر است.

همچنین: متر $8\sqrt{3} = 4 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ — محیط مربع

اگر قسمت رادیکالی دو عبارت پس از ساده کردن کاملاً یکسان باشند، می‌توان آنها را با هم جمع یا تفریق کرد؛ مثلاً دو عبارت $3\sqrt{2}$ و $7\sqrt{2}$ دارای قسمت‌های رادیکالی یکسان هستند و داریم:

$$7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \quad \text{و} \quad 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

همچنین:

$$\sqrt{12} + 9\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

اما قسمت‌های رادیکالی عبارات $2\sqrt{5}$ و $\sqrt{2}$ یا عبارات $7\sqrt{2}$ و $\sqrt{4}$ یکسان نیستند.

کار در کلاس

حاصل جمع هر ستون را مانند نمونه‌ها در سطر آخر بنویسید:

$3\sqrt{7}$	$\frac{2}{3}\sqrt{4}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	$3\sqrt{a}$	\sqrt{xy}	$\sqrt{4}$
$-2\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$2\sqrt{5}$	$2\sqrt{b}$	$2\sqrt{x}$	$\sqrt{4}$
$8\sqrt{7}$	$8\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}\sqrt{10}$	$\frac{1}{5}\sqrt{a}$	$-7\sqrt{x}$	$\sqrt{5}$
$2\sqrt{5}$	$-5\sqrt{4}$	$-2\sqrt{10}$	$-7\sqrt{b}$	$4\sqrt{xy}$	$6\sqrt{4}$
$11\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$	$\frac{9}{3}\sqrt{4} + \sqrt{4}$	$\frac{5\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{3}\sqrt{10}$	$\frac{14}{5}\sqrt{a} - 5\sqrt{b}$	$5\sqrt{xy} - 5\sqrt{x}$	$7\sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{5}$

حاصل عبارات‌های زیر را ساده کنید.

راه حل‌ها را توضیح دهید و آنها را کامل کنید.
ابتدا در هر عبارت ه بار مقدارها را تفکیک می‌کنیم
سپس روابط به دست آمده را در عبارات جایگزین می‌کنیم
ابتدا حاصل هر یک از رادیکال‌ها را به دست می‌آوریم؛ جواب را به دست می‌آوریم.
(جاهای خالی را کامل کنید.)

$$\sqrt{72} = \sqrt{6^2 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{4^2 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18} = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \quad \text{بنابراین:}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } \sqrt{50} + \sqrt{24} + \sqrt{81} &= \sqrt{5^2 \times 2} + \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} \\ &= 5\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{2} + 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

مثال ۱: حاصل $\sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ را به دو روش به دست آورده‌ایم؛ آنها را با هم مقایسه کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف) } \sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) &= \sqrt{48 \times 3} + \sqrt{48 \times 2} = \sqrt{4^2 \times 3^2} + \sqrt{4^2 \times 3 \times 2} \\ &= \sqrt{(4 \times 3)^2} + 4\sqrt{6} = 12 + 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\text{ب) } \sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{4^2 \times 3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 4\sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 12 + 4\sqrt{6}$$

مثال ۲: حاصل $(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}) + \sqrt{3}$ را به دست آورید.

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

بنابراین حاصل تقسیم برابر ۱ است. (چرا؟) *چون حاصل تقسیم هر عدد غیر صفر بر خودش برابر یک است.*

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3}{3}} = 1$$

حاصل عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$۱) \sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{128} =$$

$$۲) \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48} =$$

$$۳) ۵\sqrt{2} + ۳\sqrt{54} - ۴\sqrt{128} =$$

$$۴) \sqrt{4 + \frac{1}{81} + \frac{4}{9}} =$$

$$۵) (\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$$

$$۱) \sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{128} = \sqrt{7^2 \times 2} - \sqrt{5^2 \times 2} + \sqrt{8^2 \times 2} \\ = 7\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$۲) \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48} = \sqrt{3^2 \times 3} - \sqrt{2^2 \times 3} - \sqrt{5^2 \times 3} \\ + \sqrt{4^2 \times 3} = ۳\sqrt{3} - ۲\sqrt{3} - ۵\sqrt{3} + ۴\sqrt{3} = ۰$$

$$۳) ۵\sqrt{2} + ۳\sqrt{54} - ۴\sqrt{128} = ۵\sqrt{2} + ۳\sqrt{3^2 \times 2} - ۴\sqrt{2^7} \\ = ۵\sqrt{2} + ۹\sqrt{2} - ۱۲\sqrt{2} = ۲\sqrt{2}$$

