

رشته: ریاضی فیزیک	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع:	درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲	بازه دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	<p>درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $a b$ آن گاه $a, b = b$.</p> <p>ب) معادله هم‌نهشتی $a x \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) m$.</p> <p>پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است.</p> <p>ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.</p>	۱
۲	<p>به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a > 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$.</p>	۲
۳	<p>اگر عدد طبیعی $a > 1$، در دو شرط $a 4k + 9$ و $a 6k + 14$ صدق کند، مقدار a را بیابید.</p>	۳
۴	<p>فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^7, 35a^7]$ را به دست آورید.</p>	۴
۵	<p>باقی مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.</p>	۵
۶	<p>ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح a, b, c و عدد طبیعی m، اگر $a \equiv b \pmod{m}$ آن گاه $ac \equiv bc \pmod{m}$.</p>	۶
۱/۵	<p>جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ را به دست آورید.</p>	۷
۱/۲۵	<p>گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید.</p> <p>ب) اندازه گراف را تعیین کنید.</p> <p>پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید.</p> <p>ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، کدام رأس x است؟</p> 	۸
۱	<p>الف) گراف k - منتظم از مرتبه n را تعریف کنید.</p> <p>ب) آیا گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.</p>	۹
۱	<p>گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید.</p> <p>ب) مکمل گراف G را رسم کنید.</p> 	۱۰

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	نام و نام خانوادگی:	درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان:	تعداد صفحه: ۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه

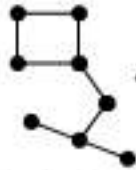
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱/۲۵		<p>۱۱ برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.</p>																		
۱/۲۵	<p>۱۲ اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.</p>																			
۱	<p>۱۳ با حروف کلمه «می سی سی پی» چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟</p>																			
۱/۲۵	<p>۱۴ ۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌ها یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.</p>																			
۱	<p>۱۵ معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_1 > 2$, $x_2 > 3$ باشند.</p>																			
۰/۷۵	<p>۱۶ بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین 3×3 روبه‌رو متعامدند؟</p> <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table style="display: inline-table;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱/۷۵	<p>۱۷ با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.</p>																			
۱	<p>۱۸ مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.</p>																			
۲۰	<p>جمع نمره</p>	<p>"موفق باشید"</p>																		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان:			پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
ردیف	راهنمای تصحیح			
۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)			
۱	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (0/25) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (0/25) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می‌باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)			
۱	$a 4k+9$ $a 6k+14 \Rightarrow a \underbrace{-6(4k+9)}_{(0/25)} + \underbrace{4(6k+14)}_{(0/25)} \Rightarrow a 2 \quad (0/25) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (0/25)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)			
۱	$A=21a^T=3 \times 7 \times a^T \quad (0/25), B=35a^T=5 \times 7 \times a^T \quad (0/25) \Rightarrow [A,B]=105a^T \quad (0/5)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)			
۱	$13 \equiv -4 \pmod{17} \rightarrow 13^2 \equiv 16 \equiv -1 \pmod{17} \rightarrow 13^{22} \equiv -1 \pmod{17} \xrightarrow{-1 \equiv 16} r=16 \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)			
۱	$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m a-b \quad (0/25) \Rightarrow m c(a-b) \quad (0/25) \Rightarrow m ac-bc \quad (0/25) \Rightarrow ac \equiv bc \pmod{m} \quad (0/25)$ ویژگی ۲ صفحه ۱۹)			
۱/۵	$13y \equiv 7, (13 \equiv 4, 7 \equiv 16 \pmod{17}) \rightarrow 4y \equiv 16 \pmod{17} \xrightarrow{(4,17)=1} y \equiv 4 \pmod{17}$ $y=9k+4 \quad (0/25), x=-13k-5 \quad (0/25)$ (لطفاً برای راحل‌های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.) (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)			
۱/۲۵	الف) $\delta(G)=1$ (۰/۲۵) ب) $q=6$ (۰/۲۵) پ) $N_G[b]=\{b,a,c,d\}$ (۰/۲۵) ت) $x=c$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)			
۱	الف) گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k, (0 \leq k < n)$ باشد. (۰/۵) (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (۰/۲۵) $\Delta \times 3 = 2q \Rightarrow \sum_{i=1}^5 \deg v_i = 2q$ (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)			
۱	الف) a, c, d, b, e, a (۰/۵) ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)			
۱/۲۵	الف) مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مانند: $\{c, f, h, g\}$ (۰/۵) (کار در کلاس صفحه ۴۷) ب) احاطه‌گر مینیمال مانند: $\{c, f, g\}$ (۰/۷۵) (لطفاً برای راحل‌های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)			

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره										
۱۲	الف) برای مثال اگر $n=10$ ، رسم C_{10} یا P_{10} . (۰/۲۵) در این گراف ها: $\chi(G) = \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor = 4$ (۰/۲۵) . (کار در کلاس صفحه ۴۹) ب) در گرافی مشابه  (۰/۲۵) ولی $\chi(G) = 3$ (۰/۲۵) . (فعالیت صفحه ۵۰) (لطفا برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)	۱/۲۵										
۱۳	(مشابه مثال صفحه ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 2!} (۰/۷۵) = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840 (۰/۲۵)$	۱										
۱۴	الف) $(۰/۵) 6! \times 5! \times 2!$ ب) $(۰/۷۵) 6! \times 5! \times 2!$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)	۱/۲۵										
۱۵	$y_1 + 3 + x_r + y_r + 4 + x_r + x_s = 14 \Rightarrow y_1 + x_r + y_r + x_r + x_s = 7 (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4} (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)	۱										
۱۶	متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵) (شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶) <table border="1" data-bbox="223 1176 414 1321"> <tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr> <tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr> </table> (۰/۵)	۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	۰/۷۵	
۱۱	۲۲	۳۳										
۳۲	۱۳	۲۱										
۲۳	۳۱	۱۲										
۱۷	$1 \leq j \leq 3 \quad A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, 1 \leq i \leq 4\}$ $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\} (۰/۲۵)$ $ S = 3^4 (۰/۲۵), A_1 = 2^4 (۰/۲۵), A_2 \cap A_3 = 1^4 (۰/۲۵), A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0 (۰/۲۵)$ $\underbrace{ A_1 \cup A_2 \cup A_3 }_{(۰/۲۵)} = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36 (۰/۲۵)$ (مشابه فعالیت صفحه ۷۷)	۱/۷۵										
۱۸	(سوال ۱۲ صفحه ۸۳) تعداد کیبوترها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵) $(۰/۲۵)$ <table style="display: inline-table; border: none;"> <tr> <td style="border: none;">_____</td> <td style="border: none;">_____</td> <td style="border: none;">_____</td> <td style="border: none;">*****</td> <td style="border: none;">_____</td> </tr> <tr> <td style="border: none; text-align: center;">۱,۸۴</td> <td style="border: none; text-align: center;">۲,۸۳</td> <td style="border: none; text-align: center;">۳,۸۲</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none; text-align: center;">۴۲,۴۲</td> </tr> </table> چنان چه قرار باشد کیبوترها لانه ها را اشغال کنند. آن گاه طبق اصل لانه کیبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می گیرند و مجموعشان ۸۵ است. (۰/۲۵)	_____	_____	_____	*****	_____	۱,۸۴	۲,۸۳	۳,۸۲		۴۲,۴۲	۱
_____	_____	_____	*****	_____								
۱,۸۴	۲,۸۳	۳,۸۲		۴۲,۴۲								