

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

مجموعه سوالات استادبانک

۱- هر یک از چند ضلعی‌های زیر چند محور تقارن دارند.
مستطیل:
۶ ضلعی منتظم:

« پاسخ »

۶ ضلعی منتظم: ۶ محور تقارن

مستطیل: ۲ محور تقارن

۲- اندازه‌ی یک زاویه‌ی داخلی و خارجی ۱۵ ضلعی منتظم را به دست آورید.

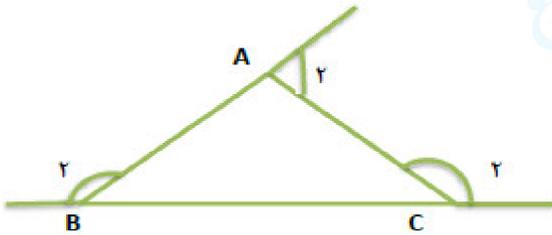
« پاسخ »

$$\text{زاویه خارجی} = \frac{360}{15} = 24$$

$$\text{زاویه داخلی} = 180 - 24 = 156$$

$$\hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 360^\circ$$

۳- در شکل زیر ثابت کنید:



« پاسخ »

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_2 &= \hat{B}_1 + \hat{C}_1 \\ \hat{B}_2 &= \hat{A}_1 + \hat{C}_1 \\ \hat{C}_2 &= \hat{A}_1 + \hat{B}_1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 &= 2\hat{A}_1 + 2\hat{B}_1 + 2\hat{C}_1 = 2(\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1) \\ &= 2 \times 180^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$

۴- جواب صحیح سوالات را پیدا کنید.

سوالها	جوابها
۱- چهارضلعی که فقط دو ضلع موازی دارد.	الف) موازی الاضلاع <input type="checkbox"/> ب) ذوزنقه <input type="checkbox"/>
۲- چهارضلعی که دو قطر آن مساوی و عمود منصف یکدیگرند.	الف) لوزی <input type="checkbox"/> ب) مربع <input type="checkbox"/>
۳- چندضلعی که حداقل یک زاویه بزرگتر از 180° دارد.	الف) محدب <input type="checkbox"/> ب) مقعر <input type="checkbox"/>
۴- چندضلعی که همه ضلع‌ها و زاویه‌هایش با هم برابرند.	الف) منتظم <input type="checkbox"/> ب) محدب <input type="checkbox"/>

« پاسخ »

(۴) الف. منتظم

(۳) ب. مقعر

(۲) ب. مربع

(۱) ب. ذوزنقه

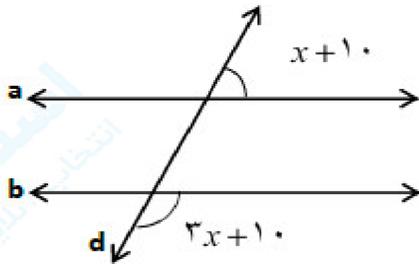
مجموعه سوالات استادبانک

۵- اندازه هر زاویه یک ۵ ضلعی منتظم را به دست آورید.

« پاسخ »

اندازه هر زاویه خارجی $\Rightarrow 360 \div 5 = 72^\circ$

اندازه هر زاویه داخلی $\Rightarrow 180 - 72 = 108^\circ$



۶- در شکل مقابل مقدار X را به دست آورید.

« پاسخ »

$$x + 10 + 3x + 10 = 180$$

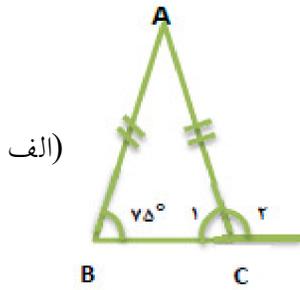
$$4x + 20 = 180$$

$$4x = 180 - 20$$

$$x = \frac{160}{4} = 40$$

مجموعه سوالات استادبانک

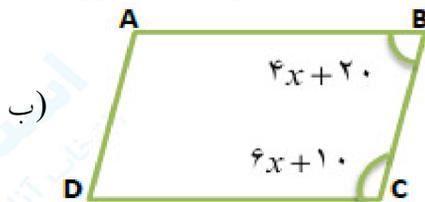
۷- با توجه به شکل‌های زیر مقادیر خواسته شده را به دست آورید.



$$\hat{A} = \dots$$

$$\hat{C}_1 = \dots$$

$$\hat{C}_2 = \dots$$



$$x = \dots \text{ (با راه حل)}$$

$$\hat{A} = \dots$$

$$\hat{D} = \dots$$

« پاسخ »

$$\hat{A} = 30^\circ$$

$$\text{الف) } \hat{C}_1 = 75^\circ \quad (0/75)$$

$$\hat{C}_2 = 105^\circ$$

$$\text{ب) } (1/25)$$

$$4x + 20 + 6x + 10 = 180$$

$$10x + 30 = 180$$

$$10x = 180 - 30$$

$$x = \frac{150}{10} = 15$$

$$\hat{A} = 100^\circ$$

$$\hat{D} = 80^\circ$$

۸- اندازه هر زاویه داخلی و هر زاویه خارجی ۱۰ ضلعی منتظم چند درجه است؟

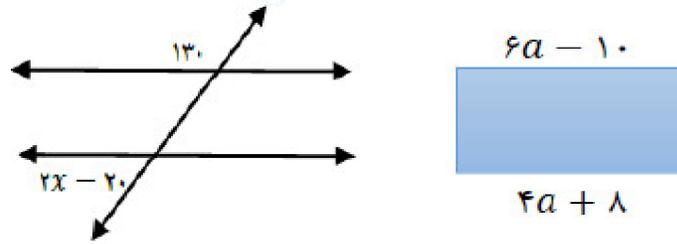
« پاسخ »

$$\text{داخلی } \frac{(10 - 2) \times 180}{10} = 144$$

$$\text{خارجی } \frac{360}{10} = 36$$

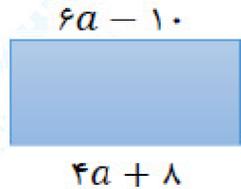
مجموعه سوالات استادبانک

۹- در هریک از شکل‌های زیر مقدار X و a را به دست آورید.

