

استادبانک رفیع

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

وضعیت فعلی شما در درس ریاضی اصلاح مهم نیست، یک معلم خصوصی حرفه‌ای و با تجربه میتواند به شما کمک کند تا بتوانید ریاضی را برایتی یادبگیرید.

روزانه صدها دانش اموز با ثبت درخواست معلم خصوصی استادبانک میخواهند با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشند تا بتوانند ریاضی را بطور کامل یادبگیرند و در امتحانات برایتی ۲۰ بگیرند.

شما نیاز دارید تا یک معلم خصوصی حرفه‌ای و با تجربه، سبک یادگیری شما را بشناسد و براساس پتانسیل‌های ذهنی شما، ریاضی را به شما تدریس کند.

استادبانک

بزرگترین و معتمد ترین و محبوب ترین سایت معلم خصوصی در ایران است که به تمام فارسی زبانان در سرتاسر دنیا خدمات تدریس خصوصی ارائه میدهد.

معلمان متخصص تدریس خصوصی بعد از ارسال درخواست ثبت نام در استادبانک، توسط تیم ارزیابی و داوری استادبانک از نظر کیفیت تدریس و سابقه تدریس بررسی و ارزیابی میشوند و تنها در صورت داشتن معیارهای لازم، به عضویت استادبانک در می‌ایند.

استادبانک سالانه ۱۳۰۰۰ معلمان متخصص تدریس خصوصی را رد میکند و تنها ۲۱۰ استاد هستند که میتوانند معیارهای لازم برای فعالیت در استادبانک را کسب کنند.

رونده نظارت بر کیفیت تدریس اساتید بسیار سختگیرانه حتی بعد از عضویت در سامانه معلم خصوصی استادبانک نیز ادامه دارد تا تنها بهترین معلم‌های ریاضی که شاگردان از کیفیت تدریس انها رضایت کامل را دارند، با ما فعالیت کنند.

شما میتوانید برای دیدن **روزمه** بهترین اساتید ریاضی استادبانک، همین الان در گوگل عبارت **معلم خصوصی ریاضی استادبانک** را جستجو کنید و وارد سایت استادبانک و در ادامه روزمه تک تک اساتید را بهمراه قیمت هر جلسه کلاس خصوصی ریاضی را ببینید.



انتخاب آنلاین معلم خصوصی

فعالیت

متن‌های زیر را بخوانید و به سوال‌ها پاسخ دهید:

استدلال ۱- امیر و محسن برای دیدن مسابقه فوتbal به ورزشگاه رفتند. محسن به امیر گفت: «من مطمئن هستم که تیم مورد علاقه من امروز هم می‌باشد.» امیر پرسید: «چگونه با این اطمینان حرف می‌زنی؟»

محسن دلیل آورد که: «چون هر بار که به ورزشگاه رفته‌ام، تیم مورد علاقه‌ام باخته است.»

آیا دلیلی که محسن آورده است، درست است؟ جراحتی، ریاست حربی و اسلام نهایی هایی هستند و ممکن است در ارتفاعات بعده، آن قسم برقه شود.

۲- عباس یک بیسکویت مستطیل شکل با آبعاد ۴ × ۸ سانتی متر دارد. بیسکویت باقی از همان

استدلال نوع، به همان ضخامت و مربع شکل به ضلع ۶ سانتی متر است. با استفاده از دانش ریاضی خود نشان دهید که مقدار بیسکویت کدام یک بیشتر است.

استدلال ۳- دلیلی را که محسن در فعالیت ۱ برای ادعای خود اورده است، با دلیلی که شما در فعالیت ۲

اور دید مقایسه کنید. به نظر شما کدام قابل اطمینان‌تر است؟ **(دلیل ۲)**

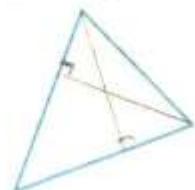
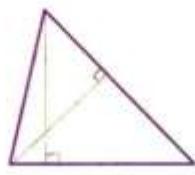
«استدلال» یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی، برای معلوم کردن

موضوعی که در ابتداء مجهول بوده است.

همان‌گونه که در این موارد مشاهده کردید، حتی در بسیاری از کارهای روزمره نیز به استدلال نیاز پیدا می‌کنیم. راه‌های متفاوتی برای استدلال کردن هست که اعتبار و قابل اعتماد بودن آنها می‌تواند یکسان نباشد. به استدلالی که موضوع مورد نظر را بدستی نتیجه بدهد، اثبات می‌گوییم.

کار در کلاس

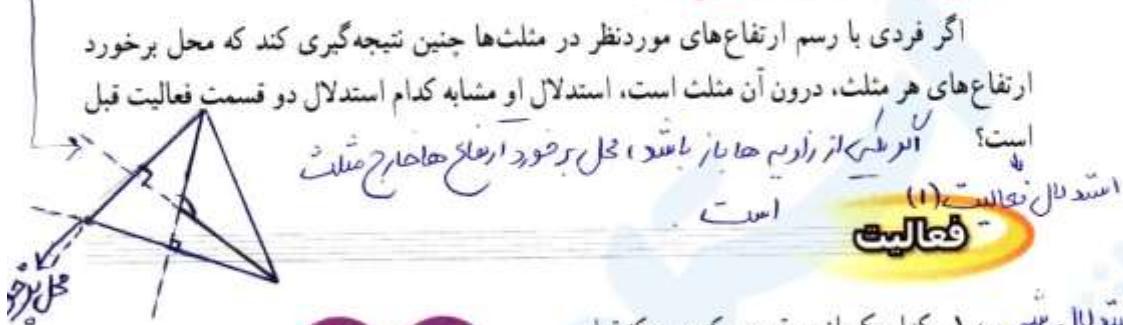
- ۱- مواردی را بازگو کنید که مانند فعالیت ۱ فردی با توجه به رویدادهای گذشته، نتیجه‌ای می‌گیرد که درست نیست. **وحن لفت** دست راستم سر خارم، پول به سلام من رسید.
- ۲- دو ارتفاع از هر یک از مثلث‌های زیر، رسم کنید:



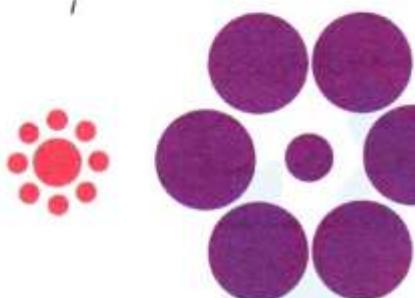
۳۳

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استدلال تمهیل آیا با این مثال ها می توان نتیجه گرفت در هر مثلث، محل برخورد هر دو ارتفاع درون مثلث است؟ همچنان که نتیجه بالا را **نقض** کند.



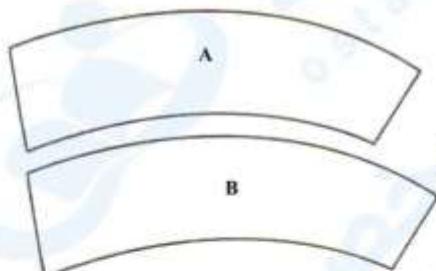
استدلال شهودی ۱- کدام یک از دو قرصی که در مرکز قرار گرفته، بزرگ‌تر است؟



(الف) با مشاهده تشخیص دهید. سلسله چیزی

(ب) یک کاغذ روی یکی از آنها قرار دهید.

دایره محیط آن قرص را پکشید و با گذاشتن تصویر کشیده شده بر شکل دیگر، اندازه آنها را با هم مقایسه کنید. با هم برابر هستند



۲- اگر قطعه‌های A و B قطعه‌هایی از شیرینی موردعلاقه شما باشد، کدام قطعه را

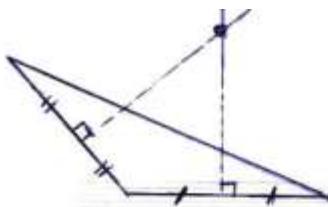
انتخاب می‌کنید؟ (قطعه بزرگ‌تر کدام است؟) قطعه B

با یک کاغذ شفاف این دو قطعه را مقایسه

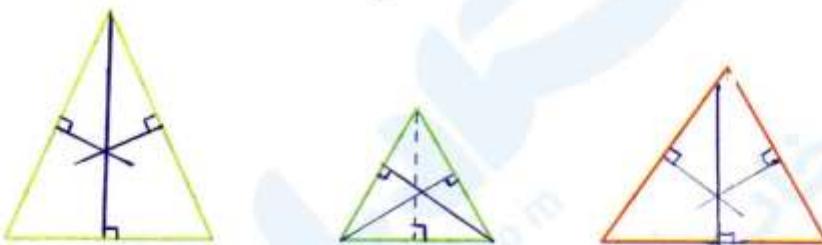
کنید؟ آیا حدس شما درست بود؟ همیر - بهم برازند.

۳- آیا مشاهده کردن یا به طور کلی استفاده از حس‌های پنج گانه برای اطمینان از درستی یک موضوع کافی است؟ جرا؟ همیر، زیرا **اعتمال خطای و خود دربر**.

هر چند به طور معمول در ریاضیات و به ویژه در هندسه استفاده از شکل، ترسیم و شهود به تشخیص راه حل‌ها و ارائه حس‌های درست کمک زیادی می‌کند، اما به تشخیصی که براساس این روش‌ها حاصل می‌گردد، نمی‌توانیم به طور کامل اطمینان کنیم.



مواردی از درس علوم (مثل آزمایش تشخیص گرما و سرمای آب) مثال بزنید که حواس ماخته می‌کند. در مورد تابعی که از این مثال‌ها می‌گیرید، با یکدیگر بحث کنید. وقتی از درون ^{اسکرین} می‌گذرد، من چشم ^{نمی‌بینم} از ^{جهت} ^{چشم} واقعی من ^{نمی‌بینم} - یا وقتی ^{در} ^{سمان} راه را ^{نمی‌بینم} ^{در} ^{ظرف} ^{نمی‌بینم} هر دو حالت در درست ^{نمی‌بینم} هستند. در این دو حالت ^{نمی‌بینم} از ^{جهت} ^{چشم} واقعی من ^{نمی‌بینم} - یا وقتی ^{در} ^{سمان} راه را ^{نمی‌بینم} ^{در} ^{ظرف} ^{نمی‌بینم} هستند.



