استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

وضعیت فعلی شما در درس ریاضی اصلا مهم نیست،
یک معلم خصوصی حرفه ای و با تجربه میتواند به شما کمک کند تا بتوانید ریاضی را براحتی یادبگیرید.
روزانه صدها دانش اموز با ثبت درخواست معلم خصوصی استادبانک میخواهند با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشند تا بتوانند ریاضی را بطور کامل یادبگیرند و در امتحانات براحتی ۲۰ بگیرند.
شما نیاز دارید تا یک معلم خصوصی حرفه ای و با تجربه، سبک یادگیری شما را بشناسد و براساس پتانسیل های ذهنی شما، ریاضی را به شما تدریس کند.
استادبانک
بزرگترین و معتبر ترین و محبوب ترین سایت معلم خصوصی در ایران است
که به تمام فارسی زبانان در سرتاسر دنیا خدمات تدریس خصوصی ارائه میدهد.
معلمان متقاضی تدریس خصوصی بعد از ارسال درخواست ثبت نام در استادبانک، توسط تیم ارزیابی و داوری استادبانک از نظر کیفیت تدریس و سابقه تدریس بررسی و ارزیابی میشوند و تنها در صورت داشتن معیارهای لازم، به عضویت استادبانک در می ایند.
استادبانک سالانه ۱۳۰۰۰ از معلمان متقاضی تدریس خصوصی را رد میکند و تنها ۲۱۰ استاد هستند که میتوانند معیارهای لازم برای فعالیت در استادبانک را کسب کنند.
روند نظارت بر کیفیت تدریس اساتید بسیار سختگیرانه حتی بعد از عضویت در سامانه معلم خصوصی استادبانک نیز ادامه دارد تا تنها بهترین معلم های ریاضی که شاگردان از کیفیت تدریس انها رضایت کامل را دارند، با ما فعالیت کنند.
شما میتوانید برای دیدن رزومه بهترین اساتید ریاضی استادبانک،
همین الان در گوگل عبارت معلم خصوصی ریاضی استادبانک را جستجو کنید و وارد سایت استادبانک و در ادامه رزومه تک تک اساتید را بهمراه قیمت هر جلسه کلاس خصوصی ریاضی را ببینید.

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

چندضلعی‌ها و تقارن

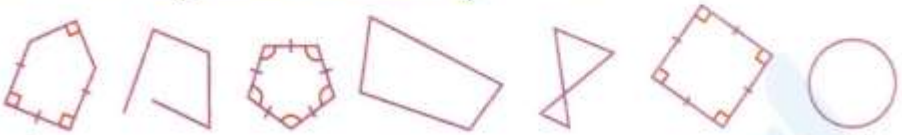
فعّالیت

۱ــ در صفحه به هر خطِ شکستهٔ بسته، **چندضلعی** گفته می‌شود به شرط اینکه ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکنند؛ مگر در رأس‌ها که دو ضلع به هم می‌رسند.

شکل «ج» چندضلعی نیست؛ چون ضلع‌های آن یکدیگر را قطع کرده‌اند.

شکل «و» چندضلعی نیست؛ چرا؟ چون دو ضلع مربیِ راس به هم نرسیده‌اند و خط بسته نیست

شکل «الف» هم چندضلعی نیست؛ چرا؟ چون اصلاً خط شکسته نیست.



الف ب ج د ه و ز

۲ــ اگر در یک چندضلعی همهٔ ضلع‌ها با هم و همهٔ زاویه‌ها با هم مساوی باشند، می‌گوییم آن **چندضلعی منتظم** است.

از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چندضلعی منتظم‌اند؟ «ب» و «ه»

(۱) ۳ــ یکی از شکل‌های بالا را انتخاب کنید؛ سپس دربارهٔ تعداد ضلع‌ها، زاویه‌ها، تساوی آنها و... توضیح دهید تا دوستتان شکلی را پیدا کند که انتخاب کرده‌اید.

خط شکسته بسته‌ای با ۳ زاویه قائمه که یک چندضلعی غیرمنتظم است.
جواب ← شکل «ز»

خط شکسته بسته‌ای با تعداد ضلع‌ها و زاویه‌های برابر که یک چندضلعی منتظم است.
جواب ← شکل «ب» و «ه»

خط شکسته‌ای که بسته نیست
جواب ← شکل «الف»

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

خط شکسته بسته ای که اندازه ضلع ها و زاویه ها نیز یکسان است
جواب ← شکل «د»

خط شکسته بسته ای که چند ضلعی نیست
جواب ← شکل «ج»

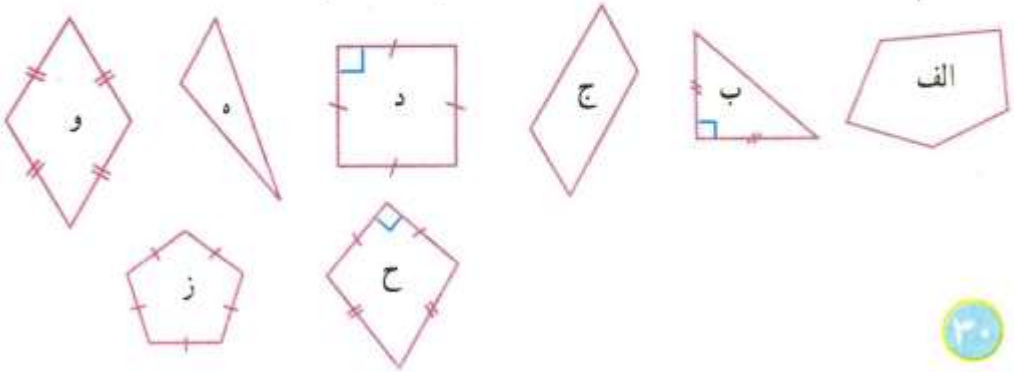
خط شکسته نیست
جواب ← شکل «الف»

سپس به توضیحات دوستتان گوش کنید و شکلی را پیدا کنید که او انتخاب کرده است.

کار در کلاس

۱ــ هر یک از عبارت‌های زیر به کدام چند ضلعی‌ها مربوط است؟

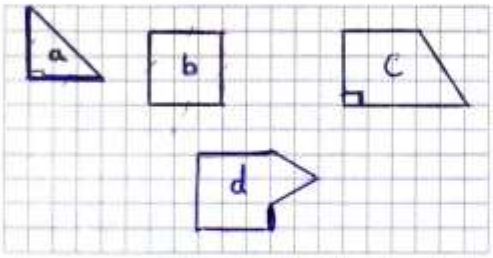
- لوزی با زاویهٔ قائمه «د» ● پنج ضلعی غیرمنتظم «الف»
- مثلث با زاویهٔ باز «هـ» ● چندضلعی منتظم «ز» و «ح»



می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

ostadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۲ــ چندضلعی‌های زیر را در صفحهٔ شطرنجی رسم کنید.



الف) یک مثلث قائم الزاویهٔ متساوی‌الساقین «a»

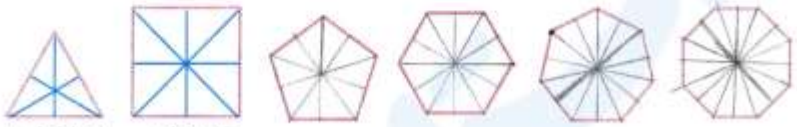
ب) مستطیلی با ضلع‌های مساوی «b»

ج) یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه «c»

د) یک شش ضلعی با دقیقاً سه زاویه قائمه «d»

۳ــ در سال گذشته با خط تقارن شکل آشنا شدید.

الف) تعداد خط‌های تقارن هریک از چند ضلعی‌های منتظم زیر را پیدا کنید.



۳ خط تقارن ۴خط تقارن

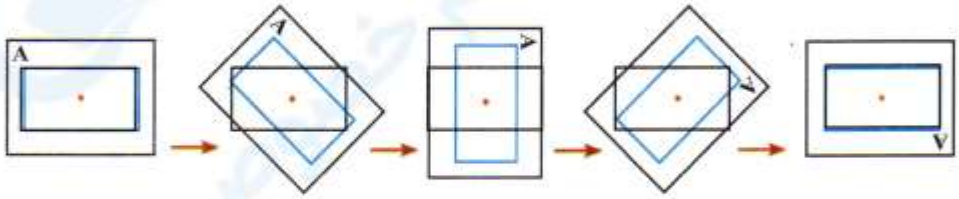
ب) به نظر شما نُه ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد؟ ده ضلعی منتظم چطور؟

(نکته: هر n ضلعی منتظم n خط تقارن دارد) ـ با توجه به نکته ۹ ضلعی منتظم ۹ خط تقارن

فعّالیت

۱ــ یک ورق کاغذ پوستی روی مستطیل روبه‌رو قرار دهید و تصویر مستطیل را روی آن رسم کنید.

نوک مدادتان را روی مرکز دوران بگذارید و مانند شکل‌های زیر، کاغذ پوستی را ۱۸۰ درجه حول مرکز دوران بچرخانید.



بعد از ۱۸۰ درجه چرخش — بعد از ۱۳۵ درجه چرخش — بعد از ۹۰ درجه چرخش — بعد از ۴۵ درجه چرخش

آیا تصویر، روی شکل منطبق می‌شود؟ بله، بعد از ۱۸۰° چرخش، شکل دوران یافته روی شکل اول که مستطیل است منطبق می‌شود.