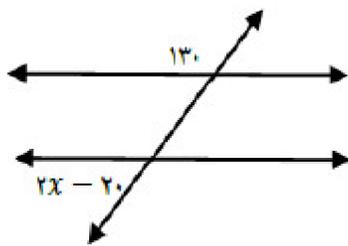


« پاسخ »

در مستطیل اضلاع روبه‌رو برابرند.



$$\begin{aligned} 6a - 10 &= 4a + 8 \\ 6a - 4a &= 10 + 8 \\ 2a &= 18 \\ a &= 9 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 180 &= \text{زاویه باز} + \text{زاویه تند} \\ 2x - 20 + 130 &= 180 \\ 2x + 110 &= 180 \\ 2x &= 70 \\ x &= 35 \end{aligned}$$

۱۰- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) مربع دو محور تقارن دارد.

ب) در متوازی‌الاضلاع قطرهای هم‌دیگر را نصف می‌کنند.

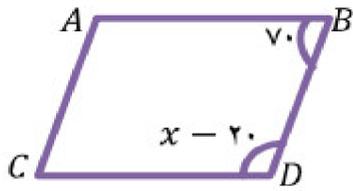
« پاسخ »

ب) درست

الف) نادرست

۱۱- در شکل مقابل، مقدار x را پیدا کنید.

(چهارضلعی متوازی الاضلاع است)



« پاسخ »

$$x - 20 + 70 = 180$$

$$x = 180 - 50 = 130$$

$$x = 130$$

۱۲- درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.
الف) در هر لوزی قطرها با هم برابرند.

ب) اگر $d \parallel e$ و $d \parallel f$ آنگاه $e \parallel f$.

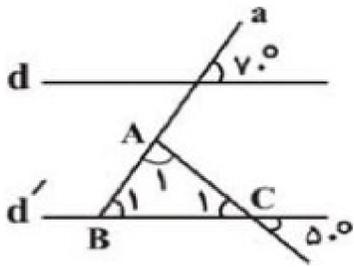
« پاسخ »

الف) نادرست

ب) درست

مجموعه سوالات استادبانک

۱۳- در شکل زیر، $d \parallel d'$ می‌باشد. تساوی‌های زیر را کامل کنید.



$$\hat{B}_1 =$$

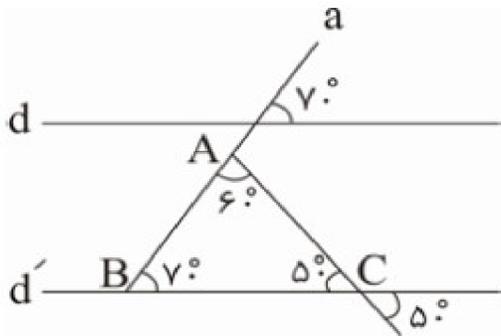
$$\hat{A}_1 =$$

« پاسخ »

خط d با خط d' موازی است ($d \parallel d'$) بنابراین زاویه‌ی \hat{B}_1 با زاویه‌ی 70° برابر است.

$$\hat{B}_1 = 70^\circ$$

زاویه‌ی 50° و \hat{C}_1 متقابل به رأس بوده و بنابراین $\hat{C}_1 = 50^\circ$. حال در مثلث ABC می‌توان نوشت:



$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ$$

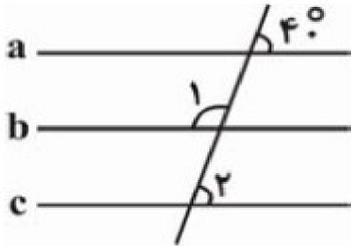
$$\hat{A}_1 + 70^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{A}_1 = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\hat{A}_1 = 60$$

مجموعه سوالات استادبانک

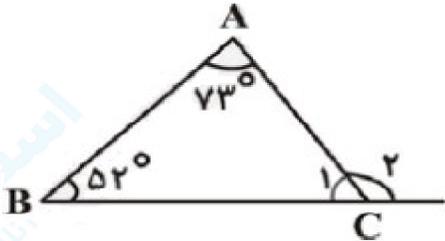
۱۴- با توجه به شکل‌های زیر، اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



(الف)

$$\hat{1} =$$

$$\hat{2} =$$



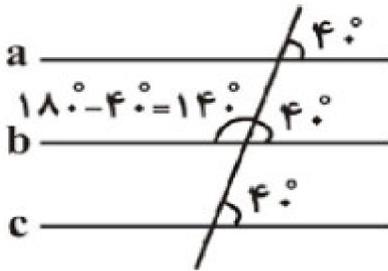
(ب)

$$\hat{C}_1 =$$

$$\hat{C}_2 =$$

« پاسخ »

(الف)



$$\hat{1} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \text{ (زاویه نیم صفحه)}$$

$$\hat{2} = 40^\circ \text{ (خطوط موازی و مورب)}$$

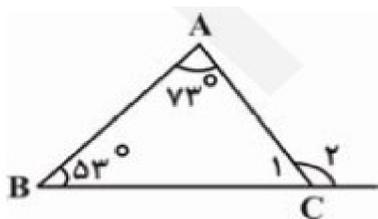
(ب) مجموع زوایای داخلی مثلث ABC، باید 180° باشد. لذا زاویه‌ی \hat{C}_1 از این طریق به دست می‌آید:

$$73^\circ + 52^\circ + \hat{C}_1 = 180^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 55^\circ$$

