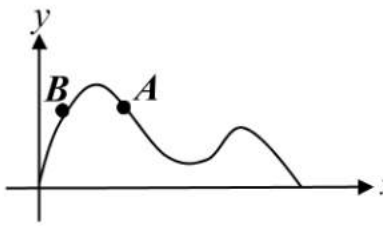
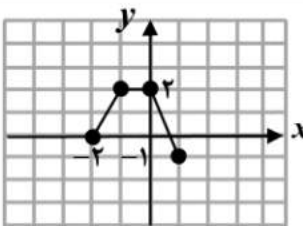
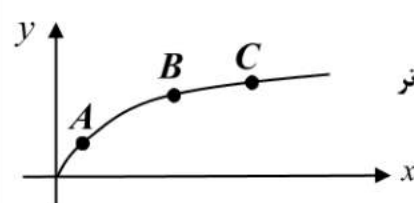


تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	درس: حسابان ۲
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان:	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

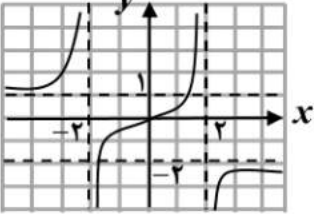
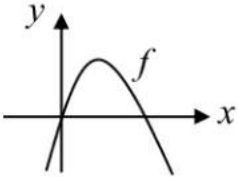
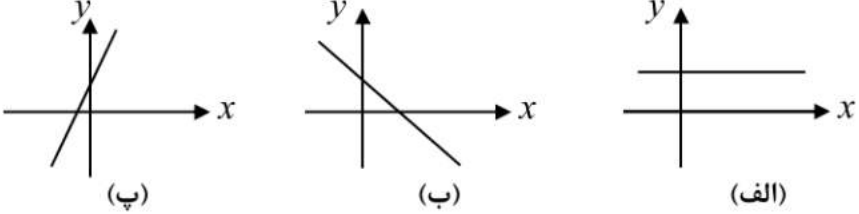
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱	<p>درست یا نادرست بودن عبارات زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید.</p> <p>ب) نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$, $k \in Z$ در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند.</p> <p>پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$ برابر با $-\infty$ است.</p> <p>ت) در شکل رو به رو، شیب خطوط مماس در نقاط A و B مثبت است.</p> 	۱
۱	<p>نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p> 	۲
۰/۷۵	<p>اگر چند جمله ای $f(x) = x^2 + ax - 3$ بر $(x+1)$ بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $(x-2)$ را به دست آورید.</p>	۳
۰/۵	<p>چند جمله ای $x^6 - 1$ را بر حسب عامل $(x+1)$ تجزیه کنید.</p>	۴
۱	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) دوره تناوب تابع $y = 3 \cos(-\frac{\pi}{4}x)$ برابر با است.</p> <p>ب) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}$ برابر با است.</p> <p>پ) با توجه به شکل رو به رو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه بزرگ تر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه B است.</p> <p>ت) نقطه ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه نام دارد.</p> 	۵
۱/۵	<p>معادله $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.</p>	۶
۱/۵	<p>کدام یک از خطوط $x = 3$ و $x = -1$ بجانب قائم تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}$ می باشد؟ دلیل ارائه کنید.</p>	۷

«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	درس: حسابان ۲
نام و نام خانوادگی:	تاریخ امتحان:	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۸	با توجه به نمودار تابع f که در زیر آمده است، مجانب های افقی تابع را بنویسید.	۰/۵
		
۹	نشان دهید نقطه ای به طول $x = -1$ ، نقطه گوشه ای برای تابع $f(x) = x^2 + x $ می باشد.	۱/۷۵
۱۰	قضیه: ثابت کنید اگر تابع f در $x = a$ مشتق پذیر باشد آن گاه تابع f در $x = a$ پیوسته است.	۱/۲۵
۱۱	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$ ب) $g(x) = \cos^2(2x)$	۱/۷۵
۱۲	نمودار تابع f در شکل رو به رو آمده است. با بیان دلیل، مشخص کنید کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار مشتق تابع f است.	۰/۷۵
		
		
۱۳	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را در بازه $[0, 2]$ و آهنگ تغییر لحظه ای تابع f را در $x = 1$ محاسبه کنید.	۱
۱۴	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + 4$ را در بازه $[0, 2]$ تعیین کنید.	۱/۵
۱۵	تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ در چه بازه ای صعودی و در چه بازه ای نزولی است.	۱/۲۵
۱۶	مقادیر a و b را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ چنان بیابید که $A(1, 1)$ نقطه عطف منحنی باشد.	۱/۲۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را رسم کنید.	۱/۷۵
۲۰	موفق و سر بلند باشید.	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان:		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (نکته صفحه ۹ در مورد انقباض و انبساط افقی) ب) درست (۰/۲۵) (تابع تنازانت صفحه ۳۲) پ) درست (۰/۲۵) (قسمت پ سوال ۲ صفحه ۵۸) ت) نادرست (۰/۲۵) (قسمت الف سوال ۷ صفحه ۸۲)	
---	--	--

۲	(مشابه سوال ۲ صفحه ۱۲) $D_g = [-1, 2]$ (۰/۲۵) $R_g = [-2, 4]$ (۰/۲۵)	۱
---	--	---

۳	(سوال ترکیبی مشابه سوال ۶ صفحه ۲۲ و مفهوم باقی مانده صفحه ۱۹) $f(-1) = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 1 - a - 3 = 0 \Rightarrow a = -2$ (۰/۲۵) $f(2) = 4 - 4 - 3 = -3$ (۰/۲۵)	۰/۲۵
---	---	------