(تشخیص نوع شکل اول برای فهم این مسئله مهم است)

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

اگر شکلی را حول یک نقطه، ۱۸۰ درجه دوران دهیم و نتیجه دوران، روی خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل مرکز تقارن دارد و نقطهٔ مورد نظر، مرکز تقارن شکل است.

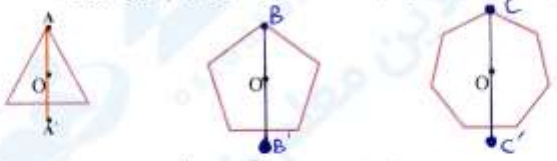
۲ـ شکل روبه‌رو مثلثی متساوی‌الاضلاع است. یک ورق کاغذ پوستی روی آن قرار دهید و مراحل فعالیت (۱) را تکرار کنید. آیا تصویر، روی شکل منطبق می‌شود؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳ـ در کدام یک از چندضلعی‌های منتظم زیر، نقطهٔ مشخص شده مرکز تقارن است؟

الف) به نظر شما n‌ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد؟

ب) ده ضلعی منتظم چطور؟ از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴ـ یکی از راه‌های تشخیص اینکه نقطهٔ O در مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن نیست، این است که می‌توان روی شکل، نقطه‌ای پیدا کرد که قرینهٔ آن نسبت به نقطهٔ O روی خود شکل قرار نگرفته باشد. مانند نمونه، نشان دهید که نقطهٔ O در دو شکل دیگر هم، مرکز تقارن نیست.



۵ـ شکل‌های مقابل چگونگی پیدا کردن دوران‌یافتهٔ نقاط A و B حول مرکز O را به اندازهٔ ۹۰° و ۳۵° در جهت عقربه‌های ساعت نشان می‌دهد.

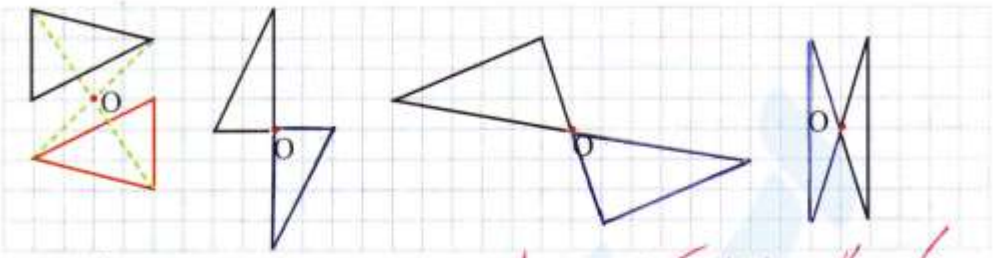
کدام یک از شکل‌های فعالیت (۳) با دوران ۹۰° حول نقطهٔ مشخص شده در جهت عقربه‌های ساعت روی خودش می‌افتد؟

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک
estadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

کار در کلاس

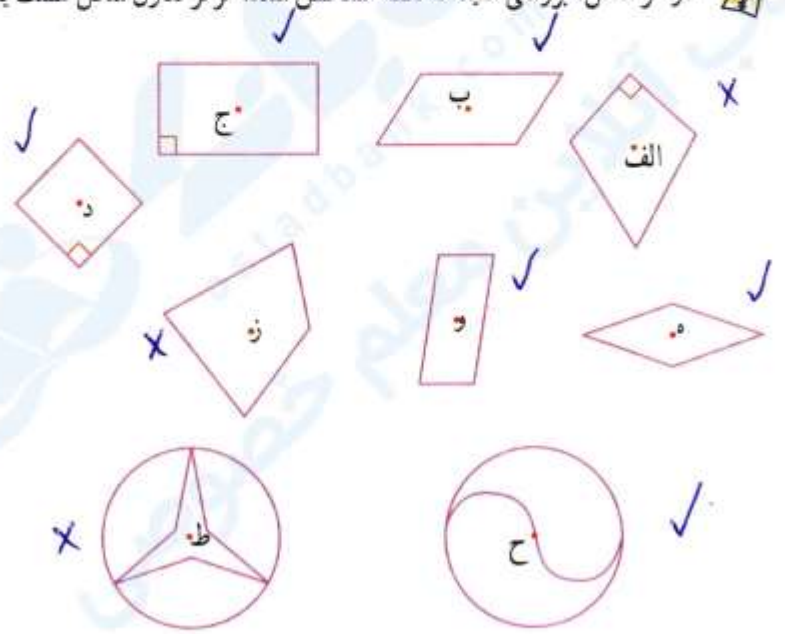
مانند نمونه هر شکل را طوری کامل کنید که نقطهٔ O مرکز تقارن باشد.



نکته: اگر از هر نقطه به مرکز تقارن پاره‌خطی وصل نموده و به همان اندازه خط را امتداد دهیم به نقطه‌ای مشابه به نقطه اولیه می‌رسیم.

تمرین

در هر شکل، بررسی کنید که نقطهٔ مشخص شده، مرکز تقارن شکل هست یا نه.



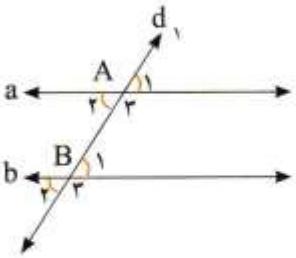
می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
ostadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

توازی و تعامد

فعّالیت

اگر خطی مانند d_1، خطوط a و b را مانند شکل با زاویه‌های مساوی قطع کرده باشد، خط‌های a و b با هم موازیند.



به خط d_1، خط مورب می‌گویند.

موازی بودن خط‌های a و b را به‌صورت $a \parallel b$ نمایش می‌دهند.

هر خطی که دو خط موازی را قطع کند با آنها زاویه‌های مساوی می‌سازد.

۱ــ اگر $\hat{A}_1 = 60^\circ$ باشد، زاویه‌های خواسته شده را پیدا کنید و راه حل خود را توضیح دهید.

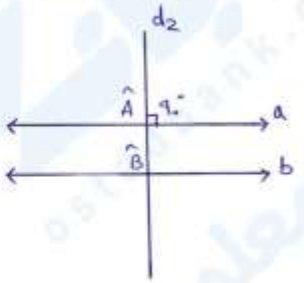
$\hat{A}_3 =$ ۱۸۰ − ۶۰ = ۱۲۰ چون مکمل زاویهٔ A_1 است.

$\hat{B}_1 =$ ۶۰ هر خطی که دو خط موازی را قطع کند با آنها زاویه‌های مساوی می‌سازد.

$\hat{B}_2 =$ ۶۰ چون با زاویهٔ B_1 متقابل به راس است.

$\hat{B}_3 =$ ۱۸۰ − ۶۰ = ۱۲۰ ن مکمل زاویه B_1 است.

۲ــ خط d_2 را بر a عمود کنید و ادامه دهید تا خط b را قطع کند. چرا d_2 بر b هم عمود است؟

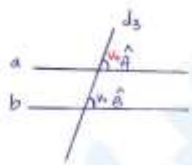


اگر دو خط a و b موازی یکدیگر باشند و خط مورب d_2 بر یکی از آن‌ها عمود باشد ← قطعا بر خط دیگر هم عمود است.

$(a \parallel b$ و d_2 مورب$)$
$(d_2 \perp a)$ $\Longrightarrow \hat{A} = \hat{B} = 90 \longrightarrow d_2 \perp b$

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک

۳ـ خط d_3 با خط b زاویهٔ °۷۰ ساخته است. خط d_3 با خط a چه زاویه‌ای می‌سازد؟



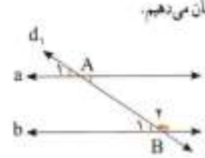
چون دو خط a و b با یکدیگر موازی هستند و d_3 آن‌ها را قطع کرده پس با آن‌ها زاویه‌های مساوی می‌سازد.

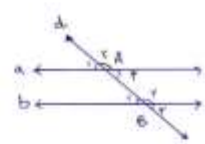
d_3 مورب و $(a \parallel b)$

$\Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = 70^\circ$

۴ـ دو خط a و b با هم موازی‌اند و خط d_1 مورب است؛ پس زاویه‌های A_1 و B_1 با هم مساوی‌اند. این مطلب را به‌صورت زیر نشان می‌دهیم.

$(a \parallel b$ و d_1 مورب$) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$





$(a \parallel b$ ، d_1 مورب$) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1$

زاویه‌های A_1, A_3 و B_1, B_3 متقابل به رأس هستند یعنی دو زاویه که رأس مشترک داشته و ضلع‌های آن‌ها دو به دو در امتداد یکدیگر و در جهت مخالف باشند.

$A_1 = A_3$ و $B_1 = B_3$ و $A_1 = B_1 \xrightarrow{\text{نتیجه}} A_3 = B_3$

همینطور $A_2 = A_4$ ، $B_2 = B_4$ ، $A_2 = B_2$

زاویه‌های A_1, A_2 با هم مجاورند و هر دو در رأس و یک ضلع مشترک باشند.

زاویه‌های A_1, A_2 مکمل نیز گفته می‌شوند به خصوص که مجموع اندازه آن‌ها برابر 180° شود.