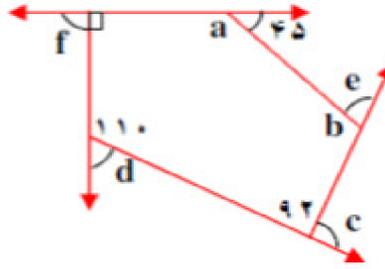
با توجه به این مطلب که زاویه‌ی \hat{C}_2 زاویه‌ی خارجی مثلث ABC است و اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی مثلث، برابر با مجموع زاویه‌ی داخلی غیر مجاور آن می‌باشد، می‌توان نوشت:



$$\hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B} = 52^\circ + 73^\circ = 125^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 = 125^\circ$$

مجموعه سوالات استادبانک

۱۵- اندازه زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید. (۱/۲۵)



$\hat{a} = \dots\dots$
 $\hat{c} = \dots\dots$
 $\hat{e} = \dots\dots$

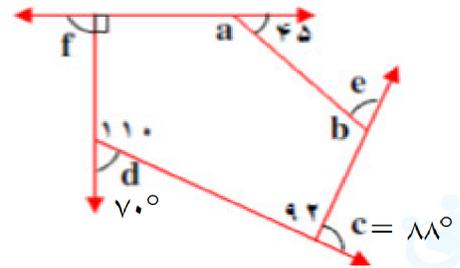
$\hat{b} = \dots\dots$
 $\hat{d} = \dots\dots$

« پاسخ »

$\hat{a} = 135^\circ$
 $\hat{d} = 70^\circ$

$\hat{b} = 113^\circ$
 $\hat{e} = 67^\circ$

$\hat{c} = 88^\circ$



۱۶- مجموع زاویه‌های داخلی یک ۱۲ ضلعی منتظم چند درجه است؟ (۰/۵)

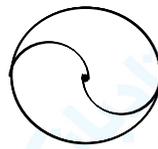
« پاسخ »

۱۸۰۰ درجه

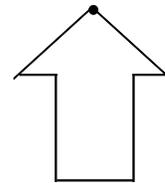
۱۷- محور تقارن شکل‌های زیر را رسم کنید.



الف

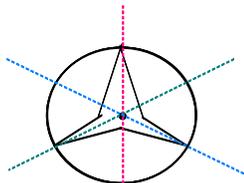


ب

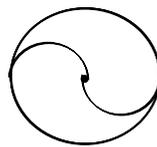


ج

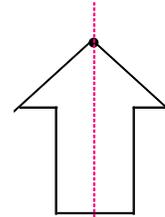
« پاسخ »



تا ۳

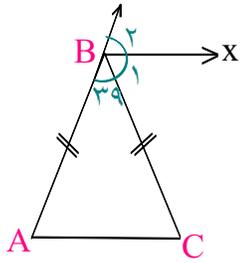


هیچی



یکی

۱۸- با توجه به شکل اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$(Bx \parallel \overline{AC}) (\overline{AB} = \overline{BC})$$

$$\hat{B}_1 = \dots$$

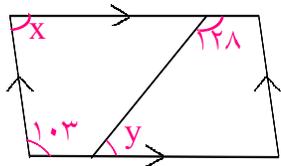
$$\hat{B}_2 = \dots$$

« پاسخ »

$$180 - 39 = 141$$

$$A = 141 \div 2 = 70.5^\circ \quad (AB \parallel Bx, \overline{AC} \parallel Bx) \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}_2 = 70.5$$

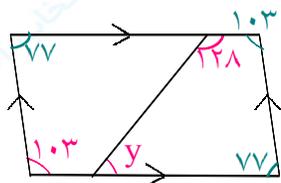
$$B_1 = 180 - (39 + 70.5) = 70.5$$



۱۹- اندازه‌ی زاویه‌های X و Y را به دست آورید.

« پاسخ »

می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مجاور مکمل هستند پس $x = 180 - 103 = 77$ و زاویه‌های مقابل برابر هستند پس در چهارضلعی متوازی‌الاضلاع مجموع زاویه‌ها 360° می‌باشد زاویه‌ی Y را می‌توان بدین صورت به دست آورد:



$$128 + 103 + 77 = 308 \quad \text{مجموع ۳ زاویه}$$

$$y = 360 - 308 = 52$$

مجموعه سوالات استادبانک

۲۰- جاهای خالی را پر کنید:

الف) دو خط عمود بر یک خط

ب) موازی بودن دو خط m و n را با نماد ریاضی به صورت می‌نویسند.

ج) عمود بودن دو خط f و e را با نماد ریاضی به صورت نمایش می‌دهند.

د) $\left. \begin{array}{l} d_1 \parallel d \\ d_2 \parallel d \end{array} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$

ه) $\left. \begin{array}{l} d_1 \parallel d_2 \\ d \perp d_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$

« پاسخ »

الف) با هم موازی‌اند

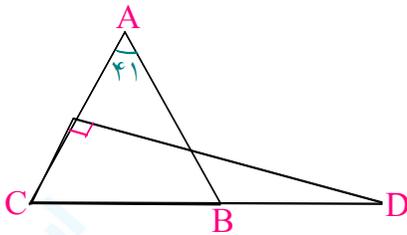
ب) $m \parallel n$

ج) $e \perp f$

د) $d_1 \parallel d_2$

ه) $d \perp d_1$

۲۱- زاویه‌ی خواسته شده را به دست آورید.