آیا فقط با توجه به این شکل‌ها، می‌توان نتیجه گرفت که محل برخورد عمود منصف‌های هر مثلث همیشه درون مثلث قرار دارد؟ چگونه می‌توانید درستی ادعای خود را نشان دهید؟ **همیر**
 ۲- نیما و پژمان مشغول دیدن مسابقات وزنه برداری بودند. وزنه برداری می‌خواست وزنه‌ای ۱۰۰ کیلویی را بلند کند. آنها هر دو عقیده داشتند که او نمی‌تواند وزنه را بلند کند؛ برای ادعای خود استدلال‌های متفاوتی می‌کردند.

نیما: زیرا هفته پیش این وزنه بردار تمرینات بهتری انجام داده بود، با این حال نتوانست وزنه ۹۰ کیلوی را بلند کند. اسرالا سه‌هودی

پرمان: امروز دوستبه است. من بارها مسابقات این وزنه بردار را دیده‌ام. او هیچ گاه در روزهای زوج موفق نبوده است. استدلال استقرایی استدلال کدام یک قابل اعتمادتر است؟ درباره استدلال‌ها بحث کنید.

استدلال نیما - زیرا بر اساس مساهده بواسطه های وزن بردار در تمدنات قبل از تاریخ
میلاد محدود است که وزن ۱۰۰ کلویی ار ۹۰ کلویی سیستم است و با خصم هفت هزار میلیون
تضمین نمیگردد / اصل اینجا نیما بود که وزن ۱۰۰ کلویی را میتواند داشته باشد.

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۳- چون من تا به حال هیچ وقت تصادف نکرده‌ام، در سفر آینده نیز تصادف نخواهم کرد.

این استدلال مشابه کدام‌یک از استدلال‌های زیر است؟ مسابقه استدلال‌چ س باشد.

استدلال تعمیلی → (الف) چون برعی مثبت‌ها قائم‌الزاویه‌اند؛ بس مثبت‌های متساوی‌الاضلاع هم قائم‌الزاویه‌اند.

استدلال شهودی → (ب) همه فیلم‌های جنگی که تاکنون دیده‌ام، جذاب بوده‌اند. فیلمی که دیروز دیدم جذاب بود، پس فیلم جنگی بوده است.

استدلال اسناریو → (ج) چون تمام بچه‌های خاله‌های من دختر هستند، پس بچه خاله کوچکم هم که به زودی به دنیا می‌آید دختر خواهد بود.

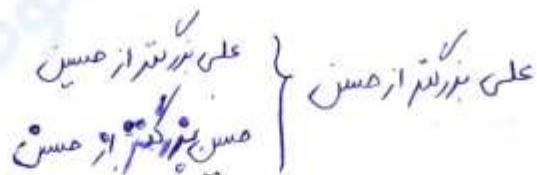
استدلال استئتمی → (د) چون همه قرض‌های مسکن خواب‌آور است، پس در این قرض‌ها ماده‌ای هست که باعث خواب‌آوردنگی می‌شود.

۴- حمید و وحید می‌دانستند که علی، حسن، حسین و باقر برادرند و علی از حسین بزرگ‌تر و حسن از باقر کوچک‌تر است و باقر از علی کوچک‌تر و حسن نیز از حسین کوچک‌تر است. هر دو نفر اعتقاد داشتند که علی از حسین بزرگ‌تر است؛ اما استدلال‌های متفاوتی می‌کردند. حمید : در تمام خانواده‌هایی که دو فرزند به نام‌های علی و حسن داشته‌اند، علی فرزند بزرگ‌تر بوده است.

وحید : چون علی از حسین بزرگ‌تر و حسن از حسین کوچک‌تر است، پس علی از حسن بزرگ‌تر است.

استدلال کدام یک درست است؟ درباره درستی استدلال‌ها بحث کنید.

استدلال وحدت درست است.

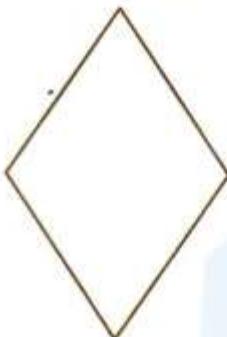


انتخاب آنلاین معلم خصوصی

درس دوم: آشنایی با اثبات در هندسه

در درس گذشته آموختید که دیدن و استفاده از حواس با ارائه مثال‌های متعدد و همچنین توجه به ابعاد ظاهری برای ایجاد اطمینان از درستی یک موضوع کفايت نمی‌کند و باید از دلیل‌های منطقی و قانع‌کننده کمک گرفت و با استدلال، درستی آن موضوع را ثابت کرد. در روند استدلالمان از اطلاعات مسئله (فرض یا داده‌ها) و حقایق و اصولی که درستی آنها از قبل برای ما معلوم شده است، برای رسیدن به خواسته مسئله (حکم) استفاده می‌کیم.

فعالیت



۱- به گفت و گوی زیر توجه کنید:

مهرداد: آیا در هر لوزی زاویه‌های رو به رو با هم برابر است؟
سعید: بله، من در یک کتاب هندسه دیدم که اثبات کرده بود در
متوازی‌الاضلاع زاویه‌های رو به رو، با هم مساوی است و لوزی هم نوعی
متوازی‌الاضلاع است.

در این مسئله و اثبات آن، فرض، حکم و استدلال را در زیر کامل کنید:

فرض: شکل لوزی است.

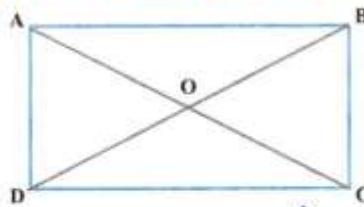
حکم: زاویه‌های رو به رو برابر است.

: استدلال

لوزی نوعی صوری‌الاصل است.	⇒	در لوزی زاویه‌های رو به رو برابرند
در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های رو به رو برابر است.		

۲- اولین اقدامی که برای اثبات انجام می‌دهیم، تشخیص فرض، حکم و واقعیت‌های مرتبط با آن مسئله است که از قبل آنها را می‌دانستیم. در مسئله زیر فرض، واقعیت‌های از قبل ثابت شده یا دانسته و حکم را به زبان ریاضی بنویسید و عبارت‌ها را کامل کنید:

انتخاب آنلاین معلم خصوصی



فرض: ABCD مستطیل است.

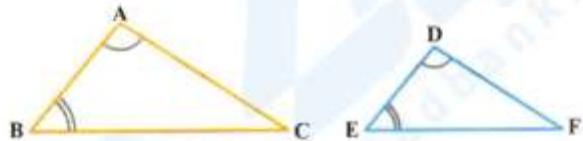
حکم: قطرهای مستطیل، مساوی است.

$$\text{فرض: } \begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \\ AB = DC, \quad AD = BC \\ AB \parallel DC, \quad AD \parallel BC \end{cases} \quad \text{حکم: } AC = DB$$

کار در کلاس

فرض و حکم را برای مستلههای زیر مشخص کنید:

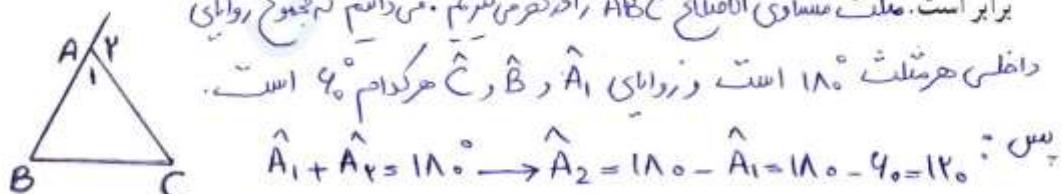
- ۱- در دو مثلث داده شده زوایای برابر در شکل مشخص شده است. ثابت کنید زاویه های سوم از دو مثلث نیز با هم برابر است.



$$\begin{array}{c} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{B} = \hat{E} \end{array} \quad \text{فرض:} \quad \begin{array}{c} \hat{C} = \hat{F} \end{array} \quad \text{حکم:}$$

- ۲- اگر در یک مثلث دو زاویه تاباً باند، ضلع رویه رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع رویه رو به زاویه کوچک‌تر.

- ۳- نشان دهید در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیرمحاور آن برابر است. مثلث متساوی الاضلاع ABC را در تصریح شرکم. من دانم لم مجموع روایی



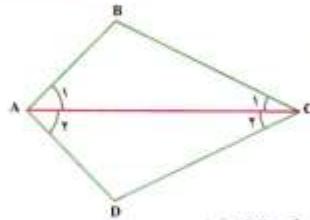
$$\text{پس: } \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \rightarrow \hat{A}_2 = 180^\circ - \hat{A}_1 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک



۱- در مسئله زیر، فرض و حکم را بنویسید و استدلال داده شده را بباید، سپس استدلال درستی برای آن بنویسید.

فرض: $\hat{A} \hat{C} \hat{B}$ هستند
حکم: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

استدلال: می‌توان \hat{A} را بجهت همنشانی \hat{A} نیز در $\triangle ABC$ نیز در $\triangle ADC$ احتد من نیز همان را در $\triangle ADC$ نیز نویسید.

$$\begin{aligned} & \text{فرض: } \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad (\text{می‌دانیم}) \\ & \text{می‌دانیم: } \hat{A} = \hat{A}_1 \quad (\text{می‌دانیم}) \\ & \text{می‌دانیم: } \hat{B} = \hat{B}_1 \quad (\text{می‌دانیم}) \\ & \text{می‌دانیم: } \hat{C} = \hat{C}_1 \quad (\text{می‌دانیم}) \\ & \text{می‌دانیم: } \hat{D} = \hat{D}_1 \quad (\text{می‌دانیم}) \end{aligned}$$

مسئله: در شکل مقابل پاره خط AC نیمساز زاویه A است و اضلاع AB و AD برابرند. ثابت کنید مثلثهای متناظر $\triangle ABC$ و $\triangle ADC$ هم‌نهشتند.