۴	$x^6 - 1 = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$ (۰/۵) (قسمت ب سوال ۸ صفحه ۲۲)	۰/۵
---	---	-----

۵	الف) ۸ (۰/۲۵) (نکته صفحه ۲۷) ب) ۳ (۰/۲۵) (قسمت الف سوال ۳ صفحه ۶۹) پ) A (۰/۲۵) (سوال ۳ صفحه ۸۱) ت) بحرانی (۰/۲۵) (تعریف نقطه بحرانی صفحه ۱۱۷)	۱
---	--	---

۶	(معادله مثلثاتی از صفحه ۳۵ تا ۴۴) $2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos x(2\cos x + 1) = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \cos x = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ (۰/۲۵), $\cos x = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۰/۲۵)	۱/۵
---	---	-----

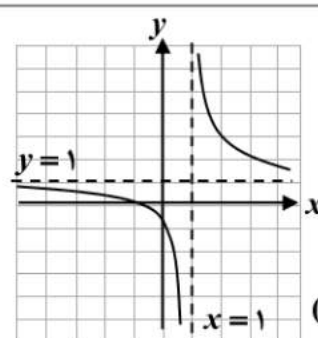
۷	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \infty$ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۵۶) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) خط $x = -1$ مجانب قائم منحنی f است (۰/۲۵) ولی $x = 3$ مجانب قائم برای تابع f نیست. (۰/۲۵)	۱/۵
---	--	-----

۸	$y = 1$ (۰/۲۵), $y = -2$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۶۹)	۰/۵
---	---	-----

۹	تابع f در $x = -1$ پیوسته است. (۰/۲۵) (نکته صفحه ۸۹) $f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{ x^2 + x }{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-x(x+1)}{x+1} = 1$ (۰/۲۵) $f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1$ (۰/۲۵) مشتق های راست و چپ تابع هر دو متناهی ولی نابرابرند. (۰/۲۵) پس $x = -1$ نقطه گوشه ای تابع است.	۱/۷۵
---	---	------

«ادامه پاسخ ها در صفحه دوم»

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی و فیزیک	درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان:		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																			
۱/۲۵	<p>کافی است نشان دهیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.</p> $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \rightarrow a} (x-a) \underbrace{\left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a} \right)}_{(0/25)} = \lim_{x \rightarrow a} (x-a) \times \lim_{x \rightarrow a} \underbrace{\left(\frac{f(x) - f(a)}{x-a} \right)}_{(0/25)}$ $= 0 \times f'(a) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \quad (0/25)$ <p>(قضیه صفحه ۸۶)</p>	۱۰																			
۱/۲۵	<p>(فرمول های مشتق گیری از صفحه ۹۲ تا صفحه ۹۶)</p> <p>الف) $f'(x) = \frac{2x(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 1)(3x^2 + 2)}{(x^2 + 2x + 1)^2} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{-6 \cos^2(2x) \sin(2x)}{(0/25)} \quad (0/25)$</p>	۱۱																			
۰/۷۵	<p>نمودار (ب) $(0/25)$. سهمی نمودار داده شده ماکزیمم دارد. پس ضریب x^2 منفی است. $(0/25)$ لذا در مشتق تابع ضریب x منفی خواهد بود. در نتیجه نمودار مشتق، خطی با شیب منفی است. $(0/25)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۱۰۰)</p>	۱۲																			
۱	<p>(آهنگ تغییرات از صفحه ۱۰۲ تا صفحه ۱۱۰)</p> $\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2 \quad (0/25)$ <p>آهنگ تغییر لحظه ای $f'(x) = 3x^2 - 2 \quad (0/25) \Rightarrow f'(1) = 1 \quad (0/25)$</p>	۱۳																			
۱/۵	<p>(مشابه مثال صفحه ۱۱۷)</p> <p>$f'(x) = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+4}} \quad (0/25) \xrightarrow{f'=0} x=1 \quad (0/25)$, $f(0) = f(2) = 2 \quad (0/25)$ مقدار ماکزیمم مطلق</p> <p>$f(1) = \sqrt{3} \quad (0/25)$ مقدار مینیمم مطلق</p>	۱۴																			
۱/۲۵	<p>(مشابه سوال ۱۱ صفحه ۱۲۶)</p> $f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2} \quad (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} x=0$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>\searrow</td> <td>0</td> <td>\nearrow</td> </tr> </table> <p>$(0/5)$</p> <p>($-\infty, 0$) نزولی $(0/25)$</p> <p>($0, +\infty$) صعودی $(0/25)$</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	f'	$-$	0	$+$	f	\searrow	0	\nearrow	۱۵							
x	$-\infty$	0	$+\infty$																		
f'	$-$	0	$+$																		
f	\searrow	0	\nearrow																		
۱/۲۵	$\left. \begin{aligned} f'(x) &= 3ax^2 + 2bx \\ f''(x) &= 6ax + 2b \quad (0/25) \\ f(1) &= 1 \Rightarrow a + b - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 2 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} a &= -1 \quad (0/25) \\ b &= 3 \quad (0/25) \end{aligned}$ <p>(مشابه سوال ۴ صفحه ۱۳۶)</p>	۱۶																			
۱/۲۵	<p>$x=1$ قائم $(0/25)$</p> <p>$y=1$ افقی $(0/25)$</p> <p>$y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \quad (0/25)$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>1</td> <td>\searrow</td> <td>$-\infty$</td> <td>\nearrow</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>$(0/5)$</p>	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	f'	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	f	1	\searrow	$-\infty$	\nearrow	1	<p>(مشابه سوال ۱ صفحه ۱۴۴)</p>  <p>$(0/5)$</p>	۱۷
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$																
f'	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$																
f	1	\searrow	$-\infty$	\nearrow	1																