$$(\overline{AB} = \overline{AC})$$

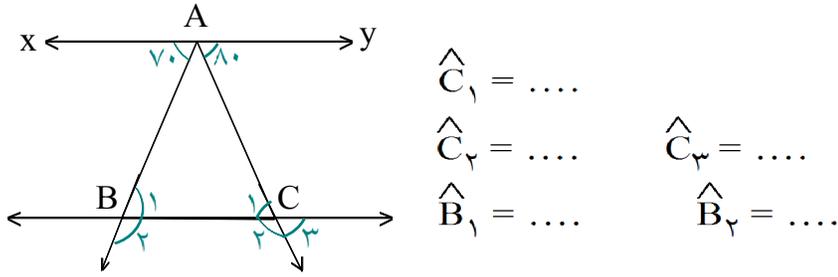
$$\hat{D} = \dots$$

« پاسخ »

$$(\overline{AB} = \overline{AC}) \Rightarrow \text{مثلث متساوی الساقین} \Rightarrow 180 - 41 = 139 \Rightarrow C = \frac{139}{2} = 69.5$$

$$D = 180 - (90 + \frac{159}{5}) = 20.5$$

۲۲- در شکل زیر $(\overline{BC} \parallel xy)$ اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده به دست آورید.



$$\hat{C}_1 = \dots$$

$$\hat{C}_2 = \dots$$

$$\hat{B}_1 = \dots$$

$$\hat{C}_3 = \dots$$

$$\hat{B}_2 = \dots$$

« پاسخ »

$$\hat{B}_1 = \boxed{80^\circ}$$

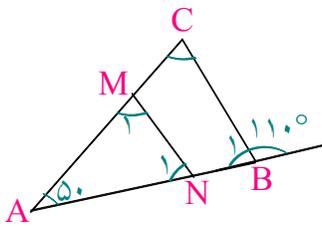
$$\hat{B}_2 = 180 - 80 = \boxed{100^\circ}$$

$$C_1 = \boxed{70^\circ}$$

$$C_3 = \boxed{70^\circ}$$

$$\hat{C}_2 = 180 - 70 = \boxed{110^\circ}$$

۲۳- اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید. $(CB \parallel MN)$



$$\hat{B}_1 = \dots ; \hat{C} = \dots$$

$$\hat{M}_1 = \dots ; \hat{N}_1 = \dots$$

« پاسخ »

$$\hat{C} = 110 - 50 = \boxed{60^\circ}$$

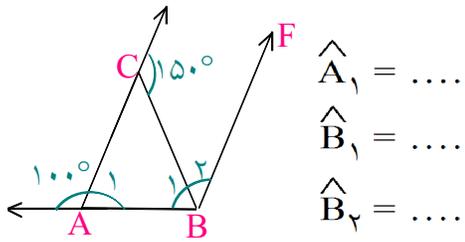
$$\hat{B}_1 = 180 - 110 = \boxed{70^\circ}$$

$$\hat{N}_1 = \hat{B}_1 = \boxed{70^\circ}$$

$$\hat{M}_1 = \hat{C} = \boxed{60^\circ}$$

مجموعه سوالات استادبانک

۲۴- در شکل زیر با توجه به خطوط موازی، زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



$$\hat{A}_1 = \dots$$

$$\hat{B}_1 = \dots$$

$$\hat{B}_2 = \dots$$

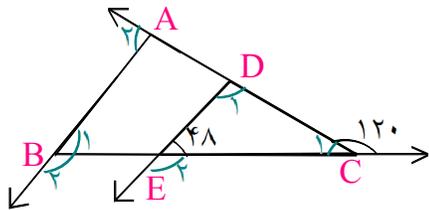
« پاسخ »

$$\hat{A}_1 = 180 - 100 = 80^\circ$$

$$\hat{B}_1 = 150 - 80 = 70^\circ$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B}_2 = 180 - 150 = 30^\circ \text{ خطوط موازی} \\ \hat{B}_2 = 100 - 70 = 30^\circ \text{ زاویه ی خارجی یا} \end{array} \right.$$

۲۵- در شکل زیر با توجه به خطوط موازی، زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



$$\hat{B}_1 = \dots ; \hat{B}_2 = \dots ; \hat{C}_1 = \dots$$

$$\hat{D}_1 = \dots , E_2 = \dots , A_2 = \dots$$

« پاسخ »

$$\hat{C}_1 = 180 - 120 = \boxed{60^\circ}$$

$$E_2 = 180 - 48 = \boxed{132^\circ}$$

$$\hat{B}_1 = \hat{E} = \boxed{48^\circ}$$

$$\hat{B}_2 = \hat{E}_2 = \boxed{132^\circ}$$

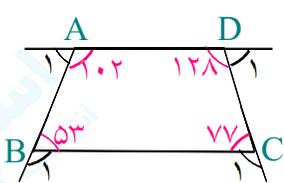
$$D_1 = 120 - 48 = \boxed{72^\circ}$$

$$\hat{A}_2 = 180 - 72 = \boxed{108^\circ}$$

۲۶- در شکل زیر زاویه‌های خارجی در رأس را رسم کنید و اندازه‌ی آنرا به دست آورید و مجموع زاویه‌های خارجی را تعیین کنید.



« پاسخ »



$$\hat{A}_1 = 180 - 102 = 78^\circ$$

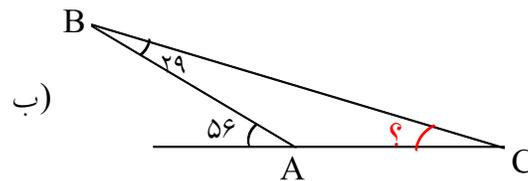
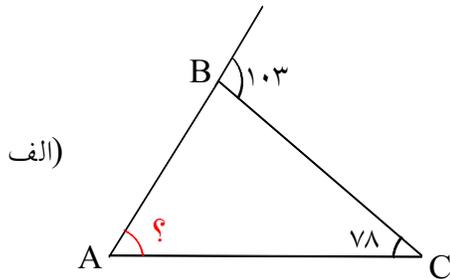
$$\hat{D}_1 = 180 - 128 = 52^\circ$$

$$\hat{B}_1 = 180 - 53 = 127^\circ$$

$$\hat{C}_1 = 180 - 77 = 103^\circ$$

$$\text{مجموع زوایای خارجی} = 78 + 52 + 127 + 103 = 360^\circ$$

۲۷- اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



« پاسخ »

می‌دانیم زاویه‌ی خارجی برابر است با مجموع ۲ زاویه‌ی داخلی غیرمجاور، پس:

$$\hat{B}_1 = \hat{A} + \hat{C} \Rightarrow \hat{A} = 103 - 78 = 25^\circ \quad \text{(الف)}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{B} + \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = 56 - 29 = 27^\circ \quad \text{(ب)}$$

۲۸- جدول زیر را کامل کنید.