فرض: $\hat{A}C$ نیمساز \hat{A} است
حکم: $\triangle ADC \cong \triangle ABC$

استدلال: جون AC نیمساز است، داریم $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ و از طرفی $\hat{C}_1 = \hat{C}$.
در هر دو مثلث است، لذا دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ADC$ به حالت دو زاویه و ضلع میان (رز) هم‌نهشتند.

۲- مثلث زیر نیمسازی الساقین و AD نیمساز وارد بر قاعده آن است. با استدلال زیر نشان داده ایم که نیمساز وارد بر قاعده، میانه تیز می‌باشد.

$$\begin{cases} AB = AC & (\text{اضلی برابر}) \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 & (\text{نیمساز است}) \\ AD = AD & (\text{ضلع مشترک}) \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACD \Rightarrow BD = CD$$

لذا نقطه D وسط BC است و AD میانه است.

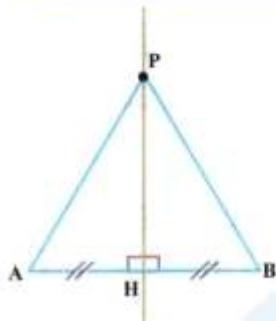
آیا در مثلث ABC می‌توان توجه گرفت که $BD = CD$ نیز میانه ضلع مقابل آن است؟ به عبارتی، آیا می‌توان خاصیت ایات شده برای نیمساز A را به نیمساز دیگر تعمیم داد؟ صیر، می‌توان $\triangle ABC$ تکمیل کرد.

۳- با استدلال زیر به سادگی می‌توان توجه گیری کرد که قطر AC از مربع $ABCD$ نیمساز زاویه‌های A و C است. جون دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ADC$ به حالت سه ضلع هم‌نهشتند و زوایای متناظر با هم برابرند؛ بنابراین $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ، $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ و لذا $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ نیمساز است.

آیا می‌توان با استدلالی مشابه، این خاصیت را به قطر دیگر تعمیم داد و گفت به طور کلی در مربع هر قطر نیمساز زاویه‌های دوسر آن قطر است؟ بله، ویرا در مجموع حقیقتی مطلع هزار زاری ها می‌شانم امید.

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۴- به نظر شما چرا در فعالیت ۲ خاصیت مورد نظر قابل تعمیم به نیمسازهای دیگر نبود؛ اما در فعالیت ۳ خاصیت مورد نظر به قطر دیگر تعمیم داده می شود؟ **برای درستی**، **مثلث ساده**، **است و خصوصیات هم مبلغ حاوزه ایون** **حاصله ای** **مربوط مسما** **بر سر** و قسمی خاصیتی را برای یک عضو از یک مجموعه ثابت کردیم، اگر تمام ویژگی هایی که در استدلال خود به کار برده ایم، در سایر عضوهای آن مجموعه نیز باشد، می توان درستی نتیجه را به همه عضوهای آن مجموعه تعمیم داد.



۵- نقطه‌ای مانند P، روی عمودمنصف پاره خط AB در نظر می‌گیریم و به دو سر پاره خط وصل می‌کنیم. چون دو مثلث AHP و BHP به حالت (ض زض) هم نهشت‌اند، نتیجه می‌گیریم پاره خط‌های PA و PB با هم برابر است.

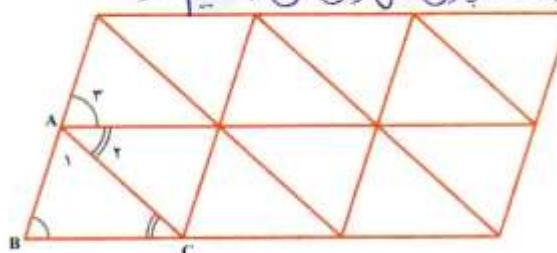
بنابراین فاصله نقطه P، که روی عمودمنصف پاره خط AB است، از دو سر پاره خط AB یکسان‌اند.

آیا این اثبات برای اینکه نتیجه بگیریم نتیجه بالا برای «هر» نقطه روی عمودمنصف برقرار است، کافی است؟ بله، چون من توان صالح نقطه P، انگیزه دارم ویرایش را اسارت نمایم. با تغییر صالح نقطه P روی کمودمنصف، سُر از هم بفرار است.

کار در کلاس

به استدلال‌هایی دقت کنید که چهار داشت آموز برای مسئله زیر آورده‌اند:
مسئله: مجموع زاویه‌های داخلی مثلث 180° است. (نادرست، چون هالت هاون هر سه مطالع استدلال حامد: حامد گفت یک مثلث متساوی الاضلاع را در نظر می‌گیریم؛ چون سه زاویه دارد و هر زاویه 60° است، مجموع زاویه‌های مثلث 180° است.

استدلال حسین: حسین چند مثلث مختلف با حالت‌های گوناگون کشید و زوایای آنها را اندازه گرفت و دید که در همه آنها مجموع زوایای داخلی برابر 180° است و نتیجه گرفت که مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است. نادرست، چون نظر توان آن را تعمیم دارد.

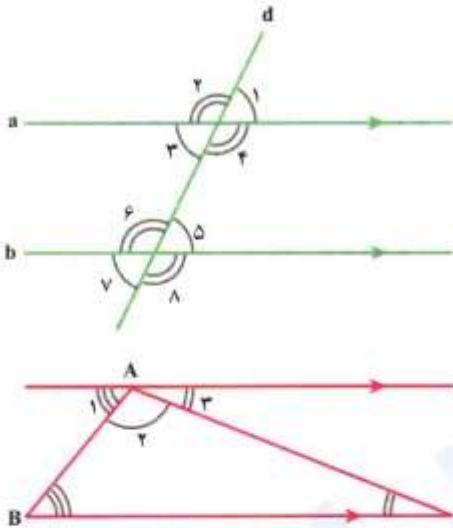


استدلال مهدی: مهدی شکل روبرو را، که از مثلث‌های هم نهشت تشکیل شده است کشید و با مشخص کردن زاویه‌های مثلث ABC مانند شکل

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استدلالی با استفاده از شکل به صورت زیر آورد:

$$\hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_2 = 180^\circ$$



استدلال اساسی استدلال رضا: رضا گفت می‌دانیم که «هر خطی که دو خط موازی را قطع کند، با آنها هشت زاویه می‌سازد که مانند شکل چهار به چهار با هم مساوی‌اند». **اما** درست

حال مثلثی دلخواه مانند $\triangle ABC$ را در نظر می‌گیریم؛ مانند شکل مقابل از رأس A خط d را موازی BC رسم می‌کنیم. سه زاویه تشکیل شده در رأس A را با شماره‌های ۱، ۲ و ۳ نشان داده‌ایم که

زاویه A_1 همان زاویه A در مثلث است و با درنظر گرفتن AB به عنوان موزب داریم: $\hat{B} = \hat{A}_1$ و با

درنظر گرفتن AC به عنوان مورب داریم: $\hat{C} = \hat{A}_2$ پس با جای‌گذاری \hat{A}_1 و \hat{A}_2 به ترتیب به جای

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

استدلال رضارا می‌توان با استفاده از نمادهای ریاضی مرتب و خلاصه کرد و بدین صورت نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} d \parallel BC \\ \text{مورب} AB \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_1 \quad \left. \begin{array}{l} d \parallel BC \\ \text{مورب} AC \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} = \hat{A}_2 \quad \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ$$

درباره معتبر بودن استدلال‌های این دانش‌آموزان بحث کنید.

فعالیت

مسئله: حمید، سعید و بهرام هر کدام مقداری بول دارند. مجموع بول‌های حمید و بهرام برابر ۵۰۰۰ تومان و مجموع بول‌های سعید و بهرام نیز برابر ۵۰۰۰ تومان است. به نظر شما بول حمید بیشتر است یا بول سعید؟ دلیل خود را توضیح دهد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{بول حمید} + \text{بول سعید} = \text{بول حمید} + \text{بول سعید} \\ ۴۱ = ۵۰۰۰ \end{array} \right\} \Rightarrow \text{بول سعید} = \text{بول سعید}$$

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

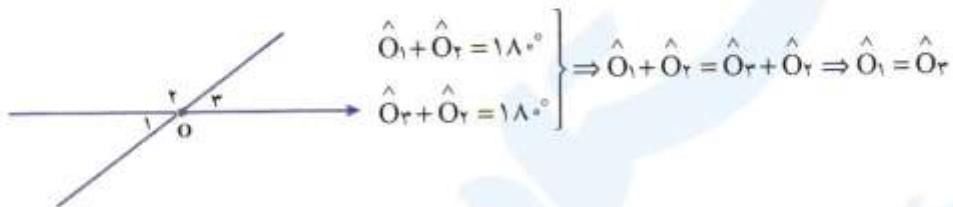
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

هر درستیم به همین باشد → می‌توان گفت اگر دریک سواری که طرسن آن از ۲ جزء سلسله است
اگریک جزء سواری با هم برابر باشد \rightarrow تمحیم می‌گیریم جزو دو جزو سواری نیز برابر باشد

بین استدلالی که برای مسئله قبل و مسئله بعدی هست، جه شباختی می‌بینید؟

مسئله: نشان دهید زاویه‌های متقابل به رأس با هم برابرند.