$$۴) \sqrt{4 + \frac{1}{81} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{4 \times 81 + 1 + 4 \times 9}{81}} = \sqrt{\frac{۳۷۱}{81}} = \frac{\sqrt{۳۷۱}}{\sqrt{81}} = \frac{۱۹}{9}$$

$$۵) (\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \\ - \sqrt{3} \times \sqrt{3} = ۶ - \sqrt{6} + ۳\sqrt{6} - ۳ \\ = ۳ + ۲\sqrt{6}$$

گویا کردن مخرج کسرها

گاهی اوقات برای ساده کردن یک عبارت رادیکالی یا آسان‌تر کردن محاسبات، لازم است مخرج یک کسر را از حالت رادیکالی خارج کنیم؛ به‌طور مثال برای محاسبه $\frac{20}{\sqrt{2}}$ باید عدد ۲۰ را بر $\sqrt{2}$ تقسیم کنیم؛ در حالی که می‌توانیم مخرج کسر را به‌صورت زیر گویا کنیم:

$$\frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$

فعالیت

توضیح دهید که مخرج هر یک از کسرهای زیر چگونه گویا شده است. هر جا لازم است، راه‌حل را کامل کنید.

$$الف) \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$ب) \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$ج) \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$د) \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{14}}{2} = \sqrt{14}$$

$$هـ) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2x}}{x} \quad (x > 0)$$

$$و) \frac{5}{\sqrt{z^2}} = \frac{5}{\sqrt{z^2}} \times \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{z}} = \frac{5\sqrt{z}}{z} \quad (z \neq 0)$$

می‌تونی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافی‌ه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

مخرج کسرها را گویا کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad \frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt{2^3}} &= \frac{6\sqrt{2^3}}{2} = 3\sqrt{2^3} & \text{ب)} \quad \frac{2}{\sqrt{32}} &= \frac{2}{4\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \\ \text{ج)} \quad \frac{12}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}} &= \frac{12\sqrt{4}}{4} = 2\sqrt{4} & \text{د)} \quad \frac{5}{\sqrt{3x}} \times \frac{\sqrt{(3x)^2}}{\sqrt{(3x)^2}} &= \frac{5\sqrt{9x^2}}{3x} \end{aligned}$$

(x ≠ 0)

تمرین

۱- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

الف) $2\sqrt{50} + \sqrt{32} + 2\sqrt{72}$ ج) $\sqrt{27^2}$ د) $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{10} + \sqrt{2})$

ب) $\sqrt{8} + \sqrt{128} - \sqrt{50}$ د) $\sqrt{\frac{-27}{64}}$ د) $2\sqrt{48} - 3\sqrt{27}$

الف) $2\sqrt{50} + \sqrt{32} + 2\sqrt{72} = 2\sqrt{25 \times 2} + \sqrt{16 \times 2} + 2\sqrt{36 \times 2}$
 $= 10\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$

ب) $\sqrt{8} + \sqrt{128} - \sqrt{50} = \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{64 \times 2} - \sqrt{25 \times 2}$
 $= 2\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

ج) $\sqrt{27^2} = \sqrt{(3^3)^2} = \sqrt{3^6} = 3^3 = 9$

د) $\sqrt{\frac{-27}{64}} = \frac{-\sqrt{27}}{\sqrt{64}} = -\frac{3}{4}$

د) $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{10} + \sqrt{2}) = \sqrt{2} \times \sqrt{10} + \sqrt{2} \times \sqrt{2} - \sqrt{5} \times \sqrt{10}$
 $= \sqrt{20} + 2 - \sqrt{50} = 2\sqrt{5} + 2 - 5\sqrt{2} - \sqrt{10}$

د) $2\sqrt{48} - 3\sqrt{27} = 2\sqrt{16 \times 3} - 3\sqrt{9 \times 3} = 4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$

۲- اگر $x < 0$ باشد، حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$2\sqrt{x^2} - x$

$2\sqrt{x^2} - x = 2|x| - x \stackrel{x < 0}{=} 2(-x) - x = -2x - x = -3x$

می‌تونی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

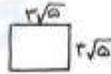
معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۲- محیط و مساحت مربعی به ضلع $3\sqrt{5}$ سانتی متر را بدست

آورید.