اندازه یک زاویه	مجموع زاویه داخلی	تعداد اضلاع
		۵
		۶
		۱۱

« پاسخ »

اندازه یک زاویه	مجموع زاویه داخلی	تعداد اضلاع
۱۰۸	۵۴۰	۵
۱۲۰	۷۲۰	۶
۱۴۷/۲	۱۶۲۰	۱۱

$$\text{مجموع زاویه ها} = (n - 2) \times 180 = (5 - 2) \times 180 = 540$$

$$540 \div 5 = 108$$

$$(6 - 2) \times 180 = 720 \quad 720 \div 6 = 120$$

$$(11 - 2) \times 180 = 1620 \quad 1620 \div 11 = 147/2$$

۲۹- با توجه به شکل اندازه‌های خواسته شده را بنویسید. (شکل متوازی‌الاضلاع است.)

$$\overline{BD} = \dots$$

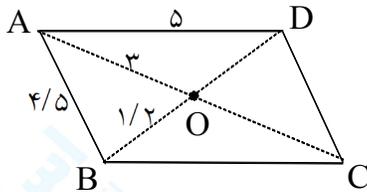
$$\overline{AC} = \dots$$

$$\overline{OC} = \dots$$

$$\overline{OD} = \dots$$

$$\overline{DC} = \dots$$

$$\overline{BC} = \dots$$



« پاسخ »

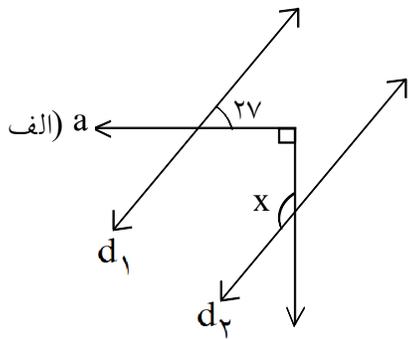
می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع، قطرهای همدیگر را نصف می‌کنند و هر قطر از وسط قطر دیگر می‌گذرد و هم‌چنین ضلع‌های روبه‌رو دو به دو برابرند. بنابراین:

$$\overline{BD} = 2 \times 1/2 = 2/4 \quad ; \quad \overline{AC} = 2 \times 3 = 6 \quad ; \quad \overline{OC} = 3$$

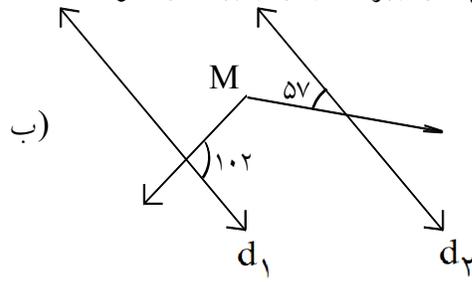
$$\overline{OD} = 1/2 \quad ; \quad \overline{DC} = 4/5 \quad ; \quad \overline{BC} = 5$$

مجموعه سوالات استادبانک

۳۰- با توجه به شکل‌های زیر اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.

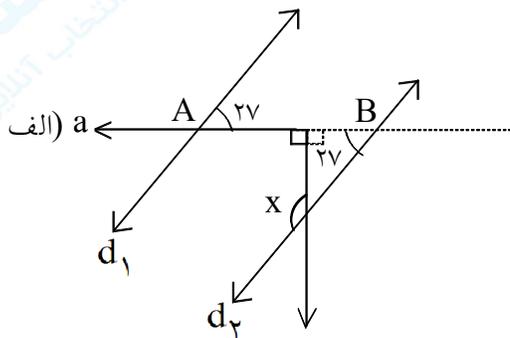


$$x = \dots$$



$$\widehat{M} = \dots$$

« پاسخ »



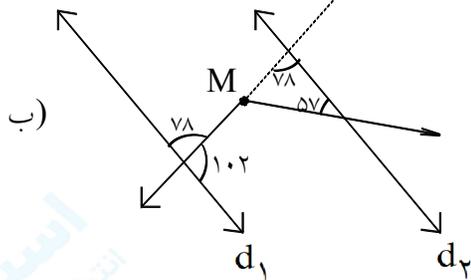
$$(d_1 \parallel d_2, a \text{ مورب } d_2) \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B} = 27^\circ$$

$$27^\circ + 90^\circ = 117^\circ \text{ مجموع ۲ زاویه}$$

$$180^\circ - 117^\circ = 63^\circ \text{ زاویه سوم}$$

$$x = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$$

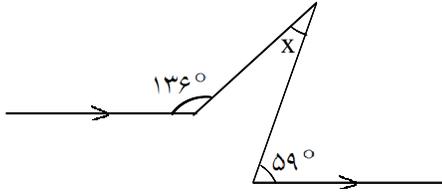
کافی است یکی از نیم خط‌ها را امتداد دهیم تا دو خط موازی را قطع کند و زاویه‌های مساوی را مشخص کنیم.



$$57^\circ + 78^\circ = 135^\circ$$

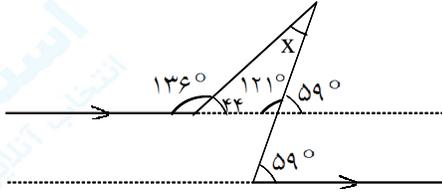
$$180^\circ - 135^\circ = 45^\circ \text{ زاویه سوم}$$

$$\widehat{M} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$



۳۱- اندازه‌ی زاویه‌ی خواسته شده را به دست آورید.