$A_1 + A_2 = 180^\circ$

الف)

$A_1 = B_1$ ، $A_2 = B_2$ ، $A_1 + A_2 = 180^\circ$

$\xrightarrow{\text{نتیجه}} A_1 + B_2 = 180^\circ$

به طور خلاصه دو خط موازی و یک خط مورب ... با هم زاویه‌های مساوی می‌سازند

نتیجه می‌گیریم $A_1 + B_2 = 180^\circ$

ب) زاویه A_1 روی زاویه B_1 قرار می‌گیرد.

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
ostadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

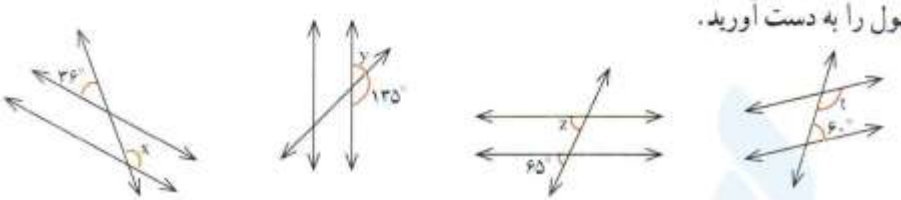
چرا A_1 و B_2 مکمل‌اند؟

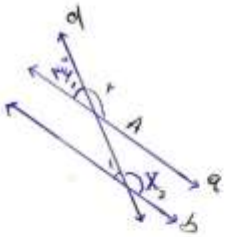
اگر خط a را روی صفحه انتقال دهیم تا روی خط b قرار گیرد و نقطهٔ A روی B بیفتد، زاویهٔ A_1 روی کدام زاویه قرار می‌گیرد؟

چگونه از این طریق می‌توان توجیه کرد که زاویهٔ A_1 و زاویهٔ B_2 مکمل یکدیگرند؟ توضیح دهید.

کار در کلاس

۱ــ در هر شکل یک خط مورب، دو خط موازی را قطع کرده است. اندازه زاویه‌های مجهول را به دست آورید.

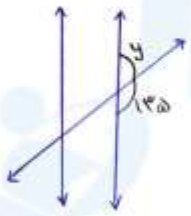




(a ∥ b ، d مورب)

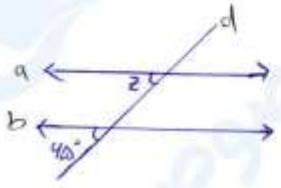
$\hat{A}_1 = \hat{X}_1$ ، $\hat{A}_2 = \hat{X}_2$ ، $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ$

$\hat{A}_2 = 180 - 36 = 144^\circ \longrightarrow \hat{A}_2 = \hat{X}_2 = 144^\circ$



$y + 135 = 180$ ← زاویه‌های مکمل

$180 - 135 = 45$

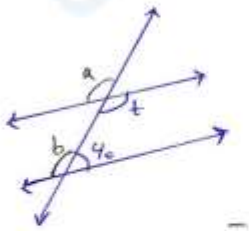


(a ∥ b ، d مورب)

$\longrightarrow z = 45^\circ$

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی



زاویه‌های t و a متقابل به راس هستند.

$\hat{a}=\hat{t}$

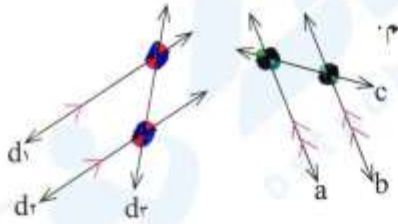
و چون (d مورب و a∥b) در نتیجه

$a=b \longrightarrow ۱۸۰-۶۰=۱۲۰ \Rightarrow \hat{b}=\hat{a}=۱۲۰^\circ$

$\xrightarrow{\text{در نهایت}}$ $a=t=۱۲۰^\circ$

چون a و t متقابل به راس هستند

۲ــ موازی بودن دو خط را مانند شکل با علامت‌گذاری آنها مشخص می‌کنیم. عبارت «خط d_1 با خط d_2 موازی نیست» را به‌صورت $d_1 \nparallel d_2$ می‌نویسیم.



الف) عبارت‌های $a \parallel b$ و $a \nparallel c$ را بخوانید.

ب) زاویه‌های مساوی را در شکل‌ها با علامت‌گذاری مشخص کنید.

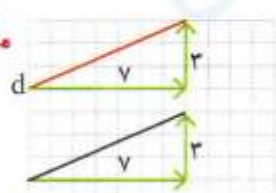
الف) خط a و خط b موازی هستند.

ب) خط a و خط c متقاطع هستند.

فعّالیت

۱ــ می‌خواهیم در صفحهٔ شطرنجی خطی موازی خط d رسم کنیم. راه‌حل سه دانش‌آموز را مشاهده کنید و توضیح دهید هرکدام از آنها چگونه خط موازی را رسم کرده است.

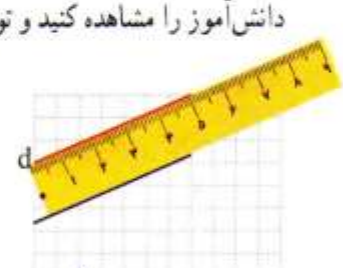
مفهوم شیب



دو نقطه از خط را در نظر گرفته و حرکت افقی و قائم بین این دو نقطه را، از نقطه‌ای دلخواه کشیده

مفهوم انتقال

دو نقطه از آن را به یک اندازه انتقال داده است.

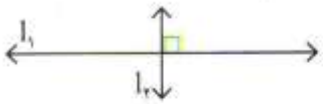


از لبه‌های موازی خط‌کش استفاده کرده.

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک

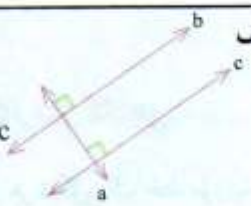
استادبانک
ostadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۲ــ عمود بودن دو خط را با علامت گذاری آنها مشخص می‌کنیم و عبارت «خط l_1 بر خط l_2 عمود است» را به صورت $l_2 \perp l_1$ می‌نویسیم.



مانند نمونه برای هر کدام شکل بکشید و جاهای خالی را پر کنید.

الف



$\left.\begin{matrix} a \perp b \\ a \perp c \end{matrix}\right\} \Rightarrow b \parallel c$

دو خط عمود بر یک خط با هم موازی اند.

ب

$\left.\begin{matrix} g \parallel h \\ k \perp h \end{matrix}\right\} \Rightarrow$

اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شود

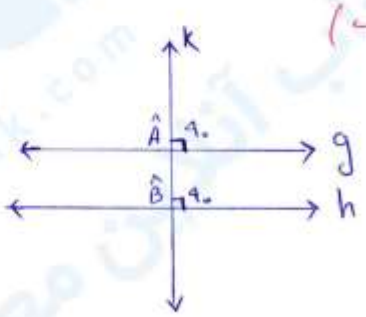
ج

$\left.\begin{matrix} d \parallel e \\ d \parallel f \end{matrix}\right\} \Rightarrow e \parallel f$

دو خط موازی با یک خط

ب)

$\left.\begin{matrix} g \parallel h \\ k \perp h \end{matrix}\right\} \Rightarrow k \perp g$



$\left.\begin{matrix} g \parallel h \text{ , } k \perp h \\ \Rightarrow B = 90^\circ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \longrightarrow k \perp g$

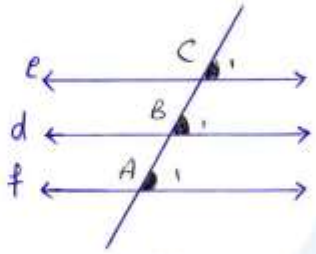
اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شود، بر دیگری نیز عمود است.

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

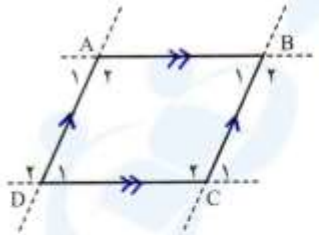
ج)

$$\left.\begin{matrix} d \parallel e \\ d \parallel f \end{matrix}\right\} \Rightarrow f \parallel e$$



$$d \parallel e \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$
$$d \parallel f \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}_1 \longrightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \longrightarrow e \parallel f$$

دو خط موازی با یک خط، با هم موازیند.



۳ــ در هر متوازی الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو باهم موازی‌اند. چهارضلعی ABCD یک متوازی الاضلاع است.
الف) ضلع‌های موازی را با علامت گذاری مشخص کنید.
ب) جاهای خالی را در رابطه‌های زیر کامل کنید.

$(AB \parallel DC) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \ ,\ \hat{A}_2 = \hat{D}_2$ (AD و مورب)

$(AB \parallel DC) \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 \ ,\ \hat{B}_2 = \hat{C}_2$ (BC و مورب)

$(AD \parallel BC) \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_1 \ ,\ \hat{D}_2 = \hat{C}_2$ (DC و مورب)

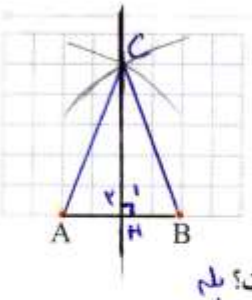
$(AD \parallel BC) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \ ,\ \hat{A}_2 = \hat{B}_2$ (AB و مورب)

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
estadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

کار در کلاس

۱ــ الف) یک مثلث متساوی الساقین بکشید؛ طوری که پاره‌خط AB قاعدهٔ آن باشد. پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید.

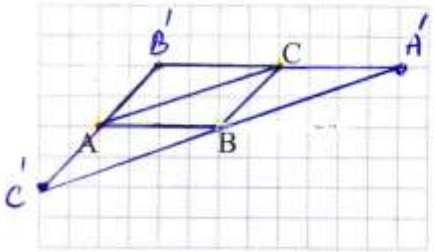


ب) خط تقارن مثلث را رسم کنید.

ج) آیا دو زاویهٔ مجاور قاعده با هم برابرند؟ بله

د) آیا خط تقارن ،عمودمنصّف قاعده و نیمساز زاویهٔ مقابل آن است؟ بله

۲ــ متوازی الاضلاعی رسم کنید که نقاط A، B و C سه تا از رأس‌های آن باشند.



پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید.

برای این سؤال چند پاسخ مختلف می‌توانید پیدا کنید؟ سه جواب دارد.

$ABA'C$ ، $ABCB'$ و $ACBC'$

تمرین

۱ــ در هر قسمت، اندازهٔ زاویهٔ مجهول را پیدا کنید.

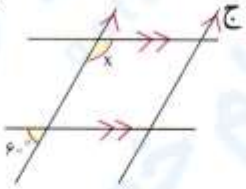
الف) $\hat{x}=180^\circ-32^\circ$

$\hat{x}=148^\circ$

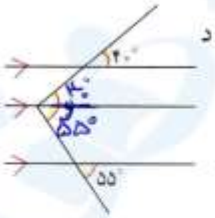
ب) $180-55=125^\circ$

$\hat{y}=\hat{z}=125^\circ$

ج) $\hat{x}=120^\circ$

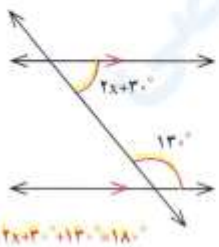


د) $\hat{y}=95^\circ$

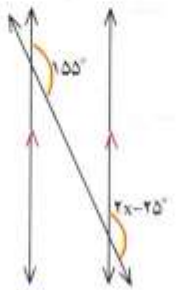


۲ــ مانند نمونه با تشکیل معادله، مقدار x را پیدا کنید: $\hat{x}=10$

$2x+30+130=180 \rightarrow 2x=20 \rightarrow \hat{x}=10$

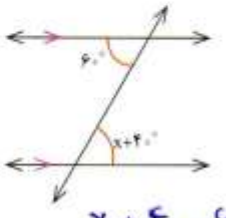


$2x+30+130=180$



$2x-25=155$

$2x=180 \rightarrow x=90$



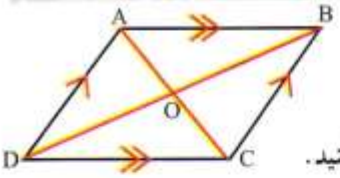
$x+40=60$

$x=20$

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
estadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

فعّالیت

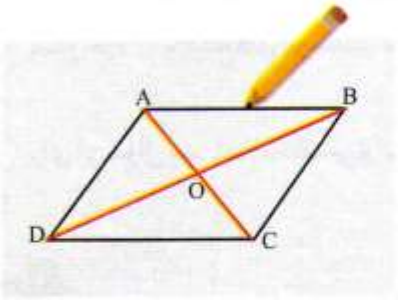


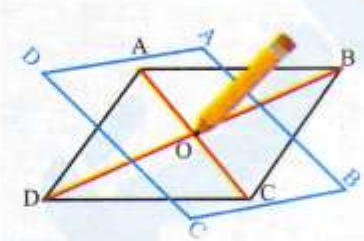
چهارضلعی‌ای که ضلع‌های روبه‌روی آن دو به دو با هم موازی‌اند، متوازی‌الاضلاع نام دارد.

۱ــ متوازی‌الاضلاعی را رسم، و مانند شکل نام‌گذاری کنید.

یک ورق کاغذ پوستی روی آن بگذارید و تصویر متوازی الاضلاع را رسم کنید.

نوک مدادتان را روی نقطهٔ O (محل برخورد قطرها و مرکز تقارن شکل) قرار دهید و مانند شکل‌های زیر، تصویر را ۱۸۰° درجه حول این نقطه بچرخانید تا بر شکل منطبق شود.





۲ــ با توجه به انطباق شکل و تصویر، تساوی‌ها را کامل کنید.

$\hat{A} = \hat{C}$ $\quad \hat{B} = \hat{D}$ $\quad \overline{AB} = \overline{DC}$ $\quad \overline{BC} = \overline{AD}$

هر یک از عبارت‌های زیر، یکی از خاصیت‌های متوازی الاضلاع را بیان می‌کند. با توجه به تساوی‌های بالا، این دو عبارت را کامل کنید.

در هر متوازی الاضلاع، زاویه‌های رو به رو باهم مساوی‌اند.

در هر متوازی الاضلاع، ضلع‌های رو به رو باهم برابرند.

در هر متوازی الاضلاع، زاویه‌های مجاور

۳ــ پاره خط OA بر کدام پاره خط منطبق شده است؟ پاره‌خط OC $\overline{OA} = \overline{OC}$

پاره خط OB چطور؟ پاره‌خط OD منطبق شده. $\overline{OB} = \overline{OD}$

با توجه به پاسخ این دو پرسش، یک خاصیت دیگر متوازی‌الاضلاع را پیدا کنید و بنویسید.

در هر متوازی‌الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

نکته) در متوازی الاضلاع زوایای متقابل مساوی و زوایای مجاور، مکمل‌اند.

$2x+10+130=180 \rightarrow 2x=40 \rightarrow x=20$

کار در کلاس

۱ــ شکل‌های زیر متوازی الاضلاع‌اند. با تشکیل معادله، مقدار x را به‌دست آورید.

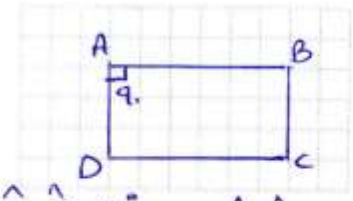
$x+10=140 \rightarrow \hat{x}=130^\circ$

$2x-3=7 \rightarrow 2x=4 \rightarrow x=2$

$3x-1=17 \rightarrow 3x=18 \rightarrow x=6$

۲ــ در صفحهٔ شطرنجی متوازی الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه‌هایش قائمه (۹۰ درجه) باشد.

چرا زاویه‌های دیگر آن هم حتماً قائمه‌اند؟ توضیح دهید.



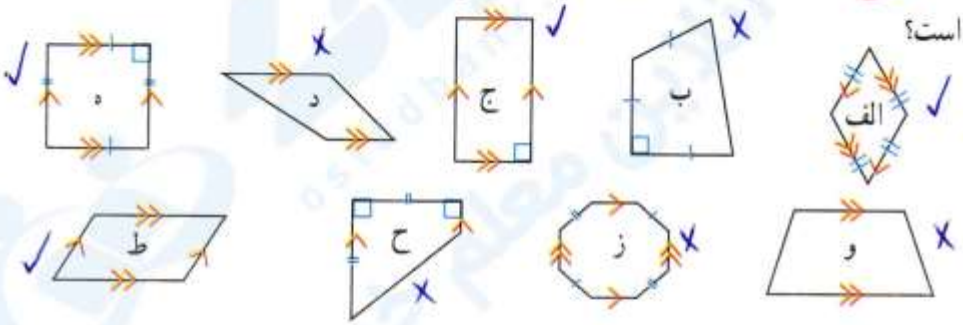
چون زوایای متقابل با هم مساوی و زوایای مجاور، مکمل‌اند.

$\hat{A}=\hat{C}=90^\circ \rightarrow \hat{C}+\hat{B}=180 \rightarrow \hat{B}=90^\circ$

$\rightarrow \hat{B}=\hat{D}=90^\circ$

فعّالیت

۱ــ با توجه به تعریف متوازی‌الاضلاع، کدام یک از شکل‌های زیر متوازی‌الاضلاع است؟



۲ــ در اینجا چند چهارضلعی دیگر هم تعریف شده است. هر تعریف را بخوانید و از میان چهارضلعی‌های فعّالیت قبل، مثال‌هایی برای هریک پیدا کنید.

مستطیل متوازی الاضلاعی است که زاویه‌های قائمه دارد. «ج» و «ه»

لوزی متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابرند. «الف» و «ه»

مربع متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و زاویه‌های قائمه دارد. «ه»

۳ــ می‌دانیم که «در هر متوازی الاضلاع، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.»

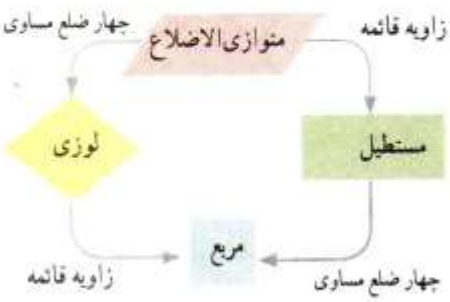
آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که «در هر لوزی هم قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند»؟ چرا؟

بله، چون لوزی نوعی متوازی الاضلاع است.