فرض کیم O_1 و O_2 مانند شکل زیر متقابل به رأس باشد، داریم:



تمرین

۱- آیا اثبات مسئله زیر معتبر است؟ برای پاسخ خود دلیل پیاوید. هیچ چیز فقط بـهـلـاتـ هـاضـمـ رـاـتـقـرـبـتـ وـاـسـمـ هـمـ مـثـلـتـ هـاـ مـتـسـارـیـ (اـفـتـالـ) مـسـلـهـ: در هـرـ مـلـتـ، انـداـزـهـ زـاوـیـ خـارـجـیـ باـ مـجـمـعـ رـاـخـارـدـ. انـداـزـهـهـایـ دـوـ زـاوـیـ دـاخـلـیـ غـیرـمـجاـوـرـ باـ آـنـ بـرـاـبـرـ است.

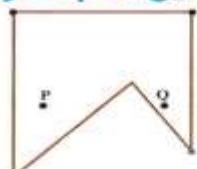
اثبات: مثلث متساوی الاضلاع ABC را در نظر می‌گیریم. می‌دانیم که مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است و زوایای A_1 و B_1 و C_1 هر کدام 60° است؛ بنابراین

$$A_1 + A_2 = 180^\circ \rightarrow A_2 = 180^\circ - A_1 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

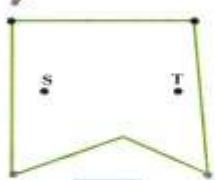
$$B_1 + C_1 = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \quad \Rightarrow \quad A_2 = B_1 + C_1$$

۲- در سال گذشته با تعریف چند ضلعی‌های محدب آشنا شدید. تعریف چندضلعی محدب را می‌توان بدین صورت هم آورد: «یک چندضلعی محدب است: اگر هر پاره خطی که دو نقطه دلخواه درون آن چندضلعی را بهم وصل می‌کند، به طور کامل درون آن چندضلعی قرار بگیرد.» هر ضلعی که محدب نباشد، مقعر است. آیا تشخیص‌های سه دانش‌آموز در مورد محدب و مقعر بودن چندضلعی‌های زیر و دلایلی که ارائه کرده‌اند، با توجه به تعریف بالا درست است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

انتخاب آنلاین معلم خصوصی



نرگس: چند ضلعی مقابل محدب نیست؛ زیرا نقاط P و Q درون آن قرار دارد اما پاره خطی که آنها را بهم وصل می‌کند، به طور کامل در آن قرار نمی‌گیرد. ✓



مهدهیه: چند ضلعی مقابل محدب است؛ زیرا نقاط T و S درون آن قرار دارد و پاره خطی که آنها را بهم وصل می‌کند، نیز به طور کامل در آن قرار دارد. ✗ - نحو شود حکم نظر را ثابت نمود و این حاوله نادیده محسوب نمی‌شود

مریم: چند ضلعی مقابل محدب است؛ زیرا نقاط M و N درون آن

قرار دارد و پاره خطی که آنها را بهم وصل می‌کند، نیز به طور کامل در آن قرار دارد. ✗ - بخت است نویسم هر دفعه دلخواه درون شغل درنظر نمی‌گیرم پاره خطی که آن سه بظیر مامل ۳- آیا استدلال های زیر درست است؟ پاسخ خود را توضیح دهد.

✗ (الف) هر مستطیل یک متوازی الاضلاع است. $\left\{ \begin{array}{l} \text{چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.} \\ \text{برای مستطیل بروز بازی سرطح داشتن را بین های عالیم سیر داشت} \end{array} \right.$

✗ (ب) در هر مربع، ضلع ها با هم برابرند. $\left\{ \begin{array}{l} \text{همه ضلع های ABCD برابر نیستند.} \\ \text{برای ABCD لزومی باشد پا اینم صریع سیسته اسانچه عالیم بادیم برای جستجو} \end{array} \right.$

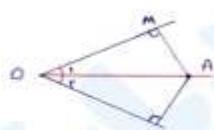
✗ (ج) در هر مربع، ضلع ها با هم برابرند. $\left\{ \begin{array}{l} \text{برای چهارضلعی ABCD ضلع ها برابر نیستند.} \\ \text{برای این سرطح مربع بروز داشتن افلاط متساوی است.} \end{array} \right.$

۴- ثابت کنید هر نقطه که روی نیمسازگاویه قرار دارد، از دو صفحه آن زاویه به یک فاصله است.

یادآوری: فاصله یک نقطه از یک خط برابر است با طول پاره خطی که از آن نقطه بر خط عمود می‌شود.

راهنمایی: یک زاویه دلخواه بگذید و نیمساز آن را رسم، و یک نقطه روی این نیمساز مشخص کنید. ثابت کنید فاصله این نقطه از دو صفحه زاویه با هم برابر است و سپس دلیل آن را که این نتیجه برای همه نقاط روی نیمساز درست است، بیان کنید.

۴۳



$$\text{میسر رایم } \hat{\alpha} = \text{میسر رایم } \hat{\beta}$$

$$AM = AN$$

$$\begin{aligned} & \text{میسر رایم } \hat{\alpha} = \text{میسر رایم } \hat{\beta} \\ & OA = OA \quad \text{ترابع بازیم} \quad \text{وتر مستقیم} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \triangle OAM \cong \triangle OAN \Rightarrow AM = AN$$

بلطفه همیشگیم تا میسر رایم بازیم بروی نیمساز و بین نیمسازیان میسر رایم من بروی این نتیجه

را بثبات نهادیم بروی نیمساز علیم بروی

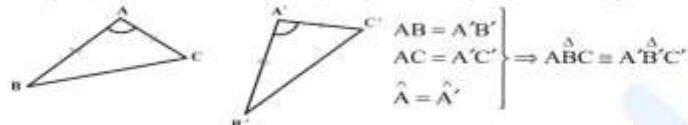
من تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

یادآوری

با مفهوم همنهشتی مثلث‌ها از سال گذشته آشنایی داردید. اکنون می‌خواهیم این حالت‌ها را با استفاده از نمادهای راضی خلاصه نویسی کنیم؛ مثلاً حالت همنهشتی (ض ز ض) را این گونه نمایش می‌دهیم:



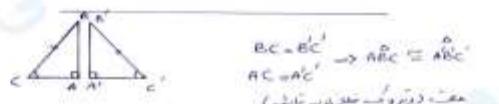
برای یادآوری، دو حالت دیگر همنهشتی مثلث‌ها و دو حالت همنهشتی ویراً مثلث‌های قائم الزاویه را به همین صورت بیان کنید.



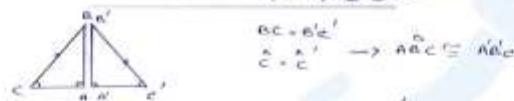
$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}BC \cong \hat{A}'B'C' \quad (\text{ض ض ض})$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}BC \cong \hat{A}'B'C' \quad (\text{زض ز})$$



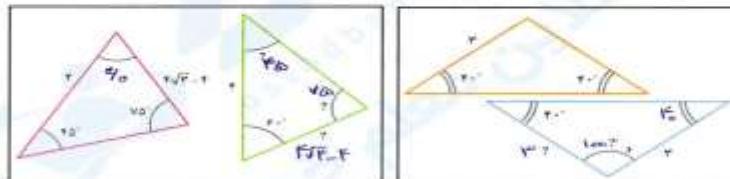
$$\begin{array}{l} BC = B'C' \Rightarrow \hat{A}BC \cong \hat{A}'B'C' \\ AC = A'C' \quad \text{محض (دسترسی سطحی داشتار)} \end{array}$$



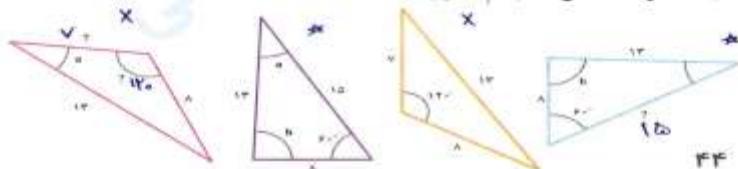
$$\begin{array}{l} BC = B'C' \\ C = C' \end{array} \Rightarrow \hat{A}BC \cong \hat{A}'B'C' \quad \text{محض (دسترسی سطحی داشتار)}$$

فعالیت

- در شکل‌های زیر، دو مثلث داخل هر کادر با یکدیگر همنهشت‌اند. اندازه پاره خطوط و زاویه‌های مجهول را روی شکل مشخص کنید:



- در شکل زیر چهار مثلث رسم شده که دو به دو با یکدیگر همنهشت‌اند. اینها مثلث‌های همنهشت را مشخص کنید و بیس اندازه‌های مجهول را که با هم مشخص شده، تعیین نمایید (زاویه‌های که با یک حرف مشخص شده با هم مساوی است).