« پاسخ »

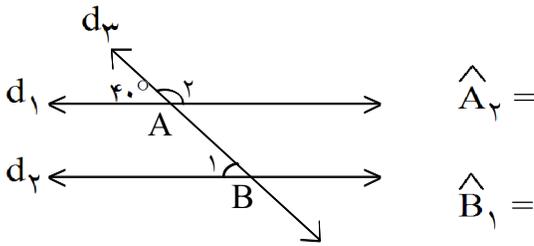


$$180 - 136 = 44$$

$$180 - 59 = 121$$

$$121 + 44 = 165$$

$$X = 180 - 165 = 15^\circ$$



۳۲- با توجه به شکل زیر، اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$\hat{A}_2 =$$

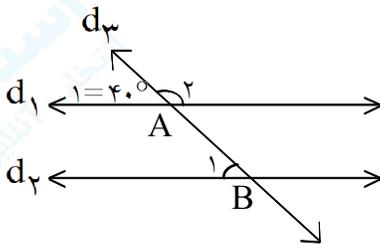
$$\hat{B}_1 =$$

« پاسخ »

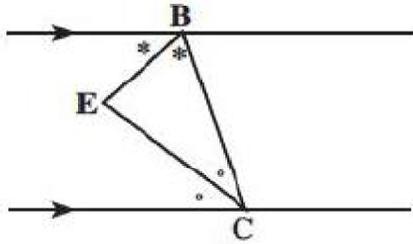
چون \hat{A}_1 و \hat{A}_2 مکمل یکدیگرند، پس:

$$\hat{A}_2 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

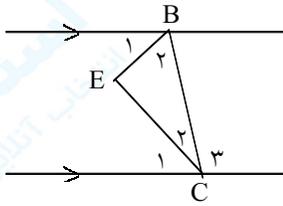
$$\hat{B}_1 = 40^\circ$$



۳۳- در شکل مقابل، ثابت کنید: $\hat{E} = 90^\circ$



« پاسخ »



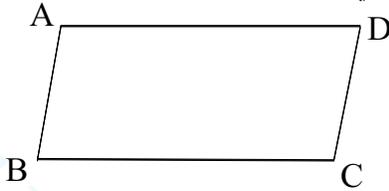
$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{C}_3 \quad \text{قضیه ی موازی و مورب} \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ$$

$$2\hat{B}_2 + 2\hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 90^\circ$$

$$\hat{E} + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{E} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{E} = 90^\circ$$

۳۴- چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. طرف دوم تساوی های زیر را بنویسید.

درجه $\hat{A} = \dots$, $\hat{B} = \dots$, $\hat{A} + \hat{B} = \dots$



« پاسخ »

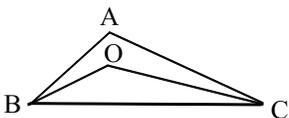
درجه $\hat{A} = \hat{C}$, $\hat{B} = \hat{D}$, $\hat{A} + \hat{B} = 180$

۳۵- در مثلث ABC نیمسازهای داخلی دو زاویه ی B و C همدیگر را در نقطه ی O قطع کرده اند، ثابت کنید:

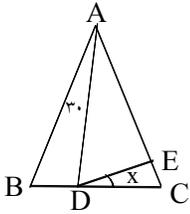
$$\hat{O} = 90 + \frac{\hat{A}}{2}$$

« پاسخ »

اگر O محل تلاقی دو نیمساز باشد



$$\left. \begin{aligned} \hat{O} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} &= 180 \\ \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} &= 180 \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{O} = 90 + \frac{\hat{A}}{2}$$

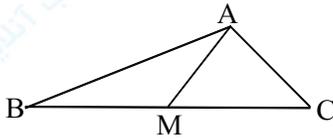


۳۶- در شکل زیر $AB = AC$ و زاویه \widehat{BAD} برابر 30° درجه است. اگر $AE = AD$ آنگاه زاویه x برابر چیست؟

« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ADE} + x = 30^\circ + \widehat{B} \\ \widehat{ADE} = 15^\circ + \widehat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow x + 15^\circ + \widehat{B} = 30^\circ + \widehat{B} \Rightarrow x = 15^\circ$$

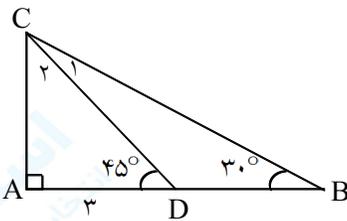
با توجه به شکل داریم:



۳۷- در شکل مقابل $\widehat{C} = 30^\circ$, $\widehat{B} = 16^\circ$ و $BM = MC$ مطلوبست محاسبه‌ی زاویه \widehat{AMC} .

« پاسخ »

از B به AC عمود کرده پای عمود را H می‌نامیم. و از H به M وصل می‌کنیم. با توجه به زوایای داده شده و اینکه میانه‌ی وارد بر وتر نصف وتر است نتیجه می‌گیریم $HA = HM$ پس مثلث AHM متساوی‌الساقین و مثلث BHM متساوی‌الاضلاع است. در نتیجه $BMH = 60^\circ$ و $AMH = 75^\circ$ پس زاویه AMC برابر 45° درجه است.