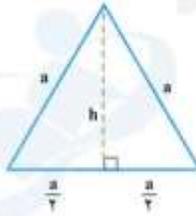


روش ۱: $\text{مساحت} = \text{ضلع} \times \text{ضلع}$

$$S = 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 9 \times 5 = 45$$

روش ۲: $\text{محیط} = \text{ضلع} \times 4$

$$P = 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$$



۴- شکل مقابل یک مثلث متساوی الاضلاع را به ضلع a نشان

می دهد. اندازه ارتفاع h را بر حسب a بدست آورید؛ سپس مساحت

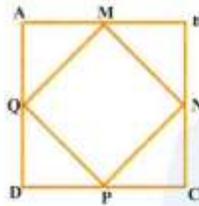
آن را بر حسب a بنویسید.

با رابطه فیثاغورس داریم:

$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow a^2 - \frac{a^2}{4} = h^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}a^2 = h^2 \Rightarrow h = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$S = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{ضلع}}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a \times a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

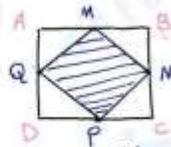


۵- نقاط M, N, P, Q وسط های اضلاع مربع $ABCD$

هستند. اگر مساحت مربع $ABCD$ ، 100 متر مربع باشد، محیط مربع

$MNPQ$ چقدر است؟

۷۶



روش اول:

ابتدا طول ضلع مربع $ABCD$ را می یابیم: $\sqrt{100} = 10$

بنابراین $MB = BN = 5$ حال طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$MN^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50 \Rightarrow MN = \sqrt{50}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت } MNPQ = (\sqrt{50})^2 = 50$$

روش دوم:

ابتدا طول ضلع مربع $ABCD$ را می یابیم: $\sqrt{100} = 10$

طول ضلع بیست آهه همان طول قطر مربع (لوزی) $MNPQ$ است. حال

حال طبق فرمول مساحت لوزی داریم:

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{10 \times 10}{2} = 50$$

می تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

۶- در جاهای خالی علامت < یا > بگذارید: انتخاب آنلاین معلم خصوصی

$$\sqrt{5} + \sqrt{4} \ominus \sqrt{5+4} = \sqrt{4} = 2 \quad \ominus \quad \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} \ominus \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} \quad \ominus \quad \sqrt{4} = \sqrt{3^2+4^2} \ominus 5$$

۷- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید:

$$\sqrt{16} = 4 \quad \text{د) } \sqrt{8} = 2 \quad \text{ج) } \sqrt{9} = 3 \quad \text{ب) } 2\sqrt{9} = 6 \quad \text{الف) } \sqrt{100} = 10$$

$$\text{ا) } \frac{3^5}{2^5} = \sqrt{64} \quad \text{و) } \frac{(\sqrt{12})^2}{4 \times 3^2} = 3 \quad \text{ز) } \frac{m^6 \times m^{-2}}{m^5} = m \quad \text{ح) } 9\sqrt{-27} = \frac{27}{(-4)^3}$$

۸- مخرج کسره‌های زیر را گویا کنید.

$$\text{الف) } \frac{5}{2\sqrt{3}} \quad \text{ب) } \frac{2}{\sqrt{a^2}} \quad \text{ج) } \frac{2}{\sqrt{7}}$$

$$\text{الف) } \frac{5}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{ب) } \frac{2}{\sqrt{a^2}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{a}$$

$$\text{ج) } \frac{2}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$

۹- آیا تساوی $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$ همیشه درست است؟ توضیح دهید.

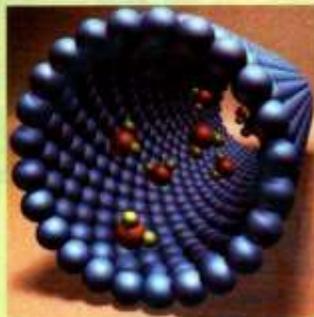
الف) تساوی همیشه درست است. ب) تساوی همیشه نادرست است. ج) اگر $x \geq 0$ ، تساوی درست است.

الف) نادرست. اعداد منفی را نمی‌توانیم به جای x قرار دهیم.

ب) نادرست. اعداد نامنفی را نمی‌توانیم به جای x قرار دهیم.

ج) درست است.