می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک

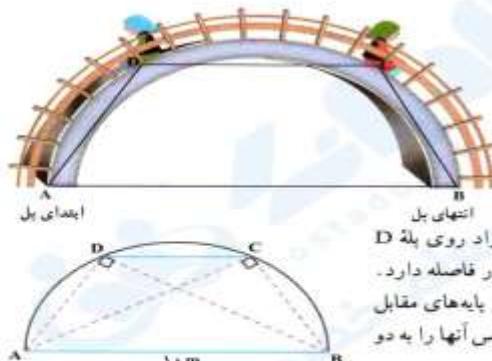
انتخاب آنلاین معلم خصوصی



مثال: با رحلهای فرآنی، هنماً آشناشی دارید. در نمونه‌ای از آنها دو لایه جویی آن از سمت پکدیگر گذشته است. می‌خواهیم تسان دهیم که این تکه‌گاه در هر وضعیتی که باشد، مطابق شکل، همواره قابلة دو لایه کناری آن در دو طرف با هم برابر است. به زبان ریاضی، یعنی در شکل زیر، فرض مطله این است: $OC = OD$ و $OA = OB$ (چرا؟) و حکم این است: این است: $\angle OAD = \angle OBC$ (چرا؟)، پس مثلاً $AD = BC$ و $\triangle OBC \cong \triangle OAD$ هم‌نهشت هستند و از آنجا درستی حکم بدست می‌آید؛ یعنی:

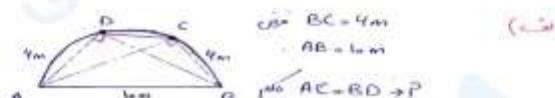
$$\left. \begin{array}{l} \text{ترمیم } \triangle OAD \text{ با } OA = OB \\ \text{ترمیم } \triangle OBC \text{ با } OC = OD \\ \text{چون متعادل هستند، اسلا } \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OBC \cong \triangle OAD \Rightarrow AD = BC$$

مثال



در تزیینی منزل ترانده شهرزاد، بوستانی هست که در آن یک بل فلزی به شکل نم‌دایره وجود دارد بجهدها برای بازی از پله‌های آن بالا می‌روند. می‌دانیم فاصله ابتدای بل (نقطه A) از انتهای آن (نقطه B) ۱۰ متر است. ترانه روی بل C نشته است که از انتهای بل ۶ متر فاصله دارد ($BC = 6$) و شهرزاد روی بل D نشته است که از ابتدای بل معن مقدار فاصله دارد. آنها حده می‌زنند که باید فاصله‌شان از پله‌های مقابل برابر باشد؛ یعنی $AC = BD$. درستی حده آنها را به دو روش ثابت کنید.

۴۵



با توجه قاعده عبارتی مولح دو مثلث $\triangle ABC$ مدارم:

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 \quad 100 = AC^2 + 36 \quad \rightarrow \quad AC^2 = 64 \quad \rightarrow \quad AC = 8$$

فرستاده: $\triangle ADB$

$$AB^2 = BD^2 + DA^2 \quad 100 = BD^2 + 36 \quad \rightarrow \quad BD = 8$$

با توجه قاعده عبارتی مولح دو مثلث $\triangle ABD$ مدارم:

$$\begin{aligned} AB &= AB = 10 \quad \text{ما در قاعده مداری} \\ AD &= BC = 4 \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} AD = BC \\ AB = AB \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right. \\ AC &= BD \quad \text{ما در قاعده عبارتی مولح دو مثلث} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACB \Rightarrow AC = BD$$

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

- ا) نشان دهید زاویه های \hat{C} و \hat{D} در شکل، قائم است. طول های AC و BD را به کمک قضیه فیثاغورس محاسبه کنید و نشان دهید: $AC=BD$**
- ب) به کمک همنهشتی مثلث های ACB و ADB ، نشان دهید $.AC=BD$**

فعالیت
با هم برابر باشیم.

در شکل مقابل $ABCD$ لوزی است و نقطه های M و N وسط های اضلاع CD و CB هستند. می خواهیم نشان دهیم

۱- با توجه به ویژگی های لوزی، تساوی های زیر را کامل کنید:

فرض $\left\{ \begin{array}{l} AD = AB = DC = BC, BN = NC \\ \hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}, DM = MC \end{array} \right.$

حكم $\triangle ADM \cong \triangle ABN$

۲- با توجه به نتیجه قسمت (۱) و تساوی های قسمت اول، ثابت کنید مثلث های ADM و ABN همنهشتند. (ضرض)

۳- حال با توجه به همنهشتی دو مثلث ADM و ABN ، اجزای متناظر آنها را بنویسید.
 $AM = AN$ $\hat{M}_1 = \hat{N}_1$ $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ \triangle هون در سلسله مدلات من هم همکنیت حسنه اجزای متناظر آن هم برابرند.

کار در کلاس
متوازی الاضلاع: چهارضلعی که اضلاع های رو به رو موارد

می خواهیم ثابت کنیم که در هر متوازی الاضلاع، مانند شکل رو به رو، اضلاع های مقابل، همواره باهم برابرند. مفروضات و داده های مسئله چیست؟ تمام آنها را بنویسید؛ حکم مسئله چیست؟ نظر دورانش آموز را درباره این مسئله بینید و به سوال های مطرح شده پاسخ دهید.

فرض: $AB \parallel DC$

$AD \parallel BC$

حکم: $AB = DC$

$AD = BC$

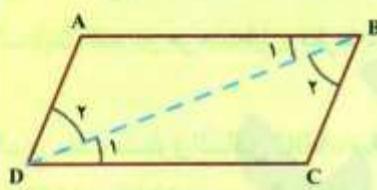
۴۶

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

شبتم : می‌دانیم که در تعریف متوازی‌الاضلاع، برابری ضلع‌های رو به رو آورده شده است. علاوه بر آن با اندازه‌گیری هم می‌توانیم این موضوع را نشان دهیم.

شهرزاد : معلوم است که ضلع‌های رو به رو با هم مساوی است؛ با جسم هم می‌توان دید!

- آیا می‌توانیم در حل مسائل هندسه فقط به چشم‌هایمان اعتماد کنیم؟ چرا؟ خیر، زیرا احتمال خطأ وجود طرز
- به تعریف متوازی‌الاضلاع در کتاب سال گذشته مراجعه کنید. آیا برابری اضلاع مقابل در این تعریف وجود داشت؟ آیا اگر با اندازه‌گیری اضلاع مقابل، برابری آنها را بیینیم، درستی حکم را ثابت کردایم؟ چرا؟ خیر، زیرا در اثبات زیری نظر احتمال خطأ وجود ندارد.



ترانه : به نظر من باید دو مثلث هم نهشت
بیایم و با اثبات هم نهشتی آنها به برابری اضلاع
مقابل در متوازی‌الاضلاع برسیم؛ اما در شکل
دو مثلث نداریم، پس با اضافه کردن یک خط،
عنی یکی از قطرها، دو مثلث ایجاد می‌کنیم.

اثبات را به صورت زیر کامل کنید :

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD, \quad BD = \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ AD \parallel BC, \quad BD = \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \triangle ABD \cong \triangle CBD \\ (\text{ازض زض}) \\ (\text{ضلع مشترک}) \end{array}$$

با توجه به هم نهشتی دو مثلث ABD و CBD، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

دیدیم که $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$ است؛ بنابراین داریم :

$AB = \hat{B}_2 = \hat{D}_2$ است؛ بنابراین داریم :

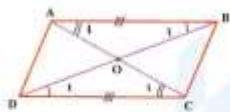
- چرا برای اثبات هم نهشتی مثلث‌های ایجاد شده، نمی‌توانیم از حالت‌های (ض زض) و (ض ض) استفاده کنیم؟ پون مساوی بودن اضلاع دهندر می‌باشد سرمه خواهد آمد.
- با توجه به مباحثت درس قبل (هندسه و استدلال) بگویید آیا می‌توانستیم همین نتیجه را با رسم

قطر AC به دست آوریم؟ بلم \textcircled{b}

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

- از همه نهشنس مثلاً های ایجاد شده در متوازی الاضلاع بجز برای ضلع های مقابل، نتیجه دیگری هم درباره زاویه های متوازی الاضلاع بدست می آید؛ این شیوه را بنویسید.
- در هر متوازی الاضلاع $\angle A = \angle C$ ، $\angle B = \angle D$ ، $AB = CD$ و $AD = BC$ مساوی است.

تمرین



- ۱- ثابت کنید فقره های هر متوازی الاضلاع بکجاگر را نصف من کنم، یعنی در شکل مقابل شان دهد: $OB = OD$ و $OA = OC$.

- ۲- ثابت کنید در هر مستطیل، فقره های بکجاگر برابرند. (مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است)

- ۳- در مثلث متساوی الساقین ABC، میله AM را رسم کرد ام، مثلاً $\angle A = \angle C$ و $AB = AC$ به حالی همراه است اند از جراحت نیمساز زاویه A است. هرچهار BC بر عمود است؟

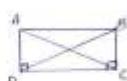


مثلث ABCD معرف

$OB = OC$ معلوم
 $OB = OD$ معلوم

$$\left. \begin{array}{l} AB = DC \\ \text{سازمانهای طبقه بندی شده اند} \\ A = C \\ B = D \\ \text{مطابق باز و برابر بودن زوایای متقابل} \\ \text{مطابق باز و برابر بودن طرفهای متقابل} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \angle A = \angle C \\ \angle B = \angle D \end{array} \quad (\text{نیز})$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} OA = OC \\ OB = OD \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{مطابق باز و برابر بودن زوایای متقابل} \\ \text{مطابق باز و برابر بودن طرفهای متقابل} \end{array}$$



۴

مثلث ABCD معرف

$AC = BD$ معلوم

$$\left. \begin{array}{l} AB = BC \\ DC = DC \\ B = C = 90^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{مطابق باز و برابر بودن زوایای متقابل} \\ \text{مطابق باز و برابر بودن طرفهای متقابل} \\ \text{مطابق باز و برابر بودن زوایای ۹۰ درجه} \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \angle A = \angle C \\ \angle B = \angle D \end{array} \quad (\text{نیز})$$

$$\Rightarrow AC = BD$$

مستطیل، متوازی الاضلاعی است، از طرفی مجموع زوایای داخلی را با ۳۶۰ درجه نمایم.