استادبانک
estadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

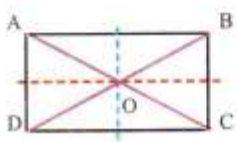
کار در کلاس

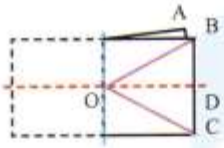
۱ــ با توجه به نمودار رو به‌رو در جدول زیر، جاهای خالی را پر کنید.

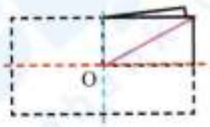


	مربع	مستطیل	لوزی	متوازی الاضلاع
□	✓	✓	✓	✓
▭	—	✓	—	✓
◇	—	—	✓	✓
▱	—	—	—	✓

۲ــ روی یک ورق کاغذ، مستطیلی به دلخواه رسم کنید و دور آن را ببرید. مستطیل را مانند شکل نام‌گذاری کنید؛ سپس آن را ابتدا روی یکی از خط‌های تقارن و سپس روی خط تقارن دیگر تا کنید.







مانند نمونه، توضیح دهید که شکل به‌دست آمده چگونه هر یک از خاصیت‌های مستطیل را نشان می‌دهد.

● در مستطیل قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند؛ چون OA روی OC و OB روی OD قرار گرفته است.

الف) همه زاویه‌ها در مستطیل با هم برابرند؛ چون زاویه A روی زاویه B و زاویه D روی زاویه C و در نهایت D و C و B و A همه روی هم قرار گرفته اند.

ب) ضلع‌های روبه‌رو در مستطیل مساوی‌اند؛ چون طبق شکل (۲) ← BC روی AD منطبق شده

ج) قطرها در مستطیل با هم برابرند؛ چون OA روی OB و OD روی OC افتاده.

و در نهایت نصف قطرها روی هم افتاده

$OA = OB = OC = OD \longrightarrow AC = BD$

اگر شکل را روی خط تقارن دیگر تا بزنیم ← می‌بینیم $AB = DC$ است.

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
estadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۳ـ در یک طرح کاشی‌کاری، مربع ABCD دیده می‌شود.

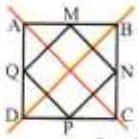
چهارضلعیِ MNPQ هم با وصل‌شدن وسط ضلع‌های این مربع تشکیل شده است.

دو دانش‌آموز توضیح داده‌اند که MNPQ چه نوع چهارضلعی‌ای است. نظر این دو دانش‌آموز در اینجا آمده است.

مبین

ABCD مربع است.
این مربع را روی دو خط تقارنی ، که موازی ضلع‌های آن هستند، تا می‌کنیم.
همهٔ ضلع‌های چهارضلعی MNPQ روی هم می‌افتند.
پس، این چهارضلعی لوزی است.

هادی

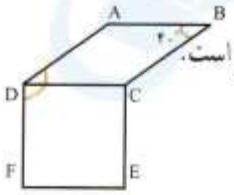


ABCD مربع است.
این مربع را روی دو قطر آن، که محور تقارن نیز هستند، تا می‌کنیم.
همهٔ زاویه‌های چهارضلعی MNPQ روی هم می‌افتند؛ پس با هم برابرند. چون مجموع آنها 360° است؛ پس هرکدام 90° می‌شوند.
درنتیجه این چهارضلعی مستطیل است.

دلایل هر دو را بخوانید و توضیح دهید که چگونه به کمک این دو نوشته می‌توانیم نتیجه بگیریم که MNPQ مربع است. چهارضلعی که ضلع هاش با هم برابر و زاویه هاش برابر 90° باشد، مربع نام دارد.

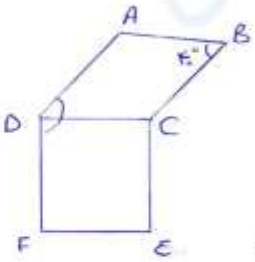
تمرین

۱ـ چهار ضلعی ABCD لوزی و چهار ضلعی DCEF مربع است.



الف) چرا $\overline{AD} = \overline{CE}$؟ ب) چرا $AB \| EF$؟

ج) زاویهٔ ADF چند درجه است؟



الف)

$\overline{AD} = \overline{CE} = ?$

$AB \| DC$ و $DC \| EF \Rightarrow AB \| EF$

$\overline{AD} = \overline{DC}$
$\Rightarrow \overline{CE} = \overline{DC}$ $\Big\} \overline{AD} = \overline{CE}$

ب)

$\hat{A} = \hat{B} = 140^\circ$

$\hat{D}_2 = 90^\circ \longrightarrow A\hat{D}F = 130^\circ$

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

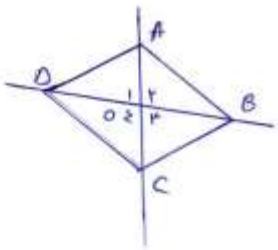
۲ــ روی کاغذ، لوزی دلخواهی بکشید و دور آن را ببرید.
این لوزی کاغذی را روی دو خط تقارنش تا کنید. به کمک شکل به دست آمده چه نتایجی در مورد قطرهای لوزی به‌دست می‌آید.

۳ــ وسط ضلع‌های یک مستطیل را به ترتیب به هم وصل می‌کنیم. چهارضلعی به دست آمده چه نوع چهارضلعی‌ای است؟ دلیل خود را توضیح دهید. لوزی

۴ــ درستی یا نادرستی هریک از جمله‌های زیر را بررسی کنید.

الف) قطرهای هر مستطیل با هم مساوی‌اند. ✓
ب) قطرهای هر لوزی با هم مساوی‌اند. ✗
ج) قطرهای هر مستطیل بر هم عمودند. ✗
د) قطرهای هر لوزی بر هم عمودند. ✓

۴۱

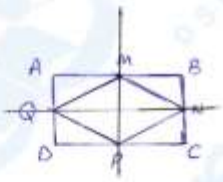


★ چهار زاویه روی هم قرار گرفته اند و هم مساوی اند پس $360 \div 4 = 90$

(زوایای O_1, O_2, O_3, O_4) ← لذا قطرها برهم عمودند

★ هر راس لوزی به دو قسمت مساوی تقسیم شود پس قطرها نیم‌ساز زاویه‌ها نیز می‌شوند.

قطر BD ← $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ ، $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$



$MP = \overline{MQ} = \overline{MN}$ ، $\overline{PQ} = \overline{PN}$ ← قطر MP
$QN = \overline{PQ} = \overline{MQ}$ ، $\overline{PN} = \overline{MN}$ ← قطر QN

چهارضلعی برابر پس $MNPQ$ ← لوزی است.

نکته: اگر مستطیل را روی خط‌های تقارنش تا کنیم، ضلع‌های این چهارضلعی برهم منطبق می‌شوند.

استادبانک
ostadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

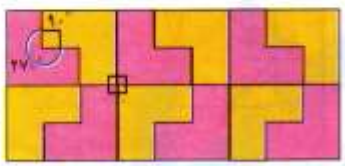
نکته: زمانی می‌توانیم با یک نوع کاشی، کاشی‌کاری را به صورت قانونمند و درست انجام دهیم که مجموع زاویه‌هایی که کنار هم قرار می‌گیرند برابر ۳۶۰ درجه باشد.

زاویه‌های داخلی

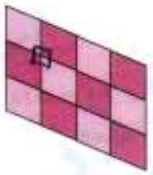
نکته: در کاشی‌کاری، کاشی‌ها را طوری کنار هم قرار می‌دهند که ۱. کاشی‌ها روی هم نیفتند ۲. فضای خالی بین آن‌ها نباشد.

فعالیت

۱ــ در کاشی‌کاری، کاشی‌ها را طوری کنار هم قرار می‌دهند که روی هم نیفتند و جای خالی هم بین آنها نباشد. در اینجا چند نمونه کاشی‌کاری را مشاهده می‌کنید که هر کدام تنها با یک نوع کاشی انجام شده است.



کاشی به صورت (۴)



کاشی به صورت متوازی الاضلاع

حالا به شکل‌های زیر توجه کنید. در هر مورد توضیح دهید، چرا کاشی‌کاری با یک نوع کاشی انجام نمی‌شود؟

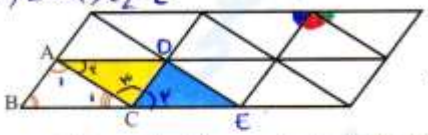
در این شکل‌ها، بین کاشی‌ها ① فضای خالی داریم و ② مجموع زوایای کنار هم برابر با ۳۶۰ درجه نیست.

$\overset{\triangle}{ABC} \xrightarrow[\text{با بردار } \overrightarrow{BC}]{\text{انتقال یافته}} \overset{\triangle}{DCE}$

۲ــ سطح زیر با مثلث‌هایی هم نهشت با مثلث ABC کاشی‌کاری شده است.

$\overset{\triangle}{ABC} \longrightarrow \overset{\triangle}{DCA}$

$\hat{A}_1=\hat{D}$, $\hat{B}=\hat{C}_1$, $\hat{C}_2=\hat{E}$



مثلث آبی انتقال یافته مثلث ABC است،

مثلث زرد دوران یافته مثلث ABC است.

$\hat{A}_1=\hat{D}$, $\hat{C}_2=\hat{B}$

$\Rightarrow \hat{A}_2=\hat{C}_1$

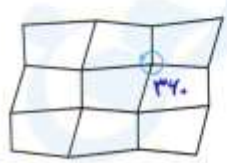
زاویه‌های متناظر با هریک از زاویه‌های مثلث ABC را در این دو مثلث مشخص کنید.