خوانندگی



فناوری نانو مجموعه‌ای از فرایندهای تفکیک، ادغام و تشکیل مواد در حد یک اتم یا مولکول است. یک نانومتر برابر 10^{-9} متر؛ یعنی صدهزار برابر از قطر موی سر انسان کوچک‌تر است. کشور عزیز ما ایران بین ده کشور برتر در حوزه فناوری نانو قرار دارد.

می‌تونی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک



آیا می دانستید؟

اپلیکیشن استادبانک نیز با انبوهی از بهترین مطالب درسی در تقسیم بندی های مختلف و فراهم کردن نمونه سوالات و منابع آموزشی به آسانترین راه برای دانش آموزان دسترسی با ارزش برای کمک به دانش آموز در مسیر یادگیری و موفقیت است.

هم اکنون اپلیکیشن استادبانک با کامل ترین ویژگی ها قابل استفاده است و علاوه بر آن روزه روز به کاربردهای آن افزوده می شود.

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

معلم ها و اساتید توانای بسیار زیادی در سرتاسر ایران هستند که کیفیت تدریس بالایی دارند و می توانند براهتی مفاهیم درسی را به دانش آموزان و یا دانشجویان منتقل کنند و به آن ها کمک کنند تا سریعتر و بهتر دروس تحصیلی خود را آموزش ببینند.

اگر شما هم جزو اساتید و معلم های توانای شهرتان هستید، این فرصت را دارید تا با ثبت نام در سایت تدریس خصوصی استادبانک بتوانید با دانش آموزان و دانشجویان زیادی در سرتاسر ایران کلاس خصوصی داشته باشید.

سالانه بیش از 12000 دانش آموز نزدیک به 40 هزار کلاس خصوصی با اساتید استادبانک دارند. اساتید موفق استادبانک بصورت میانگین ماهانه 20 میلیون تومان درآمد از طریق کلاس های خصوصی استادبانک کسب می کنند.

در صورتیکه کیفیت تدریس شما توسط تیم دآوری و ارزیابی اساتید استادبانک تایید شود، بلافاصله پروفایل شما در سایت استادبانک فعال می شود و می توانید درخواست های شاگردانی که از شهرتان و یا سرتاسر ایران درخواست کلاس خصوصی دارند را بررسی کنید.

کلاس های استادبانک بصورت حضوری و یا آنلاین، براساس درخواست دانش آموز یا دانشجو برگزار می شود.

بعد از تایید پروفایل شما در استادبانک، شما به بخش اکادمی اساتید استادبانک دسترسی خواهید داشت که منبع عظیمی برای آموزش و یادگیری روش های جدید تدریس و همچنین نکات مهم در تعامل با دانش آموزان و نحوه برگزاری کلاس هاست.

شما می توانید همین الان با جستجوی عبارت **معلم خصوصی استادبانک** وارد سایت استادبانک شوید و با کلیک بر روی گزینه ثبت نام استاد، مراحل ثبت نام و استخدام بعنوان معلم خصوصی در استادبانک را طی کنید.

استادبانک

به جمع برترین معلمان خصوصی استادبانک بپیوندید

با تدریس خصوصی در استادبانک درآمد بالا کسب کنید

برای عضویت در استادبانک به عنوان معلم خصوصی فرم زیر را تکمیل کنید (کملا رایگان)

نام خانوادگی:

نام:

جنسیت:

تدریس وارد کنید:

شماره موبایل:

Example: 0912000XXXX

کد امنیتی:

کد بروزر یا وارد نمائید:

ثبت نام به عنوان استاد

استادبانک به عنوان بزرگترین سایت تدریس خصوصی ایران مفتخر است که:
. بهترین بستر را برای با کیفیت ترین شیوه های آموزش و تدریس فراهم کرده است.
. قطب تدریس خصوصی کشور می باشد
. شرکت های دانش بنیان از جمله پیشرو ترین شرکت ها هستند که در اقتصاد
کشور سهم عظیمی دارند و استادبانک مفتخر است که از جمله بهترین های آنهاست.
در سال ۹۶ به عنوان برترین شرکت رشد یافته در دانشگاه شریف شناخته شد.
مجموعه استادبانک از جمله معتبرترین شرکت های فضای وب ایران و به عنوان
عضو رسمی اتحادیه کسب و کارهای مجازی از قابل اعتمادترین کسب و کارهای
آنلاین است.
با فضایی کاملا آکادمیک در مرکز رشد دانشگاه شریف مستقر است.