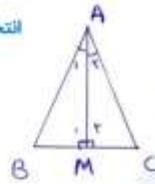
می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادباتک

استادبانک رف

انتخاب آنلاین معلم خصوصی



هرچند $\hat{A}BC$ متساوی الساقین و AM میانه

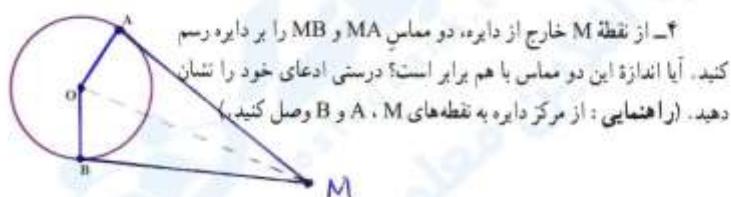
کنیم $\hat{A}MB \cong \hat{AMC}$ و \hat{A} نیساند AM پرداز

$$\left. \begin{array}{l} \text{ساق های متساوی} \\ AB = AC \\ \text{زاویه های مجاور بطبقه} \\ \hat{B} = \hat{C} \\ \text{ضلع میانه} \\ AM = AM \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(من، من)} \\ \hat{A}MB \cong \hat{AMC} \end{array}$$

پس جو سلطنت AMB و AMC هست (من، من) هم خواهد شد

و نه اخیراً سطراً باشد

$$\left. \begin{array}{l} MB = MC \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \longrightarrow \text{محدود بر } BC \text{ است} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \longrightarrow \text{محدود بر } AM \text{ است} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{من، من} \\ \hat{AMB} \cong \hat{AMC} \end{array}$$



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ OM = OM \\ \hat{A} = \hat{B} = 45^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{محدود بر } OM \\ \text{میانه} \\ \text{خط میانس دمود است.} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \hat{O}AM \cong \hat{OB}M \text{ (من، من)} \\ \longrightarrow AM = BM \\ \text{نهاد امداد} \\ \text{نهاد سطراً} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{من، من} \\ AM = BM \end{array}$$

می تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

درس چهارم: حل مسئله در هندسه

برای حل مسائل هندسی، راه حل کلی وجود ندارد؛ اما می‌توان مراحل را مشخص کرد که برای حل مسئله هندسه، توصیه می‌شود. این مراحل را در حل یک مثال کاربردی معرفی می‌کنیم.

مثال : دو روستای A و B با یک جاده خاکی مستقیم به هم وصل هستند. در آن منطقه یک جاده آسفالت ساخته شد که دو روستا در دو طرف آن واقع شد و جاده آسفالت درست از وسط جاده خاکی عبور می‌کرد. اداره راهسازی تصمیم گرفته است که از هر روستا، یک جاده آسفالت با گوناوه‌ترین فاصله ممکن تا جاده اصلی بسازد. بنابراین از روستای A یک جاده مستقیم، عمود بر این جاده اصلی و به طول چهار کیلومتر ساخته شد. برای برآورده زمینه‌های ساخت جاده دیگر از روستای B، مهندسان پیش‌بینی کرده‌اند که فاصله روستای B از جاده نیز همین مقدار است؛ یعنی $AH=BH$.

خط از نقطه H می‌گذرد / ابتدا و انتها می‌باشد و تا پیش خایت ادامه دارد.



پاره خط؛ قسمتی از خط است / هم ابتدا و انتها دارد. همچنان خط را با حرف H و انتها دشال می‌چیم و می‌توان پاره خط را از آن داشت.

قدم‌های حل مسئله

- صورت مسئله را بدقت بخوانید و مفاهیم تشکیل دهنده آن را بشناسید. در این مسئله با مفاهیمی همچون خط، پاره خط و فاصله نقطه تا خط سروکار داریم. آیا با آنها آشنایی دارید؟
- اگر مسئله فاقد شکل است، با توجه به صورت مسئله، یک شکل مناسب برای آن رسم کنید.

در اینجا شکل این مسئله را با توجه به طرح بالا رسم کنید.

(رهنمایی، برای تعمیم فاصله بکننده تا نقطه تا پاره خط، کوچه‌ترین مسافت را اسکال می‌سازد)

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۳- داده‌های مسئله (فرض) و خواسته‌های آن (حکم) را تشخیص دهید و در یک جدول بنویسید. در اینجا فرض‌های اصلی این است که M وسط AB است؛ یعنی $MA=MB$ است و AH و AH' بُر d عمودند و حکم این است :

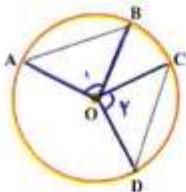
فرض	$MA=MB$	$\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ$
حکم	$AH=BH'$	

۴- برای رسیدن از فرض به حکم، راه حلی پیدا کنید. روش‌های مختلفی برای این کار هست که آنها را به مرور می‌آموزید. یکی از راه‌های اثبات برای دو پاره خط، استفاده از مثلث‌های همنهشت است. در این شکل، کدام دو مثلث، برای این منظور مناسب است؟ با توجه به فرض و حکم مسئله، اثبات را با نمادهای ریاضی کامل کنید :

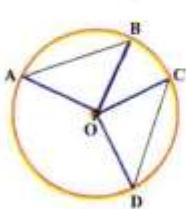
$$\left. \begin{array}{l} MA=MB \quad (\text{طبق فرض}) \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{و تو و یک زاویه حاده} \\ \Delta MHA \cong \Delta MH'B \\ \Rightarrow AH=BH' \\ \text{مغلق} \end{array}$$

(مغلق براز)

فعالیت



- ۱- در شکل مقابل وترهای AB و CD با هم مساوی‌اند. Ⓐ
نشان دهید کمان‌های \widehat{AB} و \widehat{CD} مساوی‌اند.



- ۲- در شکل مقابل کمان‌های AB و CD مساوی‌اند. نشان دهید
وترهای AB و CD با هم برابرند. Ⓑ

در یک دایره اگر دو کمان برابر باشند، وترهای نظیر آنها با هم برابرند و اگر دو وتر برابر باشند، کمان‌های نظیر آنها نیز با هم برابرند.

استاد بانک رفعت

ج

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

از دو سهرویسها به صورت زیر دارید و حل می شوند. دو سهولت

$$\triangle ODC \cong \triangle OAB$$

$$OA = OD \quad \text{سطح داری}$$

$$OB = OC \quad \text{سطح داری}$$

$$AB = CD \quad \text{نکته فرض مسئله}$$

شایع حالت

(ض = ض) شایع حالت

$$\triangle OAB \cong \triangle ODC \rightarrow \text{امرازی تصریف نظر نداریم، سه اینجا مطابقت دارد.}$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \rightarrow \text{کمال حلالی تصریف آن حالت با هم مساویند}$$

$$\rightarrow \hat{AB} = \hat{CD}$$

ج

$$\hat{AB} = \hat{CD} = \text{فرض}$$

$$AB = CD = \text{علت}$$

از دو سهرویسها به صورت زیر دارید و حل می شوند.

$$OA = OD \quad \text{سطح داری}$$

$$OB = OC \quad \text{سطح داری}$$

$$\hat{AB} = \hat{CD} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad \text{نکته فرض مسئله}$$

$$\triangle OAB \cong \triangle ODC$$

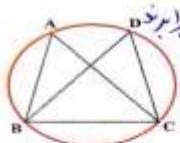
شایع حالت (ض = ض)

نکته های اصلی را بررسی کنیم: مطابق مساوی تغیر
لخته می باشد.

امرازی تصریف نظر نداریم با هم مطابقت دارد.

$$\Rightarrow AB = CD$$

کار در کلاس

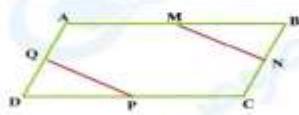


- یا هم برابر است.
در شکل مقابل می دانیم $AB = CD$
۱- جراحتهای نظم و ترتیب مساری،
 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$
۲- جاهای خالی را با عبارت های مناسب بفرمود:

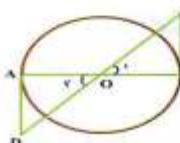
$$\begin{cases} \widehat{AB} = \widehat{CD} \\ \widehat{BC} = \widehat{DC} \\ \widehat{AB} + \widehat{BC} = \widehat{CD} + \widehat{DC} \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{DCB} = \widehat{AC} = \widehat{DB} \end{cases}$$

۳- جراحتهای نظم کمال حای مساوی، با هم برابرند.

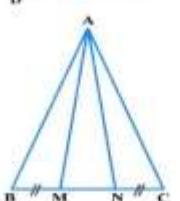
تمرین



- ۱- در شکل مقابل مغایل ABCD متوازی الاضلاع است و M و N و P و Q وسط های اضلاع متوازی الاضلاع اند، ثابت کنید: (۱۰)



- ۲- در شکل مقابل O مرکز دایره است و BC و AD بر دایره مماس اند، تسان دهید که AD و BC برابرند. (۱۱)



- ۳- در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الساقین است و M و N روی قاعده BC قرار دارند که BM = NC و نشان دهید مثلث AMN هم متساوی الساقین است. (۱۲)

۵۱

۱۰

مختص: ABCD سطوح اتساع

M و N و P و Q وسط های اتساع

۱- حکم: $MN = PQ$

$$\begin{array}{l} AB = DC \xrightarrow{\text{محل های برابر}} AB \text{ و } DC \text{ وسط } P \\ AD = BC \xrightarrow{\text{محل های برابر}} AD \text{ و } BC \text{ وسط } N \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} BM = DP \\ BN = DQ \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} BM = DP \\ BN = DQ \\ \angle B = \angle D \end{array} \right\} \triangle BMN \cong \triangle PDQ \quad (\text{من، من})$$

۲- حکم: $MN = PQ$

می توانی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک رفیع

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

$$\begin{array}{l} \text{معلم راهنمایی: } \text{فرض} \\ \text{معلم خصوصی: } \text{AD} = BC \end{array}$$

ج ۱۱

$$\text{حکم: } AD = BC$$

$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \quad \text{سطح دایره} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad \text{مغایل بیان} \\ \hat{B} = \hat{A} = 90^\circ \quad \text{سطح دیگر بیان بر} \\ \text{خط بیان عمود است} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta OAD \cong \Delta OBC \\ \text{بر اساس همسایه} \end{array}$$

$$\xrightarrow{\text{بر از ورد}} \text{اعراض سطح بیان} \rightarrow AD = BC$$

ج ۱۲

$$\text{معلم خصوصی: } ABC$$

$$BM = NC$$

$$\text{حکم: } \text{معلم خصوصی: } AMN$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \quad \text{سطح جدید ملت} \\ \hat{B} = \hat{C} \quad \text{معلم خصوصی} \\ BM = NC \quad \text{فرض مسلم} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta AMB \cong \Delta ACN \\ \text{بر اساس همسایه} \end{array}$$