در کاشی‌کاری بالا، قسمتی را که نشان می‌دهد $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$ پیدا کنید.

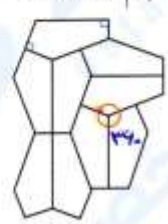
مشاهده می‌کنیم مجموع سه زاویه A و B و C برابر ۱۸۰° است و همینطور مجموع زوایای داخلی مثلث همیشه برابر ۱۸۰° است.

کار در کلاس

در کدام شکل، کاشی‌کاری با یک نوع کاشی انجام نشده است؟

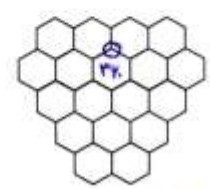


الف



ب

ج



د

با مثلث‌های هم نهشت، مربع‌های مساوی و شش ضلعی‌های هم نهشت منتظم می‌توانیم کاشی‌کاری کنیم ولی با پنج ضلعی منتظم و ۱۲ ضلعی منتظم همانطور که مشاهده کنید این کار غیرممکن است.

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
estadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

فعّالیت

زاویه‌هایی که درون یک چندضلعی قرار دارند، **زاویه‌های داخلی** آن چندضلعی نامیده می‌شوند. مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه است.

تعداد ضلع‌ها	۳	۴	۵	۶
شکل				
تعداد مثلث‌ها	۱	۲	۳	۴
مجموع زاویه‌های داخلی	$۱ \times ۱۸۰^\circ = ۱۸۰^\circ$	$۲ \times ۱۸۰^\circ = ۳۶۰^\circ$	$۳ \times ۱۸۰^\circ = ۵۴۰^\circ$	$۴ \times ۱۸۰^\circ = ۷۲۰^\circ$

جدول بالا نشان می‌دهد که مجموع زاویه‌های داخلی یک چهارضلعی با مجموع زاویه‌های داخلی دو تا مثلث برابر است؛ پس **مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی** ۳۶۰° می‌شود.

الف) با کامل کردن جدول، مجموع زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های دیگر را به دست آورید.

ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های داخلی یک هفت ضلعی چند درجه است؟ با توجه به جدول بالا، $۵ \times ۱۸۰ = ۹۰۰$

یک هشت ضلعی چطور؟ چرا؟ $۶ \times ۱۸۰ = ۱۰۸۰$ ← (با مجموع زاویه‌های داخلی ۶ مثلث برابر است)

ج) عبارت جبری زیر را طوری کامل کنید که نشان‌دهندهٔ مجموع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی باشد.

مجموع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی $= (\ n - ۲\ ) \times ۱۸۰^\circ$

اکنون با کامل کردن جدول زیر اندازهٔ هر یک از زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های منتظم را پیدا کنید.

تعداد ضلع‌ها	مجموع زاویه‌های داخلی	اندازهٔ هر زاویه
۳	۱۸۰°	$\frac{۱۸۰}{۳} = ۶۰^\circ$
۴	۳۶۰°	$\frac{۳۶۰}{۴} = ۹۰$
۵	۵۴۰°	$\frac{۵۴۰}{۵} = ۱۰۸$
۶	۷۲۰°	$\frac{۷۲۰}{۶} = ۱۲۰^\circ$

نکته: برای پیدا کردن مجموع زاویه‌های داخلی یک چند ضلعی، تعداد مثلث‌ها را در ۱۸۰° ضرب می‌کنیم.

یک عبارت جبری بنویسید که نشان‌دهندهٔ اندازهٔ هر یک از زاویه‌های یک n ضلعی منتظم باشد.

اندازه هر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم $= \frac{(n-۲) \times ۱۸۰}{n}$

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

کار در کلاس

۱ــ مجموع زاویه‌های هریک از چندضلعی‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) هفت ضلعی منتظم $(n-2)\times 180 = (7-2)\times 180 = 900^\circ$

ب) دوازده ضلعی منتظم $(12-2)\times 180 = 1800^\circ$

۲ــ به کمک جواب قسمت (ب) سؤال قبل، اندازهٔ هر یک از زاویه‌های دوازده ضلعی منتظم را حساب کنید.

$\frac{1800}{12} = 150^\circ$

۳ــ سطح روبه‌رو با دو نوع کاشی منتظم، کاشی کاری شده است. اندازهٔ زاویه‌های هر دو نوع کاشی را محاسبه کنید.

در شکل مشاهده می‌کنیم که کاشی کاری‌ها از دو نوع کاشی ① هشت ضلعی و ② چهارضلعی تشکیل شده است. می‌دانیم که مجموع زوایای کنار هم باید برابر ۳۶۰ باشد.

اندازه زاویه‌های هشت ضلعی را محاسبه می‌کنیم:

$(n-2)\times 180 = (8-2)\times 180 = 1080 \longrightarrow$ مجموع زوایای داخلی هشت ضلعی

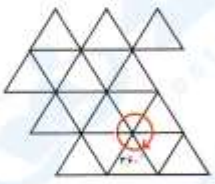
$\frac{1080}{8} = 135^\circ \longrightarrow$ اندازه هر زاویه داخلی هشت ضلعی

چهارضلعی:

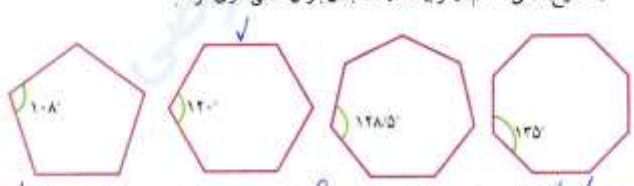
$(n-2)\times 180 = 2\times 180 = 360$ مجموع زوایای داخلی ۴ ضلعی

$\frac{360}{4} = 90^\circ \longrightarrow$ اندازه هر زاویه داخلی چهارضلعی

۴ــ کاشی‌هایی به شکل چندضلعی‌های منتظم داریم و می‌خواهیم سطحی را فقط با یک نوع از آنها کاشی کاری کنیم. شکل‌های زیر نشان می‌دهند که با سه ضلعی و چهارضلعی منتظم (یعنی مثلث متساوی الاضلاع و مربع) می‌توان کاشی کاری کرد.



یک نوع کاشی منتظم دیگر پیدا کنید که با آن بتوان کاشی کاری کرد.



نکته: اگر زاویه n ضلعی منتظم، یکی از مضارب‌های ۳۶۰ (مضرب) باشد می‌توانیم از آن در کاشی کاری استفاده کنیم.

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
estadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

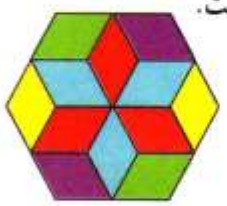
تمرین

۱ــ اندازهٔ هر یک از زاویه‌های یک بیست ضلعی منتظم را پیدا کنید. ابتدا مجموع زوایا را حساب می‌کنیم

$(20-2)\times 180 = 3240$ $\quad \frac{3240}{20} = 162^\circ \rightarrow$ اندازه هر زاویه

و سپس اندازه هر زاویه را بدست می‌آوریم

۲ــ در کاشی کاری روبه‌رو تنها یک نوع کاشی به کار رفته است.



الف) این کاشی چه نوع چهارضلعی‌ای است؟ لوزی

ب) اندازهٔ هریک از زاویه‌های آن چقدر است؟

$(4-2)\times 180 = 360$

(نکته: مجموع دو زاویه مجاور به هم در لوزی برابر 180° است)

پس اندازه زاویه های لوزی برابر است با 60° و 120°

۳ــ شکل روبه‌رو قسمتی از یک بشقاب قدیمی است.

حدس می‌زنید این بشقاب چندضلعی بوده است؟ چرا؟

هشت ضلعی

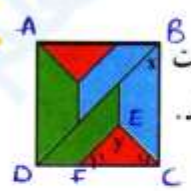
$\frac{(n-2)}{n}\times 180 = 135^\circ \rightarrow \boxed{n=8}$

۴ــ به کاشی کاری زیر توجه کنید. این کاشی کاری با سه نوع کاشی مختلف انجام شده است.

شکل سمت راست، قسمتی از این طرح را به‌صورت بزرگ‌تر نمایش داده است. اندازهٔ زاویه‌های مشخص شده را به‌دست آورید.

$B=90^\circ$ و $x=45^\circ$ $\xrightarrow{\text{قطر زاویه را}}$ BD قطر و ABCD مربع

به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند



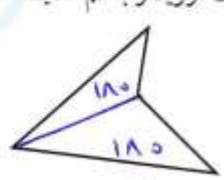
شکل سمت راست مربع است و کاشی‌ها متساوی‌الساقین هستند.

$\overset{\triangle}{EFC}$ متساوی الساقین $\longrightarrow \overline{EF}=\overline{EC} \Rightarrow \hat{F}_1=\hat{C}_1=45^\circ$ و $\hat{y}=90^\circ$

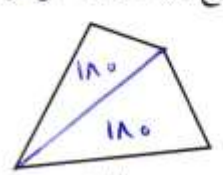
۵ــ مجموع زاویه‌های داخلی هر شکل را به‌دست آورید و با هم مقایسه کنید.