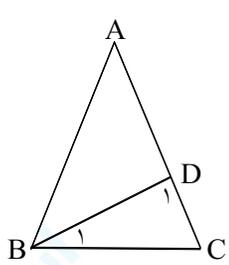
۳۸- در شکل روبرو با توجه به اندازه‌های داده شده اندازه زاویه \widehat{C}_1 و طول پاره‌خط AC را حساب کنید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} 45^\circ &= \widehat{C}_1 + 30^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ \\ \widehat{C}_2 &= 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow \widehat{C}_2 = \widehat{CDA} \Rightarrow AC = AD = 3 \end{aligned}$$

۳۹- در مثلث متساوی الساقین ABC به رأس A اگر طول نیمساز زاویه داخلی B با طول ضلع BC برابر باشد، اندازه زاویه A را بدست آورید.

« پاسخ »



$$BD = BC \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}$$

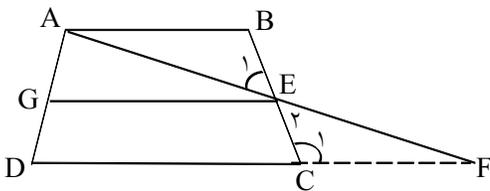
$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$$

$$\hat{B}_1 + \hat{D}_1 + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} + \hat{C} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \frac{\hat{C}}{2} + \hat{C} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}\hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 72^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$$

۴۰- ثابت کنید پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق یک ذوزنقه را به هم وصل می‌کند با دو قاعده موازی و مساوی نصف مجموع آنها است.

« پاسخ »



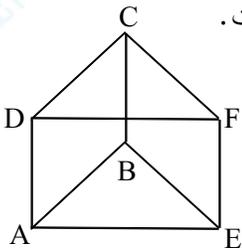
فرض: $AG = GD$ و $BE = EC$

حکم: $GE = \frac{AB + DC}{2}$ و $GE \parallel AB \parallel DC$

از رأس A به نقطه E وسط BC رسم کرده و امتداد می‌دهیم تا امتداد ضلع DC را در F قطع کند.

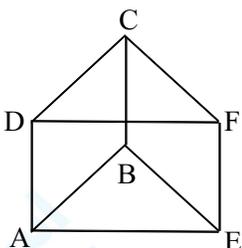
$$\left. \begin{array}{l} EB = EC \\ \hat{B}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{ABE} = \hat{ECF} \Rightarrow AB = CF \text{ و } AE = EF$$

۴۱- در شکل روبرو ABCD و BEFC متوازی الاضلاع ثابت کنید AEFD متوازی الاضلاع است.

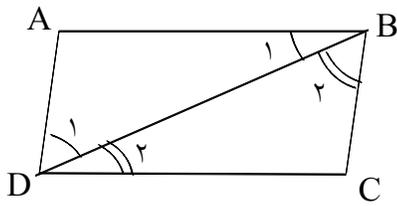


« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \\ BC \parallel EF \end{array} \right\} \Rightarrow AD \parallel EF$$



۴۲- شکل مقابل یک متوازی‌الاضلاع است. چرا $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$ و $\hat{B}_2 = \hat{D}_2$ است؟

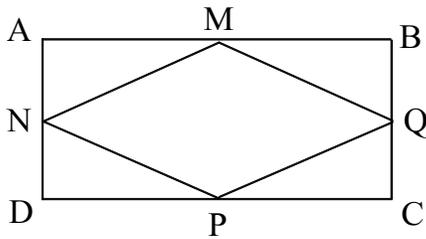


« پاسخ »

$$\begin{cases} \hat{B}_2 = \hat{D}_1 \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \end{cases}$$

خطی که دو خط موازی را قطع می‌کند زوایای داخلی با هم برابرند یعنی

۴۳- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است و M، N، P و Q وسط‌های چهار ضلع آن هستند. چرا چهارضلعی MNPQ یک لوزی است؟

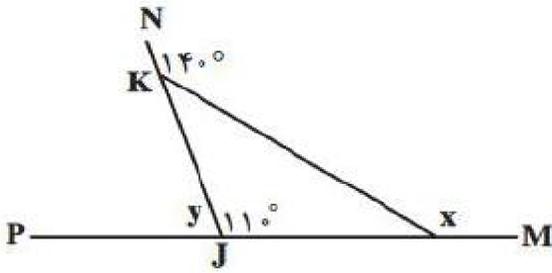


« پاسخ »

$$\begin{cases} AN = ND \\ AM = DP \\ \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow (\text{ض ز ض}) \begin{cases} AM = NP \\ PQ = MQ \end{cases}$$

پس NMQP ← یک لوزی است.

۴۴- در شکل زیر، مقادیر X و Y را پیدا کنید.



« پاسخ »

$$\hat{y} + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{y} = 70^\circ$$

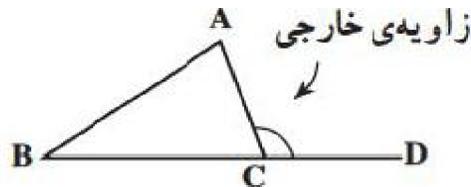
$$\hat{x} + 140^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{x} = 40^\circ$$

زاویه‌ی خارجی در مثلث برابر جمع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاور است.

$$\hat{x} = 40^\circ + 110^\circ = 150^\circ$$

۴۵- نشان دهید که در مثلث دلخواه ABC ،

$$\hat{ACD} = \hat{A} + \hat{B}$$

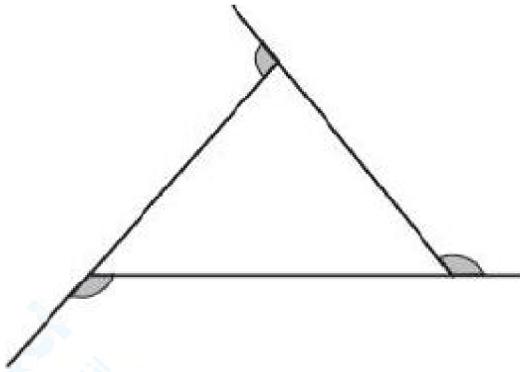


(زاویه‌ای که از امتداد دادن یک ضلع تشکیل می‌شود، زاویه‌ی خارجی نامیده می‌شود.)