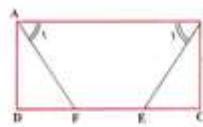
$$\xrightarrow{\text{بر از ورد}} \text{اعراض سطح بیان} \rightarrow AM = AN \rightarrow AMN$$

فرضیاتی: معلم خصوصی

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک



۴- در مستطیل $ABCD$, پاره خط های AF و BE را طوری رسم شده که در زاویه A و B برابر باشد. ثابت کنید $AF = BE$

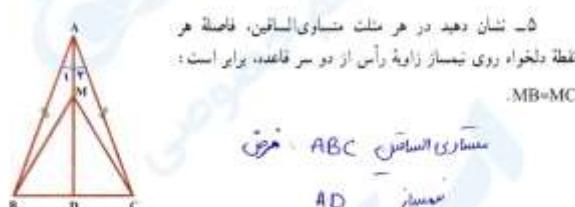
مسئلہ $ABCD$: حین

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1$$

حکم: $AF = BE$

$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \\ \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B}_1 \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \text{ممنوع مسئله} \quad \left. \begin{array}{l} \triangle ADF \cong \triangle BCE \\ \triangle (ض، ض) \end{array} \right.$$

امراز) میانظر ۱ حتم مبارزد \rightarrow $AF = BE$
 $OF = EC$



۵- نشان دهد در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه داخله روی تبعای زاید رأس از دو سر قاعده، برابر است: $MB = MC$

مساوی الساقین ABC : حین
 میان AD میان

حکم: $MB = MC$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \text{ممنوع مسئله} \\ AB = AC \\ \text{مساند} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle AMC$$

ساده حالات (من، من)

امراز) میانظر ۲ حتم
 مبارزد $\Rightarrow MB = MC$

می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

درس پنجم: شکل‌های مشابه

— در تصویرهای زیر، دو گل شبیه هم را می‌بینید. آیا هر دو گل به طور کامل مثل هم‌اند؟ **خیر**



— در تصویرهای زیر دو عکس از یک کودک را می‌بینید. تفاوت این دو تصویر در چیست؟ **هر دو لاره نیافریده اند**



— تصویرهای زیر، عکس‌هایی از میدان آزادی تهران است. کدام‌یک به برج آزادی شبیه‌تر است؟

تصویر سمت چپ



می‌توانی با بهترین معلم‌های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

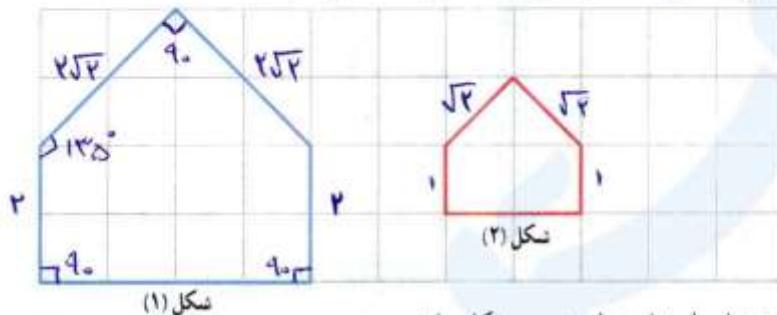
کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

فعالیت

۱- مربع های صفحه شطرنجی زیر به ضلع یک سانتی متر است :



اندازه ضلع ها و زاویه های هر دو شکل را بنویسید :

ضلع های شکل (۱) $\sqrt{2}$ برابر ضلع های متاظر دو شکل وجود دارد؟
چه رابطه ای بین زاویه های متاظر شکل (۱) و شکل (۲) است؟

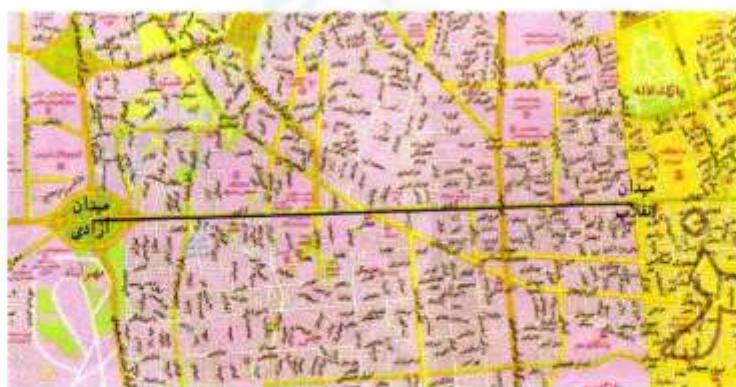
اندازه ضلع های شکل (۱) چند برابر اندازه ضلع های

شکل (۲) است؟ $\sqrt{2}$ برابر

در صفحه شطرنجی مقابل یک چند ضلعی رسم کنید
و چند ضلعی دیگری مانند آن بکشید: به طوری که اندازه
ضلع هایش $\sqrt{2}$ برابر شکل اول باشد.

۲- در تصویر زیر، نقشه قسمتی از شهر تهران را می بینید. مقیاس نقشه ۱ به $1:100,000$ است:

يعني هر یک سانتی متر روی نقشه با $100,000$ سانتی متر مقدار واقعی برابر است. فاصله دو میدان
انقلاب و آزادی را پیدا کنید.



۵۴ کیلومتر

$7 \text{ سانتی متر} = 7 \times 10^5 \text{ متر} = 700,000 \text{ متر}$

می توانی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.

کافیه تو گوگل جستجو کنی:

معلم خصوصی ریاضی استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۳- شکل زیر را با دستگاه کپی کوچک کرده ایم. عدد روی دستگاه ۵۰٪ را نشان می داد.
تصویر خروجی را شماره رسم کنید.



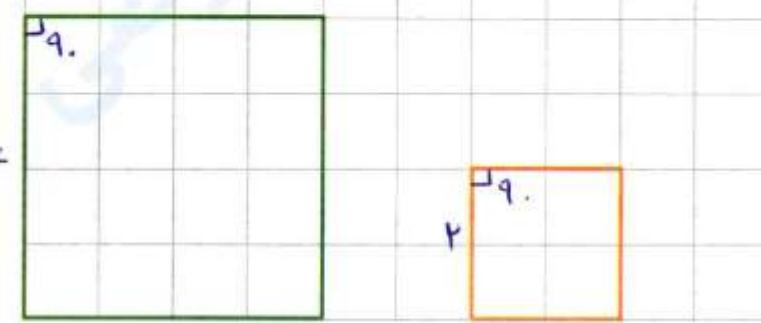
هرگاه در دو چندضلعی همه ضلعها به یک نسبت تغییر کرده باشد (کوچک یا بزرگ شده، یا بدون تغییر باشد) و اندازه زاویه ها تغییر نکرده باشد، آن دو چندضلعی با هم متشابه‌اند.

کار در کلاس

بلم

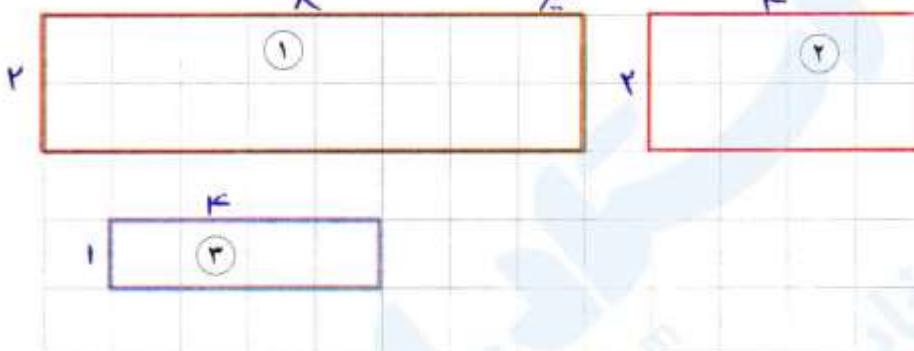
۱- آیا دو مربع زیر متشابه‌اند؟ اندازه ضلع‌ها و زاویه‌های هر کدام را بنویسید. چه رابطه‌ای بین ضلع‌ها و زاویه‌های دو شکل وجود دارد؟ ضلع‌ها برابر هستند که حیث نشود اند.

آیا می‌توان گفت هر دو مربع دلخواه با هم متشابه‌اند؟ چرا؟ بله، زیرا زوایه‌ها ماضم سرا بر بوده و ضلع‌ایم نه اضلاع مربع با هم عبارت‌سازند → می‌توان بین دو مربع دلخواه، بیشتر نسبت عبارت



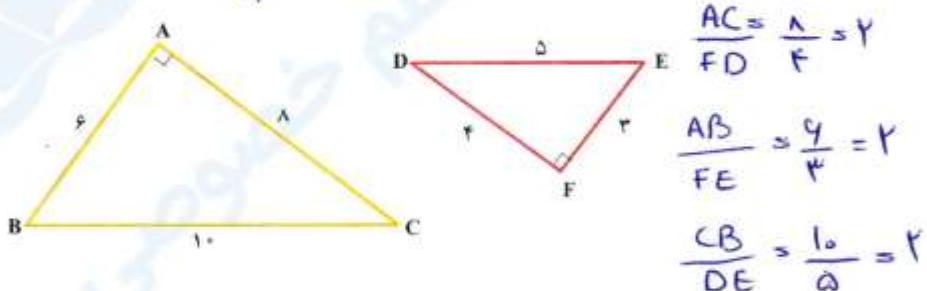
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۲- از مستطیل‌های زیر کدام با هم متشابه‌اند؟ چرا؟ سلسله (۱ و ۳) - چون ۲ بیلی نسبت درجه
آیا هر دو مستطیل دلخواه با هم متشابه‌اند؟ **نائزد شش دلخواه**



فعالیت

دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند. ضلع‌های متناظر و زاویه‌های متناظر را همنگ کنید. نسبت ضلع‌های متناظر را بنویسید. آیا سه کسر برابر به دست آمد؟ بله

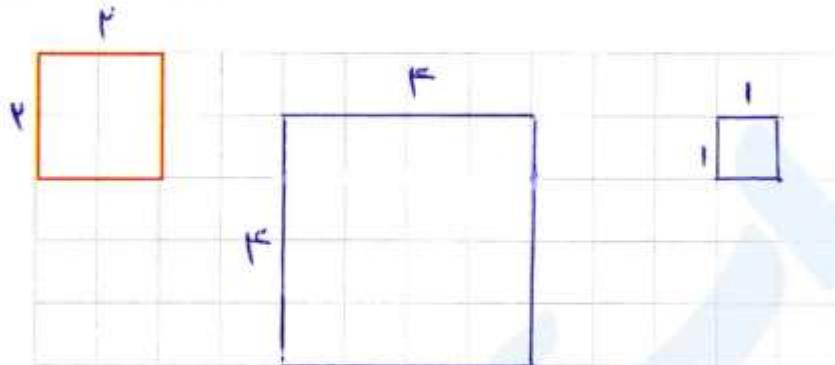


به نسبت دو ضلع متناظر در دو شکل متشابه، نسبت تشابه می‌گویند.

