

تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:	درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	رشته: ریاضی فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.	۱
۲	درجاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) یک گراف کامل ۸ رأسی، یال دارد. ب) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با $\Delta = 3$ حداقل راس برای احاطه همه رئوس لازم است. ج) اگر در گراف G از مرتبه p داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر است. د) مجموع درایه های سطر اول یک مربع لاتین ۵ در ۵ برابر است.	۲
۳	اگر باقی مانده تقسیم m و n بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $5n - 3m$ بر ۱۳ را بدست آورید.	۱/۵
۴	اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟	۱
۵	با تبدیل معادله سیاله خطی $5x + 2y = 18$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جوابهای عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۶	شکل مقابل نمودار گراف G می باشد. الف) مرتبه و اندازه گراف G را بنویسید. ب) مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید. ج) مجموع درجه های رأس های گراف \overline{G} را مشخص کنید.	۱/۵
۷	گراف C_V را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. ب) عدد احاطه گری C_V را به دست آورید. ج) دو مجموعه احاطه گر مینیمم متمایز بنویسید.	۱/۵
۸	الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه گر دلخواه غیر مینیمال را میتوان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد؟ ب) در گراف روبرو یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی را مشخص کنید.	۱/۵
« بقیه سوالات در صفحه دوم »		

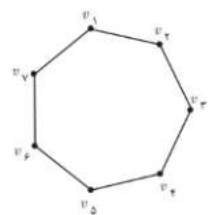
تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:	درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	رشته: ریاضی فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

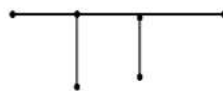

۹	الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	با ارقام ۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۳, ۴, ۴, ۵ چند عدد ۹ رقمی می توان نوشت.	۱
۱۱	۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که: الف) به صورت یک در میان قرار بگیرند. ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند. ج) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$ با شرط $x_i > 0, i = 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	اگر سه دوست هم سایز، سه کت و سه پیراهن داشته باشند و بخواهند در سه روز اول هفته از این لباسها به گونه ای استفاده کنند که هر فرد هر یک از کت ها و هریک از پیراهن ها را دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و هرکت با هر پیراهن نیز دقیقاً یکبار مورد استفاده قرار بگیرد، چگونه می توانند این کار را انجام دهند؟	۱/۵
۱۴	در بین اعداد ۱ تا ۹۰ چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند.	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول به تحصیل باشند لااقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	" موفق باشید "	۲۰
	جمع نمره	

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان:		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱	<p>اگر دو عدد نامنفی باشند حکم چنین خواهد بود (۰/۵) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (صفحه: ۷)</p> <p>گزاره همیشه درست $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab}}_{(0/25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}_{(0/25)} \geq 0$</p>	۱														
۲	<p>الف) ۲۸ (۰/۵) ب) ۳ راس (۰/۵) ج) $p-1$ (۰/۵) د) ۱۵ (۰/۵) (صفحه: ۳۸ و ۴۹ و ۵۳ و ۶۲)</p>	۲														
۱/۵	<p>$m = 13q_1 + 2$ (۰/۵) $3m = 13(3q_1) + 6$ (۰/۵) $\rightarrow 5n - 3m = 13q' + 39$ (۰/۲۵) (صفحه: ۱۴)</p> <p>$n = 13q_2 + 9$ (۰/۵) $5n = 13(5q_2) + 45$ (۰/۲۵)</p> <p>$\rightarrow 5n - 3m = 13q'' + 0 \rightarrow r = 0$ (۰/۲۵)</p>	۳														
۱	<p>روز اول مهر، شنبه را برابر صفر در نظر میگیریم ۲۹ روز درمهر و سه ماه آبان و آذر و دی و ۱۲ روز بهمن، فاصله اول مهر تا ۱۲ بهمن است، پس داریم: (۰/۲۵)</p> <table border="1" data-bbox="183 1052 542 1153"> <tr> <td>ش</td> <td>ی</td> <td>د</td> <td>س</td> <td>چ</td> <td>پ</td> <td>ج</td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> </table> <p>$29 + 30 + 30 + 30 + 12 = 131 \rightarrow 131 \equiv 5$ (۰/۵)</p> <p>که متناظر این عدد در جدول روز پنج شنبه را نشان می دهد. (۰/۲۵) (صفحه ۲۴)</p>	ش	ی	د	س	چ	پ	ج	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۴
ش	ی	د	س	چ	پ	ج										
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶										
۱/۵	<p>$2y \equiv 18$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv 9$ (۰/۵) $\Rightarrow y \equiv 9 \equiv 4$ (۰/۲۵) (صفحه: ۲۵)</p> <p>$y = 5k + 4$ (۰/۲۵) و $x = -2k + 2$ (۰/۲۵)</p>	۵														
۱/۵	<p>الف) $p = 6$ (۰/۲۵) , $q = 7$ (۰/۲۵) ب) $N_G(b) = \{a, d, c\}$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $\text{تعداد یال های گراف } G + \text{تعداد یال های گراف } \bar{G} = \frac{p(p-1)}{2}$ (۰/۲۵)</p> <p>\bar{G} تعداد یال های گراف $\bar{G} = 8$ (۰/۲۵) \Rightarrow مجموع درجه های رئوس گراف $\bar{G} = 16$ (۰/۲۵) (صفحه: ۴۱)</p>	۶														
۱/۵	<p>$\gamma(G) = 3$ (۰/۵) ب) $\{v_1, v_3, v_4, v_5\}$ (۰/۵) الف) $\{v_1, v_3, v_4, v_5\}$ (۰/۵) ج) $\{v_2, v_4, v_6\}$ و $\{v_1, v_3, v_5\}$ (۰/۵) (صفحه: ۴۵)</p> 	۷														

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان:		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف

۱/۵	الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارند که با حذف آنها مجموعه احاطه گر مینمال باقی می ماند. (۰/۲۵) بنا بر این عضو a_1 را در نظر میگیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه گر باقی بماند آن را حذف می کنیم (۰/۲۵) در غیر این صورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رئوس انجام میدهیم. (۰/۲۵) ب) $A = \{h, g, f, i, j\}$ (۰/۷۵) (صفحه: ۴۶)	۸																																																
۱	الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) (صفحه: ۵۳)	۹																																																
۱	$P = \frac{9!}{3! \times 2! \times 2!}$ (۰/۷۵) $\rightarrow P = 3 \times 7!$ (۰/۲۵) (صفحه: ۵۸)	۱۰																																																
۱/۵	الف) $5! \times 6!$ (۰/۵) ب) $5! \times 7!$ (۰/۵) ج) $10! \times 2!$ (۰/۵) (صفحه: ۵۷)	۱۱																																																
۱	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \rightarrow x_1 + y_1 + 1 + y_2 + 1 + y_3 + 1 + y_4 + 1 = 10$ $x_1 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 6$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}}$ $\binom{6+5-1}{5-1}$ (۰/۵) (صفحه: ۷۲)	۱۲																																																
۱/۵	<table border="1" data-bbox="191 1321 558 1478"> <tr><th></th><th>دو تاییه</th><th>یک تاییه</th><th>شبه</th></tr> <tr><td>A</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>B</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>C</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> </table> و <table border="1" data-bbox="606 1321 973 1478"> <tr><th></th><th>دو تاییه</th><th>یک تاییه</th><th>شبه</th></tr> <tr><td>A</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>B</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>C</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> \Rightarrow <table border="1" data-bbox="1053 1321 1420 1478"> <tr><th></th><th>دو تاییه</th><th>یک تاییه</th><th>شبه</th></tr> <tr><td>A</td><td>۳۳</td><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr> <tr><td>B</td><td>۲۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>C</td><td>۱۱</td><td>۳۲</td><td>۲۳</td></tr> </table> (صفحه: ۶۹) (۰/۵)		دو تاییه	یک تاییه	شبه	A	۳	۲	۱	B	۲	۱	۳	C	۱	۳	۲		دو تاییه	یک تاییه	شبه	A	۳	۱	۲	B	۲	۳	۱	C	۱	۲	۳		دو تاییه	یک تاییه	شبه	A	۳۳	۲۱	۱۲	B	۲۲	۱۳	۲۱	C	۱۱	۳۲	۲۳	۱۳
	دو تاییه	یک تاییه	شبه																																															
A	۳	۲	۱																																															
B	۲	۱	۳																																															
C	۱	۳	۲																																															
	دو تاییه	یک تاییه	شبه																																															
A	۳	۱	۲																																															
B	۲	۳	۱																																															
C	۱	۲	۳																																															
	دو تاییه	یک تاییه	شبه																																															
A	۳۳	۲۱	۱۲																																															
B	۲۲	۱۳	۲۱																																															
C	۱۱	۳۲	۲۳																																															
۱/۲۵	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (۰/۲۵) $n(A \cup B) = \left[\frac{90}{2} \right] + \left[\frac{90}{3} \right] - \left[\frac{90}{6} \right]$ (۰/۷۵) $n(A \cup B) = 60$ (۰/۲۵) (صفحه: ۸۴)	۱۴																																																
۱/۲۵	تعداد کبوترها: 505 دانش آموز (۰/۲۵) $505 \quad \quad 84$ $-504 \quad \quad 6$ $\hline 1$ $6+1=7$ (۰/۵) تعداد لانه ها: $7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵)	۱۵																																																
۱/۲۵	طبق اصل لانه کبوتری لااقل ۷ نفر آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵)																																																	