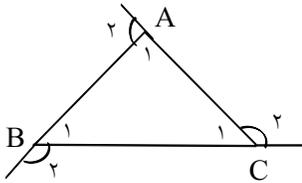
« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{ACB} = 180^\circ \\ \hat{ACB} + \hat{ACD} = 180^\circ \end{array} \right\} \text{مجموع زوایای مثلث} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = \hat{ACD}$$

۴۶- مجموع زاویه‌های خارجی مثلث زیر را بیابید. آیا این یافته در مورد مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث درست است؟ جواب خود را با ذکر دلیل بنویسید.



« پاسخ »



$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 = \hat{C}_2 \quad \text{زاویه خارجی}$$

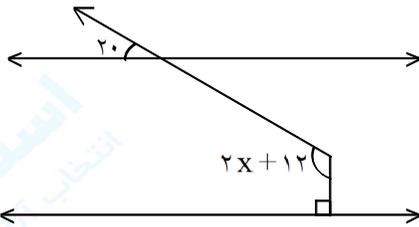
$$\hat{A}_1 + \hat{C}_1 = \hat{B}_2$$

$$\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = \hat{A}_2$$

$$\hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 2(\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1)$$

$$\hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 360^\circ$$

بله، در مورد هر مثلثی درست است.



۴۷- با تشکیل معادله، مقدار X را به دست آورید.

« پاسخ »

با امتداد دادن خط عمود، این خط بر خط اول نیز عمود شده و مثلث قائم‌الزاویه‌ای به وجود می‌آید.

$$90 + 20 = 110$$

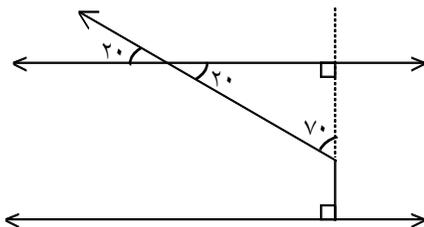
$$180 - 110 = 70 \quad \text{زاویه سوم مثلث}$$

$$82$$

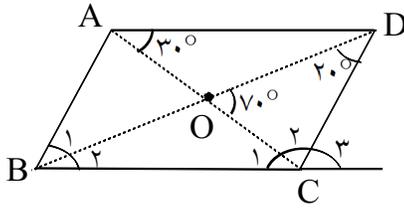
$$2x + 12 + 70 = 180 \quad \text{مکمل یکدیگرند}$$

$$2x = 180 - 82 = 98$$

$$x = \frac{98}{2} = 49$$



۴۸- چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. با توجه به اطلاعات داده شده، تساوی‌ها را کامل کنید.



$$\begin{aligned} \hat{C}_1 &= \dots & \hat{A} &= \dots \\ \hat{B}_1 &= \dots & \hat{B} &= \dots \\ \hat{C}_2 &= \dots \\ \hat{C}_3 &= \dots \end{aligned}$$

« پاسخ »

$$\text{OCD در مثلث} : 70 + 20 = 90 \Rightarrow \hat{C}_2 = 180 - 90 = 90^\circ$$

$$AD \parallel BC, \text{ مورب } AC \Rightarrow C_1 = 30 \Rightarrow C_3 = 180 - (90 + 30) = 60^\circ$$

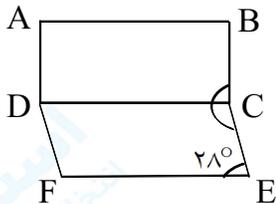
$$(AD \parallel BC, \text{ مورب } DC) \Rightarrow \hat{C}_3 = \hat{D} = 60^\circ$$

$$\hat{A} = 180 - 60 = 120$$

$$\text{OBC در مثلث} : 110 + 30 = 140 \Rightarrow 180 - 140 = 40^\circ = \hat{B}_2$$

$$\hat{B} = \hat{D} = 60 \Rightarrow \hat{B}_1 = 60 - 40 = 20^\circ$$

۴۹- اندازه‌ی زاویه‌ی خواسته شده را به دست آورید. (ABCD مستطیل و DCEF متوازی الاضلاع)



$$\hat{BCE} = \dots$$

« پاسخ »

چون شکل ترکیبی از مستطیل و متوازی الاضلاع است، پس زاویه‌ی \hat{BCE} را می‌توان به ۲ زاویه تجزیه کرد:

$$\hat{BCE} = \hat{BCD} + \hat{DCE}$$

$$\hat{DCE} = 180 - 28 = 152^\circ$$

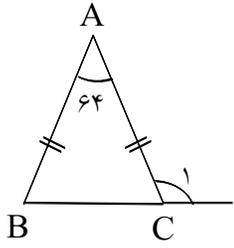
$$\hat{BCE} = 90 + 152 = 242^\circ$$

و نیز در متوازی الاضلاع زاویه‌های مجاور، مکمل یکدیگرند، پس:

در نتیجه:

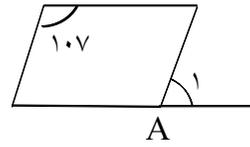
مجموعه سوالات استادبانک

۵۰- اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$\hat{C}_1 = \dots$$

(الف)



$$\hat{A}_1 = \dots$$

(ب)

« پاسخ »

الف) چون مثلث متساوی الساقین است، پس:

مجموع ۲ زاویه‌ی مجاور قاعده $116 = 180 - 64$

اندازه‌ی زاویه‌ی داخلی $58 = 116 \div 2$

$$\hat{C}_1 = 180 - 58 = 122^\circ$$

$$\hat{A} = 107^\circ$$

$$\hat{A}_1 = 180 - 107 = 73^\circ$$

ب) در متوازی الاضلاع زاویه‌های مقابل برابرند، پس: