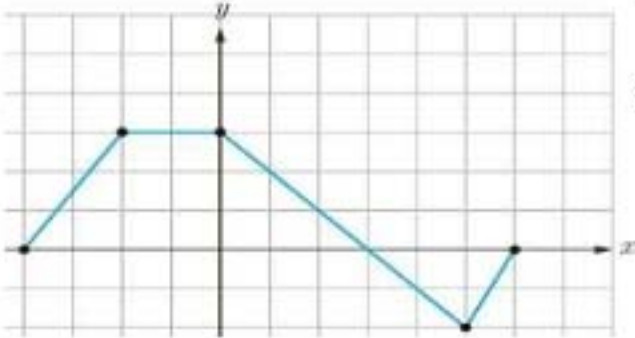
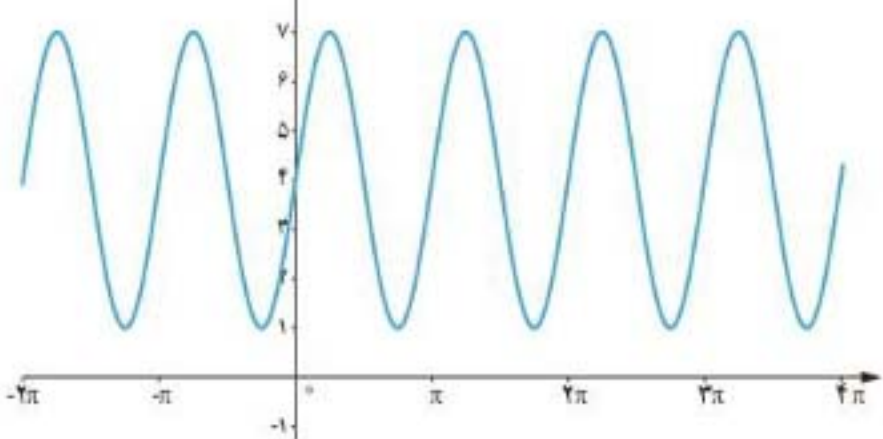


باسمه تعالی

نام خانوادگی دانش آموز: پایه: دوازدهم رشته: ریاضی و فیزیک نام درس: حسابان ۲	اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی آزمون پایانی نوبت اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۷	تاریخ آزمون: ۹۷/۱۰/۱ مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه تعداد سوالات: ۱۶
--	---	--

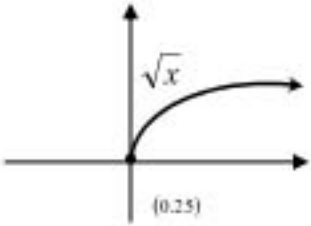
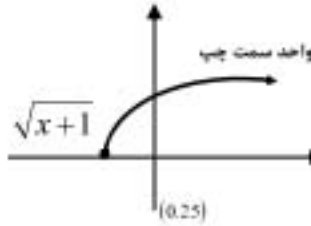
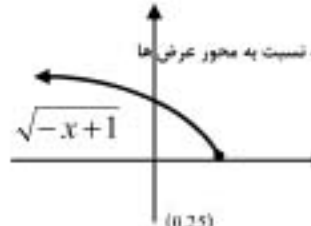
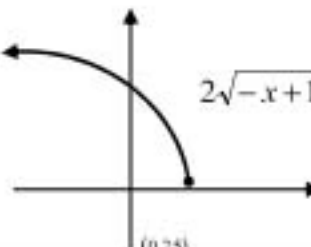
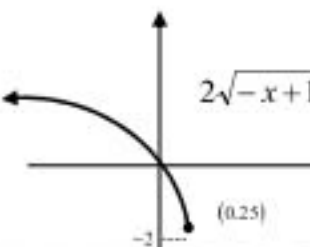
نام و نام خانوادگی: دبیرستان طراح:

