

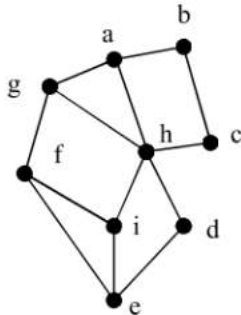
رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع:	درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد ، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱ ، عدد $2^n - 1$ اول است.	۰.۵
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) $[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ب) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. ج) مقدار $\gamma(C_n)$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با: د) هرگاه $(kn + 1)$ کبوتر یا بیشتر در لانه قرار بگیرند ، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل کبوتر در آن قرار گرفته است.	۱/۵
۳	برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$	۱/۵
۴	اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد $5, 6$ به ترتیب $2, 3$ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد a بر 30 بیابید.	۱/۵
۵	باقی مانده تقسیم $19 + (27)^y$ را بر 13 بیابید.	۱/۵
۶	با تبدیل معادله سیاله خطی $2000x + 5000y = 29000$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۷	گراف G با مجموعه راس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید. ج) یک مسیر به طول 5 از b به d بنویسید.	۲
۸	یک گراف 5 راسی غیر تهی k -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
« بقیه سوالات در صفحه دوم »		

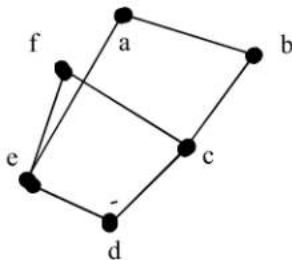
رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع:	درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

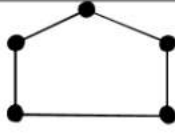
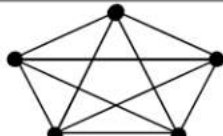
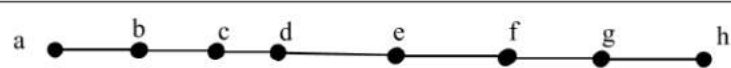
۹	الف) گراف p_8 را رسم کنید. ب) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید.	۱
		
۱۱	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$ با شرط $x_1 > 2, x_6 \geq 4$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	قرار است چهار مدرس T_1, T_2, T_3, T_4 در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس C_1, C_2, C_3, C_4 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۱
۱۴	چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 350$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۵	۱۳ نقطه درون یک مستطیل 6×8 قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱/۵
۲۰	جمع نمره	" موفق باشید "

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

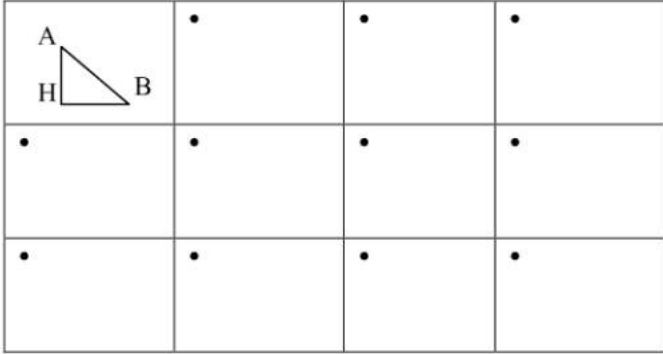
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ ب) نادرست ۰/۲۵ صفحه ۳ کتاب	۰/۵
۲	الف) ۰/۵ $\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m$ ب) همبند ۰/۲۵ ج) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ ۰/۲۵ د) به ترتیب متن سوال n و (k+1) ۰/۵ صفحات ۳ و ۳۹ و ۸۲ کتاب	۱/۵
۳	$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz$ ۰/۲۵ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) + (x^2 + z^2 - 2xz) \geq 0$ ۰/۵ $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 \geq 0$ ۰/۵ چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. ۰/۲۵ صفحه ۱۱ کتاب	۱/۵
۴	$\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \cdot / 5 \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \cdot / 5$ $\Rightarrow a = 30r + 27 \cdot / 5$ صفحه ۱۶ کتاب	۱/۵
۵	$\underbrace{27 \equiv 1}_{(-/5)} \Rightarrow \underbrace{(27)^y \equiv 1^y}_{(-/25)} \Rightarrow \underbrace{(27)^y + 19 \equiv 1^y + 19}_{(-/25)} = 20 \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 7 \cdot / 5$ صفحه ۲۱ کتاب	۱/۵
۶	$2x + 5y = 29 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 29 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 4 \cdot / 25 \Rightarrow x = 5k + 2 \cdot / 5$ $y = -2k + 5 \cdot / 25$ صفحه ۲۷ کتاب	۱/۵
۷	الف) رسم شکل (۱ نمره) ب) $N_G[b] = \{a, b, c\}$ ۰/۵ ج) b, a, e, f, c, d ۰/۵ صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب	۲



مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																									
۱	 <p>(ب) ۰/۵</p>	 <p>(الف) ۰/۵ صفحه ۴۲ کتاب</p>	۸																								
۱/۵	 <p>صفحه ۵۴ کتاب</p>	<p>(الف) ۰/۵ {a, d, g} (ب) ۰/۵ {a, d, e, h} (ج) ۰/۵</p> <p>لطفاً به پاسخ‌های دیگر برای قسمت‌های ب و ج نمره تعلق گیرد.</p>	۹																								
۱	<p>یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت {a, h, f, b} است. ۰/۵</p> <p>اکنون با حذف راس a از آن، یک مجموعه احاطه گر مینیمال به دست می‌آید. ۰/۵</p> <p>صفحه ۴۷ کتاب</p>	۱۰																									
۱/۵	<p>۳! × ۷! (الف) ۰/۵ ۴! × ۶! (ب) ۰/۵ ۵! × ۴! (ج) ۰/۵</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>	۱۱																									
۱	<p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12 \rightarrow y_1 + 3 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 + x_6 = 12$ ۰/۲۵</p> <p>$y_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 5$ ۰/۲۵ $\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{5+6-1}{6-1}$ (۰/۵)</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>	۱۲																									
۱	<table border="1" data-bbox="909 1568 1276 1814"> <tr> <td></td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>C₁</td> <td>T₁</td> <td>T₂</td> <td>T₃</td> <td>T₄</td> </tr> <tr> <td>C₂</td> <td>T₄</td> <td>T₁</td> <td>T₂</td> <td>T₃</td> </tr> <tr> <td>C₃</td> <td>T₃</td> <td>T₄</td> <td>T₁</td> <td>T₂</td> </tr> <tr> <td>C₄</td> <td>T₂</td> <td>T₃</td> <td>T₄</td> <td>T₁</td> </tr> </table> <p>صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ‌های ممکن است، لطفاً به پاسخ‌های درست دیگر نمره تعلق گیرد)</p>		۱	۲	۳	۴	C ₁	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	C ₂	T ₄	T ₁	T ₂	T ₃	C ₃	T ₃	T ₄	T ₁	T ₂	C ₄	T ₂	T ₃	T ₄	T ₁	۱۳
	۱	۲	۳	۴																							
C ₁	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄																							
C ₂	T ₄	T ₁	T ₂	T ₃																							
C ₃	T ₃	T ₄	T ₁	T ₂																							
C ₄	T ₂	T ₃	T ₄	T ₁																							

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۵	$ \overline{A_1} \cap \overline{A_2} = \overline{A_1 \cup A_2} = S - A_1 - A_2 + A_1 \cap A_2 = 350 - \left[\frac{350}{4}\right] - \left[\frac{350}{6}\right] + \left[\frac{350}{12}\right] = 234 \quad ۰/۷۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۴ کتاب</p>	۱۴
۱/۵	<p>تعداد کبوترها: ۱۳ نقطه ۰/۲۵</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> <p>تعداد لانه ها: ۱۲ مربع به مانند شکل ۰/۲۵</p> <p>طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس:</p> $\begin{cases} AH < 2 \\ BH < 2 \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < 8 \quad ۰/۵ \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < \sqrt{8} \quad ۰/۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۵ کتاب</p>	۱۵