$2\times 180^\circ = 360^\circ$

$180^\circ \times$ تعداد مثلث‌ها



(ب)



(الف)

$2\times 180 = 360^\circ$

(نکته: اندازه زاویه های داخلی هر مثلث برابر 180° است)

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

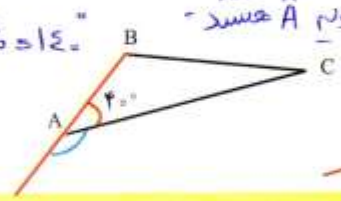
استادبانک
ostadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

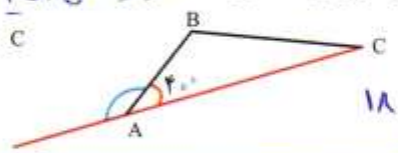
زاویه‌های خارجی

فعّالیت

در شکل سمت چپ، زاویهٔ خارجی رأس A از مثلث ABC از امتداد یافتن ضلع AB تشکیل شده است. در شکل سمت راست، زاویهٔ خارجی رأس A از امتداد یافتن ضلع AC تشکیل شده است. چرا این دو زاویه مساوی‌اند؟ هر دو مکمل زاویه $\hat{A}$ هستند.

$180-40=140^\circ$





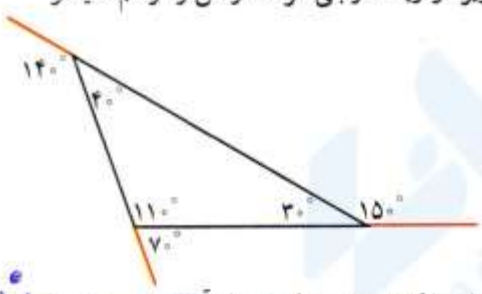
$180-40=140^\circ$

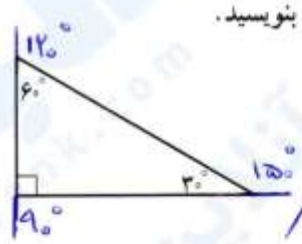
زاویه‌ای که در هر رأس یک چند ضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می‌شود، زاویهٔ خارجی آن رأس نامیده می‌شود.

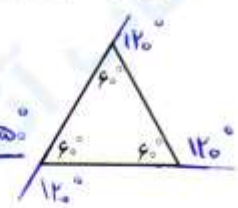
کار در کلاس

(نکته: مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث برابر 360° است)

۱ــ الف) مانند نمونه در هر یک از مثلث‌های زیر، زاویهٔ خارجی هر سه رأس را رسم کنید و اندازهٔ هر کدام را بنویسید.

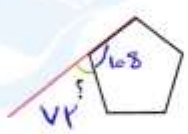


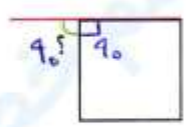


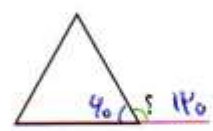


ب) مجموع زاویه‌های خارجی هریک از مثلث‌ها را پیدا کنید. چه رابطه‌ای میان آنها دیده می‌شود؟ برابر 360°

۲ــ چندضلعی‌های زیر منتظم‌اند. اندازهٔ زاویه‌های خواسته شده را پیدا کنید.

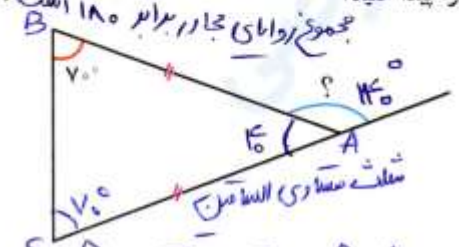






۳ــ با توجه به شکل، اندازهٔ زاویهٔ خواسته‌شده را پیدا کنید.

مجموع زوایای مجاور برابر 180° است.



مثلث متساوی الساقین

در متوازی الاضلاع زاویه‌های روبرو باهم برابرند.

و مجموع زوایای مجاور برابر 180° است.

$\overset{\triangle}{ABC}: \overline{AB}=\overline{AC} \Rightarrow \hat{B}=\hat{C}=70$

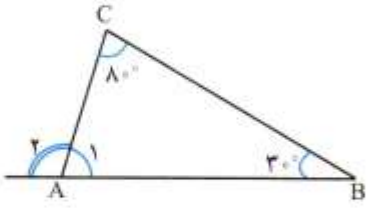
$180-140=40$

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
ostadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

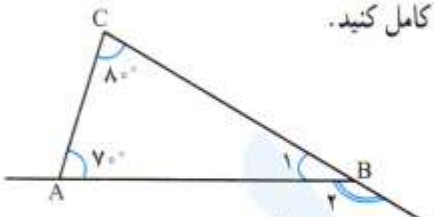
فعّالیت

هدی برای یافتن زاویهٔ خارجی یکی از رأس‌های مثلث به ترتیب زیر عمل کرد. راه حل او را کامل کنید.



$\hat{A}_1 = 180^\circ - (30^\circ + 80^\circ) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

$\hat{A}_2 = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

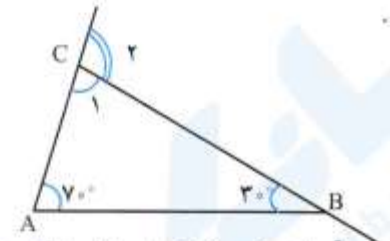


$\hat{B}_1 = 180^\circ - (80^\circ + 70^\circ) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

$\hat{B}_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

او رابطهٔ جالبی را مشاهده کرد. آیا می‌توانید حدس بزنید چه رابطه‌ای؟ هر زاویه خارجی برابر مجموع دو زاویه داخلی دیگر است.

هدی با خودش فکر کرد: «آیا هر زاویهٔ خارجی مثلث برابر با مجموع دو زاویهٔ داخلی دیگر آن مثلث است؟» با یک مثال دیگر حدس خود را بررسی کرد.

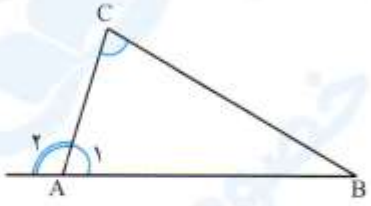


$\hat{C}_1 = 180^\circ - (30^\circ + 70^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

$\hat{C}_2 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

این آزمایش نیز حدس او را تأیید کرد. آیا حدس‌زدن و آزمایش‌کردن کافی است؟ چرا؟ خیر، چون همه حالات را در بر نمی‌گیرد.

یکی از دوستان هدی راه حل او را به صورت کلی و بدون درنظرگرفتن مثال نوشت تا به این ترتیب، درستی حدس او را اثبات کند.



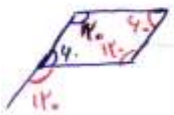
$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$$

بنابراین در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن است.

کار در کلاس

۱ــ مثالی بیاورید که نشان دهد جمله زیر، نادرست است.

«هر زاویه خارجی یک چهارضلعی، برابر مجموع سه زاویه داخلی دیگر آن است.»



$120 \neq 120 + 60 + 120$

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
ostadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۲ــ اندازهٔ دو زاویهٔ یک مثلث را می‌دانیم؛ پس می‌توانیم اندازهٔ زاویهٔ سوم آن را پیدا کنیم.
(چگونه؟) می‌دانیم که مجموع زوایای داخلی یک مثلث برابر ۱۸۰° است. زاویه سوم = مجموع دو زاویه ۱۸۰

برای اینکه بتوانیم اندازهٔ همهٔ زاویه‌های هر یک از شکل‌های زیر را پیدا کنیم، دست کم چندتا از آنها باید معلوم باشند؟ الف) لوزی ب) چهارضلعی با ضلع‌های نامساوی

یک زاویه — سه زاویه

فعّالیت

سطر اول جدول زیر، نشان می‌دهد که مجموع زاویه‌های خارجی یک مثلث برابر ۳۶۰° است.

تعداد ضلع‌ها	شکل	مجموع زاویه‌های داخلی	مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی	مجموع زاویه‌های خارجی
۳		$۱ \times ۱۸۰^\circ$	$۳ \times ۱۸۰^\circ$	$۲ \times ۱۸۰^\circ = ۳۶۰^\circ$
۴		$۲ \times ۱۸۰^\circ$	$۴ \times ۱۸۰^\circ$	$۲ \times ۱۸۰^\circ = ۳۶۰^\circ$
۵		$۳ \times ۱۸۰^\circ$	$۵ \times ۱۸۰^\circ$	$۲ \times ۱۸۰^\circ = ۳۶۰^\circ$
۶		$۴ \times ۱۸۰^\circ$	$۶ \times ۱۸۰^\circ$	$۲ \times ۱۸۰^\circ = ۳۶۰^\circ$
n		$(n-۲) \times ۱۸۰^\circ$	$n \times ۱۸۰^\circ$	$۲ \times ۱۸۰^\circ = ۳۶۰^\circ$

الف) جدول را کامل کنید و مجموع زاویه‌های خارجی شکل‌های بعدی را به‌دست آورید.
ب) فکر می‌کنید مجموع زاویه‌های خارجی یک هفت ضلعی چند درجه است؟ ۳۶۰°
یک هشت ضلعی چطور؟ ۳۶۰°

★ (مجموع زاویه‌های خارجی همه‌شکل‌ها مساوی ۳۶۰° است)

۴۸ ★ اندازه هر زاویه خارجی در چند ضلعی منتظم = $\frac{۳۶۰}{\text{تعداد اضلاع}}$

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
estadbank.com
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

کار در کلاس

۱ــ مجموع زاویه‌های خارجی چندضلعی‌های زیر را حساب کنید.