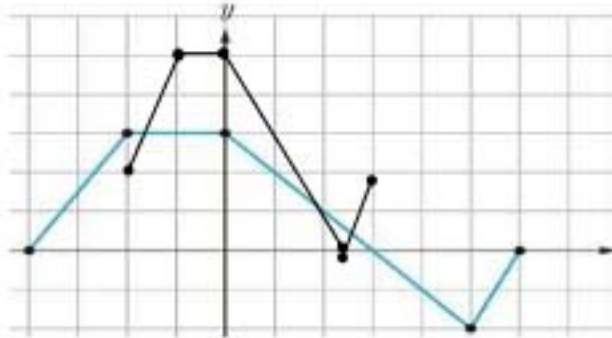

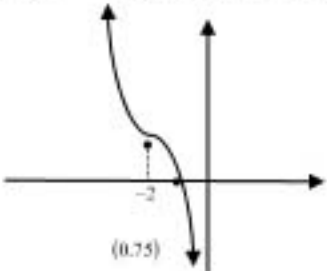
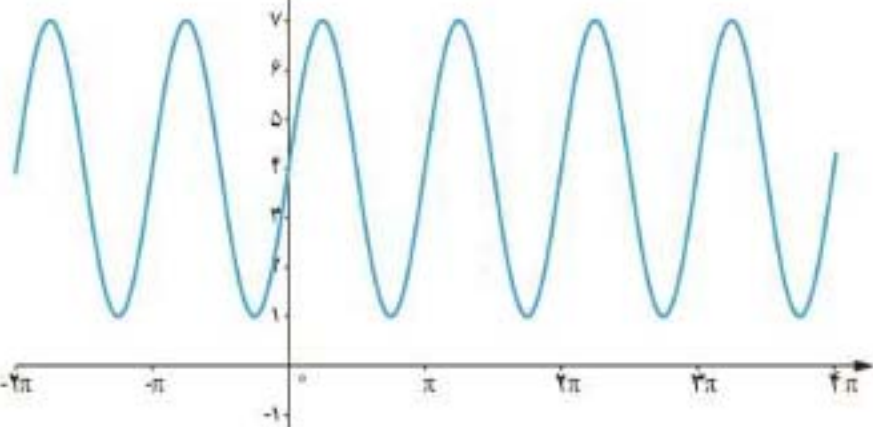
۱	<p>درستی یا نادرستی هر یک از احکام زیر را مشخص کنید:</p> <p>الف) اگر <math>n</math> عدد طبیعی باشد <math>x^n + y^n</math> بر <math>x + y</math> همواره بخشپذیر است. <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>ب) دامنه تابع <math>y = Kf(x)</math> با ضابطه <math>y = Kf(x)</math> همان دامنه <math>y = f(x)</math> است اما برد آنها لزوماً یکسان نیست. <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>پ) اگر <math>2</math> عددی مثبت باشد آنگاه <math>(x_0, x_0 + 2)</math> یک همسایگی راست <math>x_0</math> نامیده می شود. <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>ت) تابع تنازات در دامنه اش صعودی است. <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p>	درست - نادرست
۱/۵	<p>جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر نقطه <math>A(-1, 2)</math> روی نمودار تابع <math>f</math> باشد آنگاه نقطه متناظر با آن در نمودار <math>y = 2f(4x - 5) + 2</math> به شکل ..... است.</p> <p>ب) کمترین مقدار تابع <math>f(x) = 3\sin(2\pi x) + 2</math> برابر ..... و بیشترین مقدار تابع <math>g(x) = -2\cos(x) - 1</math> برابر ..... است.</p> <p>ج) اگر <math>3\frac{\pi}{2} &lt; \theta &lt; 2\pi</math> در این صورت مقدار تنازات سینوس ..... است.</p> <p>د) تابع <math>f</math> را ..... می گوئیم هرگاه <math>\forall x_1, x_2</math> if <math>x_1 &lt; x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)</math></p>	۲
۰/۷۵	<p><u>سوالات تستی</u></p> <p>الف) مجموعه جواب نامعادله <math>\log(3x - 3) \leq \log(5 - x)</math> کدام است ؟ (۱) <math>(1, 5)</math> (۲) <math>[2, 5)</math> (۳) <math>(2, 4)</math> (۴) <math>(1, 2]</math></p> <p>ب) تابع <math>f(x) = x^2 - 4x + 3</math> با دامنه <math>D = \{x \in R \mid 1 &lt; x &lt; 3\}</math> همواره چگونه است ؟ (۱) منفی (۲) مثبت (۳) صعودی (۴) نزولی</p> <p>پ) خط <math>y = \frac{1}{3}</math> نمودار تابع <math>y = \tan x</math> را در بازه <math>[-\pi, 2\pi]</math> چند بار قطع می کند؟ (۱) دو بار (۲) سه بار (۳) چهار بار (۴) پنج بار</p>	۳
۱/۲۵	<p>ابتدا نمودار تابع <math>f(x) = \sqrt{x}</math> را رسم کنید. سپس با استفاده از انتقال ها، نمودار تابع <math>g(x) = 2\sqrt{1-x} - 2</math> را رسم نمایید.</p>	۴

۱/۲۵	<p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> با دامنه <math>[-۴, ۷]</math> به شکل مقابل است.</p> <p>نمودار تابع <math>y = f(۲x) + ۲</math> را رسم کنید و به کمک آن، برد تابع را بیابید.</p> 	۵
۱/۵	<p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری تعیین کنید که در تابع <math>f(x) = x^3 + ax^2 - bx</math> باقی مانده تقسیم <math>f</math> بر <math>x + ۲</math> برابر ۶ باشد و بر <math>x - ۱</math> بخش پذیر باشد</p>	۶
۱/۲۵	<p>با رسم نمودار تابع <math>f(x) = -(x + ۲)^۳ + ۱</math> نشان دهید این تابع یک به یک است. سپس ضابطه <math>f^{-۱}</math> را بیابید.</p>	۷
۱	<p>نمودار زیر بخشی از نمودار <math>y = a \sin bx + c</math> می باشد ضابطه تابع را تعیین کنید</p> 	۸
۱	<p>ضابطه تابعی مثلثاتی را بنویسید که دوره تناوب و مقادیر ماکسیمم و مینیمم آن به شکل زیر باشند.</p>	۹

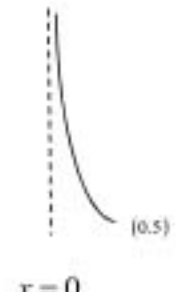
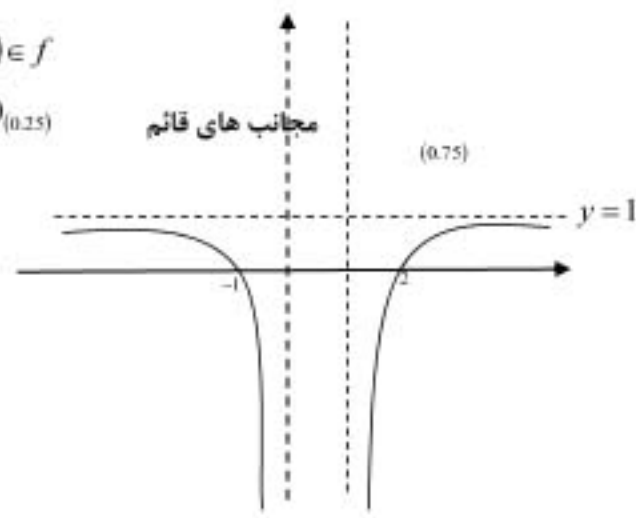
	$T = \frac{1}{2}$ , $\max = 6$ , $\min = -2$	
۱	اندازه های دو ضلع از مثلثی برابر ۴ و ۶ سانتیمتر است. اگر مساحت این مثلث ۶ سانتیمتر مربع باشد زاویه بین این دو ضلع را بیابید.	۱۰
۱/۵	معادله مثلثاتی $\tan x \tan 3x = 1$ را حل کنید	۱۱
۲/۲۵	حاصل حدهای زیر را در صورت وجود بدست آورید الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{1}{\cos x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(-1)^{ x } + 1}{x^2 - 4}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \bar{\pi}} \frac{1 + 5 \sin x}{1 + \cos x}$ د) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(1-3x)(7x-4+x^2)}{(2x-9)^3}$	۱۲
۰/۷۵	اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 - 3x}{3x^m + 5x + 2} = \frac{1}{6}$ مقادیر $a$ و $m$ را بیابید.	۱۳
۱/۵	مجانبات افقی و قائم تابع $f(x) = \frac{x-1}{2x^2 - 5x + 3}$ را تعیین کنید.	۱۴
۱	ابتدا مجانبات قائم تابع $f(x) = \frac{1}{x+ x }$ را تعیین کنید سپس نمودار تابع را در مجاورت مجانبات قائم رسم کنید	۱۵
۱	نمودار تابعی مانند $f$ را طوری رسم کنید که الف) $f(-1) = f(2) = 0$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ پ) خط $y = 1$ مجانبات افقی آن باشد.	۱۶