کار در کلاس

۱- با توجه به مریع صفحه بعد، مریع دیگری رسم کنید؛ به گونه‌ای که نسبت تشابه دو مریع $\frac{1}{2}$ باشد. این سوال چند پاسخ دارد؟ چرا؟

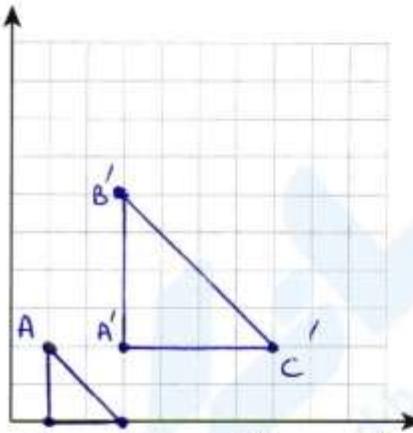
انتخاب آنلاین معلم خصوصی



۲- در صفحه مختصات، نقاط زیر را پیدا کنید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{ مثلث } ABC$$

$$A' = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{ مثلث } A'B'C'$$



طول ضلع های دو مثلث را بتوسید و تشابه آنها را بررسی کنید، در صورت متشابه بودن، نسبت تشابه را پیدا کنید.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad \frac{AC}{B'C'} = \frac{\sqrt{13}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{A'C'} = \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{1}{2}$$

تمرین

۱- آیا هر دو شکل هم نهشت با هم، متشابه نیز هستند؟ بل

در صورت متشابه بودن نسبت تشابه چند است؟ نسبت تشابه، بیک است.

۲- آیا هر دو لوزی متشابه اند؟ چرا؟ **خیر**، زیرا **تسنی** به راریم حای لوزی دارد.

۳- در یک نقشه، مقیاس $200:1$ است. فاصله دو نقطه روی نقشه $\frac{3}{5}$ سانتی متر است. فاصله

$$\frac{1}{200} = \frac{3/5}{x} \Rightarrow x = 3,5 \text{ کم}$$

۴- آیا هر دو مثلث متساوی الاضلاع متشابه اند؟ چرا؟ **بل**، سوی راریم ضلع های ماقم برابرند و بیک نسبت

۵- آیا هر دو مثلث متساوی الساقین متشابه اند؟ چرا؟ **خیر**، سلسه سری راریم راس مثلث متساوی الساقین داشتند.

۶- مثلث ABC به ضلع های ۴ و ۵ و ۸ با مثلث DEF به ضلع $1-x$ و $1+x$ و 7 باهم متشابه اند

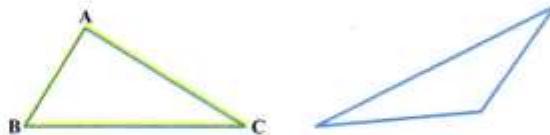
(اندازه ضلع های مثلث ها، از کوچک به بزرگ نوشته شده است) مقدار x را پیدا کنید.

$$\frac{4}{5} = \frac{1-x}{1+x} = \frac{8}{7} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{1}{1+x} \Rightarrow x = 9$$

$$\begin{aligned} x-1 &= 8 \\ x+7 &= 14 \end{aligned}$$

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۷- کدام مثلث با مثلث ABC متشابه است؟

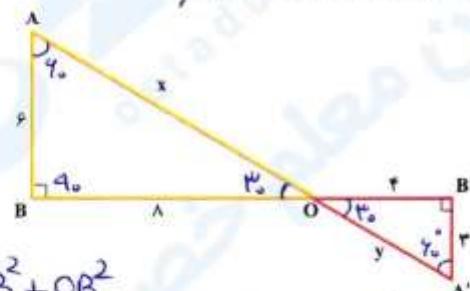


۸- در شکل زیر

(الف) مقادیر x و y را باید (به کمک قضیه فیناغورس)

(ب) اندازه زاویه های A و A' چند درجه است؟

(ج) آیا دو مثلث ABO و $A'B'O$ متشابه‌اند؟ جراحت



(الف)

$$\text{قسم ساختمان} : x^2 = AB^2 + OB^2$$

$$x^2 = 4^2 + 4^2 \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$$

$$y^2 = OB'^2 + A'B'^2$$

$$y^2 = 4^2 + 2^2 \rightarrow y = 2\sqrt{5}$$

$$(ب) 90 + 30 = 120 \rightarrow 180 - 120 = 60^\circ = \hat{A}$$

$$\frac{OB}{OB'} = \frac{4}{2} = 2$$

ستاره

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\hat{A} = \hat{A}' = 45^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{B}' = 90^\circ$$

$\triangle OAB \cong \triangle OAB'$



آیا می دانستید؟

اپلیکیشن استادبانک نیز با اینبوهی از بهترین مطالب درسی در تقسیم بندی های مختلف و فراهم کردن نمونه سوالات و منابع آموزشی به آسانترین راه برای دانش آموزان دستیاری بالارزش برای کمک به دانش آموز در مسیر یادگیری و موفقیت است.

هم اکنون اپلیکیشن استادبانک با کامل ترین ویژگی ها قابل استفاده است و علاوه بر آن روزبه روز به کاربردهای آن افزوده می شود.

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

معلم ها و اساتید تووانای بسیار زیادی در سرتاسر ایران هستند که کیفیت تدریس بالایی دارند و می توانند براحتی مفاهیم درسی را به دانش آموزان و یا دانشجویان منتقل کنند و به آن ها کمک کنند تا سریعتر و بهتر دروس تحصیلی خود را آموخت بینند.

اگر شما هم جزو اساتید و معلم های تووانای شهرت ان هستید، این فرصت را دارید تا با ثبت نام در سایت تدریس خصوصی استادبانک بتوانید با دانش آموزان و دانشجویان زیادی در سرتاسر ایران کلاس خصوصی داشته باشید.

سالانه بیش از 12000 دانش آموز نزدیک به 40 هزار کلاس خصوصی با اساتید استادبانک دارند. اساتید موفق استادبانک بصورت میانگین ماهانه 20 میلیون تومان درآمد از طریق کلاس های خصوصی استادبانک کسب می کنند.

در صورتیکه کیفیت تدریس شما توسط تیم داوری و ارزیابی اساتید استادبانک تایید شود، بلاعفه پروفایل شما در سایت استادبانک فعال می شود و می توانید درخواست های شاگردانی که از شهرت ان و یا سرتاسر ایران درخواست کلاس خصوصی دارند را بررسی کنید.

کلاس های استادبانک بصورت حضوری و یا آنلاین، براساس درخواست دانش آموز یا دانشجو برگزار می شود.

بعد از تایید پروفایل شما در استادبانک، شما به بخش اکادمی اساتید استادبانک دسترسی خواهد داشت که منع عظیمی برای اموزش و یادگیری روش های جدید تدریس و همچنین نکات مهم در تعامل با دانش آموزان و نحوه برگزاری کلاس هاست.

شما می توانید همین الان با جستجوی عبارت معلم خصوصی استادبانک وارد سایت استادبانک شوید و با کلیک بر روی گزینه ثبت نام استاد، مراحل ثبت نام و استخدام بعنوان معلم خصوصی در استادبانک را طی کنید.

استادبانک

به جمع برترین معلمان خصوصی استادبانک پیوندید

با تدریس خصوصی در استادبانک درآمد بالا کسب کنید

برای ضمیمه در استادبانک به عنوان معلم خصوصی فرم زیر را تکمیل کنید. (کلمه ریگان)

نام: نام خانوادگی: نام:

نام: نام: نام: نام:

<div data-bbox

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک به عنوان بزرگترین سایت تدریس خصوصی ایران مفتخر است که:
بهترین بستر را برای با کیفیت ترین شیوه های آموزش و تدریس فراهم کرده است.
قطب تدریس خصوصی کشور می باشد.

شرکت های دانش بنیان از جمله پیشرو ترین شرکت ها هستند که در اقتصاد
کشور سهم عظیمی دارند و استادبانک مفتخر است که از جمله بهترین های آنهاست.
در سال ۹۶ به عنوان برترین شرکت رشد یافته در دانشگاه شریف شناخته شد.
مجموعه استادبانک از جمله معترضترین شرکت های فضای وب ایران و به عنوان
عضو رسمی اتحادیه کسب و کارهای مجازی از قابل اعتمادترین کسب و کارهای
آنلاین است.
با فضایی کاملاً آکادمیک در مرکز رشد دانشگاه شریف مستقر است.