الف) هشت ضلعی ۳۶۰ درجه ب) ده ضلعی منتظم ۳۶۰ درجه

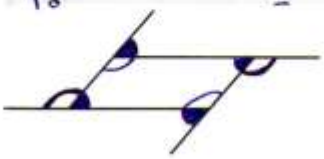
۲ــ به کمک پاسخ قسمت (ب) سؤال قبل،

الف) اندازهٔ هر زاویهٔ خارجی یک ده ضلعی منتظم را پیدا کنید. $۳۶۰^\circ \div ۱۰ = ۳۶^\circ$

ب) اندازهٔ هر زاویهٔ داخلی یک ده ضلعی منتظم را پیدا کنید. $\frac{(۱۰-۲)\times ۱۸۰}{۱۰} = ۱۴۴^\circ$ یا $۱۸۰^\circ - ۳۶^\circ = ۱۴۴^\circ$

تمرین

۱ــ زاویه‌های خارجی یک متوازی الاضلاع در شکل نشان داده شده‌اند.



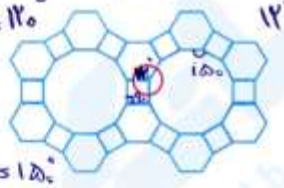
زاویه‌های مساوی را با علامت گذاری مشخص کنید.

۲ــ هر یک از طرح‌های زیر با استفاده از سه نوع کاشی منتظم طراحی شده است. با محاسبهٔ زاویه‌های داخلی هر کاشی منتظم، نشان دهید زاویهٔ مشخص شده در هر شکل ۳۶۰ درجه است.

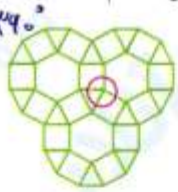
اندازه هر زاویه خارجی مربع $= ۹۰^\circ$

اندازه هر زاویه خارجی ۶ ضلعی $= \frac{۴\times ۱۸۰}{۶} = ۱۲۰^\circ$

اندازه هر زاویه خارجی ۱۲ ضلعی $= \frac{۱۰\times ۱۸۰}{۱۲} = ۱۵۰^\circ$

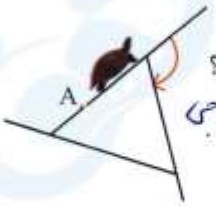


$۱۲۰^\circ + ۱۵۰^\circ + ۹۰^\circ + ۹۰^\circ = ۴۶۰^\circ$



$۹۰^\circ + ۹۰^\circ + ۹۰^\circ + ۱۲۰^\circ = ۳۶۰^\circ$

۳ــ لاک پشتی روی لبه باغچه‌ای حرکت می‌کند. او در هر گوشه می‌چرخد و روی لبهٔ بعدی قرار می‌گیرد.



الف) این لاک‌پشت در هر گوشه به اندازهٔ زاویهٔ داخلی می‌چرخد یا زاویهٔ خارجی؟ زاویه خارجی

ب) او حرکتش را از نقطهٔ A شروع کرده است.

تا وقتی دوباره به A برگردد، روی هم چند درجه می‌چرخد؟ ۳۶۰ درجه

ج) این لاک پشت برای پیمودن محیط هر یک از باغچه‌های منتظم زیر با شروع از نقطه مشخص شده چند درجه می‌چرخد؟ ۳۶۰ درجه

د) در پاسخ قسمت قبل، چه الگویی را مشاهده می‌کنید؟ توضیح دهید. مجموع زوایای خارجی هر چند ضلعی برابر ۳۶۰ درجه است.

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

مرور فصل ۳

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هرکدام مثالی بزنید.

- چندضلعی محدّب
- چندضلعی مقعّر
- مرکز تقارن
- چندضلعی منتظم
- زاویهٔ داخلی
- زاویهٔ خارجی

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. هر کدام را با یک مثال توضیح دهید و در دفتر خود خلاصهٔ درس را بنویسید.

- بررسی مرکز تقارن یک شکل
- پیدا کردن زاویه‌های مساوی و مکمل در خط‌های موازی و مورب
- تعریف متوازی‌الاضلاع
- تعریف مستطیل
- تعریف لوزی
- تعریف مربع
- رابطهٔ چهارضلعی‌ها
- خاصیت‌های چهارضلعی‌ها
- پیدا کردن مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی
- پیدا کردن زاویهٔ داخلی یک چندضلعی منتظم
- پیدا کردن مجموع زاویه‌های خارجی یک چندضلعی
- پیدا کردن زاویهٔ خارجی یک رأس مثلث

کاربرد

این درس به شما در درک بهتر شکل‌های هندسی و رابطهٔ بین آنها کمک می‌کند. ما در انواع صنایع دستی و آثار معماری کشور خود شکل‌های مختلف هندسی را می‌توانیم ببینیم.

تمرین‌های ترکیبی

۱ــ هر خانهٔ جدول زیر را با علامت × یا ✓ کامل کنید.

	ضلع‌های روبه‌رو برابر	ضلع‌های روبه‌رو موازی	زاویه‌های روبه‌رو برابر	قطرها منصف	قطرها برابر
متوازی‌الاضلاع	✓	✓	✓	✓	
مستطیل	✓	✓	✓	✓	
لوزی	✓	✓	✓	✓	
مربع	✓	✓	✓	✓	✓

۲ــ اندازهٔ زاویه‌های داخلی و خارجی یک هشت ضلعی منتظم را پیدا کنید.

اندازه زاویه داخلی $\Rightarrow \frac{6\times 180}{8} = 135^\circ$ اندازه زاویه خارجی $= 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

می‌تونی با بهترین معلم های ریاضی ایران کلاس خصوصی داشته باشی.
کافیه تو گوگل جستجو کنی:
معلم خصوصی ریاضی استادبانک
استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

آیا می دانستید؟

صفحه اینستاگرامی استادبانک علاوه بر مطالب بسیار مفیدی که چه برای دانش آموزان و چه برای والدین راه گشاست ، جدیدترین نکات و مسائل آموزشی و رویدادهای درسی را در اختیار کاربران خود قرار می دهد.

اینستاگرام استادبانک محفل گرم و صمیمی دوستان استادبانکی است، ما سعی می کنیم در صفحه اینستاگرام استادبانک شما را در جریان خدمات شرکت برای دانش آموزان عزیز قرار دهیم.

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

معلم ها و اساتید توانای بسیار زیادی در سرتاسر ایران هستند که کیفیت تدریس بالایی دارند و می توانند براحتی مفاهیم درسی را به دانش آموزان و یا دانشجویان منتقل کنند و به آن ها کمک کنند تا سریعتر و بهتر دروس تحصیلی خود را آموزش ببینند.

اگر شما هم جزو اساتید و معلم های توانای شهرتان هستید، این فرصت را دارید تا با ثبت نام در سایت تدریس خصوصی استادبانک بتوانید با دانش آموزان و دانشجویان زیادی در سرتاسر ایران کلاس خصوصی داشته باشید.

سالانه بیش از 12000 دانش آموز نزدیک به 40 هزار کلاس خصوصی با اساتید استادبانک دارند.

اساتید موفق استادبانک بصورت میانگین ماهانه 20 میلیون تومان درآمد از طریق کلاس های خصوصی استادبانک کسب می کنند.

در صورتیکه کیفیت تدریس شما توسط تیم داوری و ارزیابی اساتید استادبانک تایید شود، بلافاصله پروفایل شما در سایت استادبانک فعال می شود و می توانید درخواست های شاگردانی که از شهرتان و یا سرتاسر ایران درخواست کلاس خصوصی دارند را بررسی کنید.

کلاس های استادبانک بصورت حضوری و یا آنلاین، براساس درخواست دانش آموز یا دانشجو برگزار می شود.

بعد از تایید پروفایل شما در استادبانک، شما به بخش اکادمی اساتید استادبانک دسترسی خواهید داشت که منبع عظیمی برای اموزش و یادگیری روش های جدید تدریس و همچنین نکات مهم در تعامل با دانش آموزان و نحوه برگزاری کلاس هاست.

شما می توانید همین الان با جستجوی عبارت معلم خصوصی استادبانک وارد سایت استادبانک شوید و با کلیک بر روی گزینه ثبت نام استاد، مراحل ثبت نام و استخدام بعنوان معلم خصوصی در استادبانک را طی کنید.

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

استادبانک به عنوان بزرگترین سایت تدریس خصوصی ایران مفتخر است که:

. بهترین بستر را برای با کیفیت ترین شیوه های آموزش و تدریس فراهم کرده است.

. قطب تدریس خصوصی کشور می باشد

. شرکت های دانش بنیان از جمله پیشرو ترین شرکت ها هستند که در اقتصاد کشور سهم عظیمی دارند و استادبانک مفتخر است که از جمله بهترین های آنهاست.

. در سال ۹۶ به عنوان برترین شرکت رشد یافته در دانشگاه شریف شناخته شد.

. مجموعه استادبانک از جمله معتبرترین شرکت های فضای وب ایران و به عنوان عضو رسمی اتحادیه کسب و کارهای مجازی از قابل اعتمادترین کسب و کارهای آنلاین است.

. با فضایی کاملا آکادمیک در مرکز رشد دانشگاه شریف مستقر است.