تاریخ آزمون: ۹۷/۱۰/۱	اداره کل آموزش و پرورش استان مرکزی	پایه دوازدهم ریاضی و فیزیک
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	آزمون پایانی نوبت اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۷	درس: حسابان ۲ (پاسخنامه)
طراح:		نام و نام خانوادگی:

۱	<p>درستی یا نادرستی هر یک از احکام زیر را مشخص کنید:</p> <p>الف) اگر <math>n</math> عدد طبیعی باشد <math>x^n + y^n</math> بر <math>x + y</math> همواره بخشپذیر است. <input type="checkbox"/></p> <p>ب) دامنه تابع <math>y = Kf(x)</math> با ضابطه <math>y = f(x)</math> همان دامنه <math>y = f(x)</math> است اما برد آنها لزوماً یکسان نیست. <input type="checkbox"/></p> <p>پ) اگر <math>r</math> عددی مثبت باشد آنگاه <math>(x_0, x_0 + r)</math> یک همسایگی راست <math>x_0</math> نامیده می شود. <input type="checkbox"/></p> <p>ت) تابع تنازنت در دامنه اش صعودی است. (هر قسمت ۰/۲۵ بارم دارد) <input type="checkbox"/></p>	۱
۱/۵	<p>جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید.</p> <p>الف) اگر نقطه <math>A(-1, 2)</math> روی نمودار تابع <math>f</math> باشد آنگاه نقطه متناظر با آن در نمودار <math>y = 2f(4x - 5) + 2</math> به شکل <u>        </u> (۱ و ۶) است. (۰/۵)</p> <p>ب) کمترین مقدار تابع <math>f(x) = 3\sin(2\pi x) + 2</math> برابر <u>        </u> و بیشترین مقدار تابع <math>g(x) = -2\cos(x) - 1</math> برابر <u>        </u> است. (۰/۵)</p> <p>ج) اگر <math>3\frac{\pi}{2} &lt; \theta &lt; 2\pi</math> در این صورت مقدار تنازنت از سینوس <u>        </u> است. (۰/۲۵)</p> <p>د) تابع <math>f</math> را <u>نزولی</u> می گوئیم هرگاه <math>\forall x_1, x_2</math> if <math>x_1 &lt; x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)</math> (هر قسمت ۰/۲۵)</p>	۲
۰/۲۵	<p><u>سوالات تستی</u></p> <p>الف) مجموعه جواب نامعادله <math>\log(3x-3) \leq \log(5-x)</math> کدام است؟ (پاسخ گزینه ۴)</p> <p>(۱) <math>(1, 5)</math> (۲) <math>[2, 5)</math> (۳) <math>(2, 4)</math> (۴) <math>(1, 2]</math></p> <p>ب) تابع <math>f(x) = x^2 - 4x + 3</math> با دامنه <math>D = \{x \in R \mid 1 &lt; x &lt; 3\}</math> همواره چگونه است؟ (پاسخ گزینه ۱)</p> <p>۱) منفی ۲) مثبت ۳) صعودی ۴) نزولی</p> <p>پ) خط <math>y = \frac{1}{3}</math> نمودار تابع <math>y = \tan x</math> را در بازه <math>[-\pi, 2\pi]</math> چند بار قطع می کند؟ (پاسخ گزینه ۲)</p> <p>۱) دو بار ۲) سه بار ۳) چهار بار ۴) پنج بار (هر قسمت ۰/۲۵ بارم دارد)</p>	۳
۱/۲۵	<p>ابتدا نمودار تابع <math>f(x) = \sqrt{x}</math> را رسم کنید. سپس با استفاده از انتقال ها، نمودار تابع <math>g(x) = 2\sqrt{1-x} - 2</math> را رسم نمایید.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p><math>\sqrt{x}</math></p> <p>(0.25)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>یک واحد سمت چپ</p> <p><math>\sqrt{x+1}</math></p> <p>(0.25)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>قرینه نسبت به محور عرض ها</p> <p><math>\sqrt{-x+1}</math></p> <p>(0.25)</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  <p>عرض نقاط دو برابر</p> <p><math>2\sqrt{-x+1}</math></p> <p>(0.25)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>۲ واحد روی محور عرضها به سمت پایین</p> <p><math>2\sqrt{-x+1} - 2</math></p> <p>(0.25)</p> </div> </div>	۴

۱/۲۵		<p>۵ نمودار تابع <math>y = f(x)</math> با دامنه <math>[-۴, ۷]</math> به شکل مقابل است.  نمودار تابع <math>y = f(2x) + 2</math> را رسم کنید و به کمک آن برد تابع را بیابید.  (۰/۲۵)</p> <p><math>Y = y + 2</math>      <math>X = \frac{x}{2}</math>      <math>R_f = [0, 5]</math></p> <p><math>(-4, 0) \rightarrow (-2, 2)</math>   <math>(6, 0) \rightarrow (3, 2)</math>  <math>(-2, 3) \rightarrow (-1, 5)</math>   <math>(5, -2) \rightarrow (2.5, 0)</math>  <math>(0, 3) \rightarrow (0, 5)</math>   <math>(3, 0) \rightarrow (1.5, 2)_{(0,5)}</math></p>
۱/۵	 <p><math>x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow f(1)=0 \rightarrow 1+a-b=0 \rightarrow a-b=-1</math></p>	<p>۶ مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری تعیین کنید که در تابع <math>x^2 - bx</math> و بر <math>-1</math> بخش پذیر باشد  (۰/۲۵)</p> <p><math>\rightarrow 4a + 2b = 14</math></p> <p><math>\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}</math>      (۰/۱۵)</p>
۱/۲۵		<p>۷ با رسم نمودار تابع <math>f(x) = -(x+2)^3 + 1</math> نشان دهید این تابع یک به یک است. سپس ضابطه <math>f^{-1}</math> را بیابید.  یک به یک است زیرا هر خط به موازات محور <math>x</math> ها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می کند. (۰/۲۵)</p> <p><math>y = -(x+2)^3 + 1</math>  <math>(x+2)^3 = 1 - y \rightarrow x+2 = \sqrt[3]{1-y}</math>  <math>\rightarrow x = \sqrt[3]{1-y} - 2 \rightarrow y = f^{-1}(x) = \sqrt[3]{1-x} - 2</math></p> <p>(۰/۷۵)</p>
۱	 <p>۸ نمودار زیر بخشی از نمودار <math>y = a \sin bx + c</math> می باشد ضابطه تابع را تعیین کنید</p> <p><math>y = a \sin bx + c</math>  <math>y = 3 \sin 2x + 4</math>      <math>c = \frac{7+1}{2} = 4</math>      (۰/۲۵)      <math> a  = \frac{7-1}{2} = 3</math>      <math>a = 3</math>      (۰/۲۵)      <math>a</math> و <math>b</math> هم علامتند</p>	

	$T = \frac{2\pi}{ b } = \pi$	$ b  = 2 \rightarrow b = 2$	$\cdot/۲۵$	$\cdot/۲۵$
۹	<p>ضابطه تابعی مثلثاتی را بنویسید که دوره تناوب و مقادیر ماکسیمم و مینیمم آن به شکل زیر باشند.</p> $T = \frac{1}{2}, \quad \max = 6, \quad \min = -2$ $c = \frac{6 + (-2)}{2} = 2 \quad T = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2\pi}{ b } \rightarrow  b  = 4\pi \quad  a  = \frac{6+2}{2} = 4$	$\cdot/۲۵$	$\cdot/۲۵$	$\cdot/۲۵$
	<p>یا فرض <math>a &gt; 0</math> و <math>b &gt; 0</math> برای <math>y = a \cos bx + c</math> ضابطه تابع به صورت <math>y = 4 \cos 4\pi x + 2</math> می باشد</p>			
۱۰	<p>اندازه های دو ضلع از مثلثی برابر ۴ و ۶ سانتیمتر است. اگر مساحت این مثلث ۶ سانتیمتر مربع باشد زاویه بین این دو ضلع را بیابید.</p>	$\cdot/۲۵$	$\cdot/۲۵$	$\cdot/۵$
	$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta \rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \sin \theta \rightarrow 6 = 12 \sin \theta \rightarrow \sin \theta = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 30, 150$ <p>دو مقدار برای زاویه تا یافت شد ۳۰ درجه و ۱۵۰ درجه</p>			
۱۱	<p>معادله مثلثاتی <math>\tan x \tan 3x = 1</math> را حل کنید</p>	$\cdot/۲۵$	$\cdot/۲۵$	$\cdot/۲۵$
	$\tan 3x = \frac{1}{\tan x} \rightarrow \tan 3x = \cot x \rightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \rightarrow 3x = K\pi + \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ $\rightarrow x = \frac{K\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$			
۱۲	<p>حاصل حدهای زیر را در صورت وجود بدست آورید</p>			
۲/۲۵	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{0^-} = -\infty</math></p>	$\cdot/۵$		
	<p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(-1)^{ x } + 1}{x^2 - 4} = \frac{2}{4^+ - 4} = \frac{2}{0^+} = +\infty</math></p>	$\cdot/۵$		
	<p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{1 + 5 \sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 + 5(0)}{1 - \cos \pi} = \frac{1}{1 - (-1)} = \frac{1}{0^+} = +\infty</math></p>	$\cdot/۵$		
	<p>د) <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(1-3x)(7x-4+x^2)}{(2x-9)^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x \times x^2}{(2x)^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x^3}{8x^3} = -\frac{3}{8}</math></p>	$\cdot/۵$	$\cdot/۲۵$	
۱۳	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 - 3x}{3x^m + 5x + 2} = \frac{1}{6}</math> مقادیر <math>m</math> و <math>a</math> را بیابید.</p>			
۰/۲۵	$\cdot/۲۵$	$\cdot/۲۵$	$\cdot/۲۵$	$\cdot/۲۵$
	$m = 3$	$\cdot/۲۵$	$\frac{a}{3} = \frac{1}{6} \rightarrow 6a = 3 \rightarrow a = \frac{1}{2}$	
۱۴	<p>مجانب های افقی و قائم تابع <math>f(x) = \frac{x-1}{2x^2 - 5x + 3}</math> را تعیین کنید.</p>			
۱/۵	$\cdot/۲۵$			

	<p>خط <math>x = 1</math> مجانب قائم نیست چون ریشه صورت است <math>\cdot/۲۵</math></p> $2x^2 - 5x + 3 = 0 \quad x = 1$ $a + b + c = 0 \quad x = \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$ <p>زیرا <math>\cdot/۲۵</math> <math>\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{1}{2}}{0} = \infty</math> پس <math>x = \frac{3}{2}</math> مجانب قائم تابع است. <math>\cdot/۲۵</math> از طرفی</p> <p><math>\cdot/۲۵</math> بنابراین خط <math>y = 0</math> مجانب افقی نمودار تابع است <math>\cdot/۲۵</math> <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{2x^2-5x+3} = 0</math></p>	
۱	<p>ابتدا مجانب قائم تابع <math>f(x) = \frac{1}{x+ x }</math> را تعیین کنید سپس نمودار تابع را در مجاورت مجانب قائم رسم کنید</p> <p><math>x +  x  = 0 \rightarrow  x  = -x</math> <math>\cdot/۲۵</math> <math>D_f = \{x \in R, x &gt; 0\}</math>  <math>x \leq 0</math></p> <p>خط <math>x = 0</math> مجانب قائم است <math>\cdot/۲۵</math> <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty</math></p> <p><math>x \rightarrow 0^+</math></p> 	۱۵
۱	<p>نمودار تابعی مانند <math>f</math> را طوری رسم کنید که الف) <math>f(-1) = f(2) = 0</math> ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty</math> <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty</math> پ) خط <math>y = 1</math> مجانب افقی آن باشد.</p> <p><math>(-1, 0), (2, 0) \in f</math>  <math>x = 1, x = 0_{(0.25)}</math></p> <p>مجانب های قائم <math>(0.75)</math></p> 	۱۶