

باسمه تعالی
وزارت آموزش و پرورش

نوبت دوم درس ریاضیات گسسته

| | مشخصات دانش آموز | مشخصات امتحان | زمان امتحان |
|--------------|------------------|---------------------|----------------|
| مهر آموزشگاه | شماره‌ی کارت: | درس: ریاضیات گسسته | ساعت: |
| | نام: | رشته: ریاضی و فیزیک | روز و تاریخ: |
| | نام خانوادگی: | پایه: دوازدهم | مدت: ۱۰۰ دقیقه |

توجه: تعداد صفحات آزمون ۲ صفحه و تعداد سؤالات ۱۸ سؤال می باشد.

| ردیف | سؤال | نمره |
|---|--|------|
| فصل اول: آشنایی با نظریه‌ی اعداد | | |
| ۱ | <p>درستی یا نادرستی هر یک از موارد زیر را بنویسید. (m عدد طبیعی مثبت است).</p> <p>الف: $[(3m, 6m^2), 5m] = 15m$</p> <p>ب: $(7m, 7m + 1) = 1$</p> <p>ج: باقی مانده‌ی تقسیم 1358112 بر 9 برابر 5 است.</p> | ۰/۷۵ |
| ۲ | <p>هر یک از گزاره‌های زیر را اثبات و یا با ارائه‌ی مثال نقض رد کنید.</p> <p>الف: حاصل جمع هر چهار عدد طبیعی بر 4 بخش پذیر است.</p> <p>ب: اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4k + 1$ مربع کامل است.</p> | ۱/۲۵ |
| ۳ | <p>اگر a و b و c و d اعداد صحیح باشند و $a b$ و $c d$ ثابت کنید که $ac bd$</p> | ۱ |
| ۴ | <p>فرض کنید باقی مانده‌ی تقسیم عدد صحیح a بر 7 برابر 5 باشد، باقی مانده‌ی تقسیم $3a - 1$ بر 7 را تعیین کنید.</p> | ۰/۷۵ |
| ۵ | <p>جواب‌های عمومی معادله‌ی سیاله‌ی خطی $7x + 5y = 11$ را به دست آورید.</p> | ۱/۲۵ |
| فصل دوم: گراف و مدل سازی | | |
| ۶ | <p>گراف ساده‌ای از مرتبه‌ی 5 و اندازه‌ی 6 رسم کنید که دارای فقط یک دور به طول 4 باشد، سپس آن دور را بنویسید.</p> | ۰/۵ |
| ۷ | <p>الف: آیا گراف 3 - منتظم از مرتبه‌ی 7 وجود دارد؟ چرا؟</p> <p>ب: یک گراف همبند و یک گراف ناهمبند از مرتبه‌ی 6 و اندازه‌ی 7 رسم کنید.</p> | ۱ |
| ۸ | <p>مکمل گراف روبرو را رسم کنید.</p>  | ۰/۵ |
| ۹ | <p>الف: برای گراف شکل مقابل، یک مجموعه‌ی احاطه‌ی 4 عضو بنویسید.</p> <p>ب: یک مجموعه‌ی احاطه‌ی گیری می نیمم بنویسید.</p> <p>پ: یک مجموعه‌ی احاطه‌ی گر مینیمال بنویسید که احاطه‌ی گر می نیمم نباشد.</p> <p>ت: آیا این گراف می تواند یک مجموعه‌ی احاطه‌ی 2 عضو داشته باشد؟ چرا؟</p>  | ۲/۵ |

ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|---|-------|---|-----|---|-----|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| ۱ | یک گراف ۳ - منتظم ۸ رأسی رسم کنید که عدد احاطه گر آن کمترین مقدار ممکن باشد. | ۱۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | جای خالی را کامل کنید. الف: اگر G یک گراف کامل از مرتبه ۵ باشد. عدد $\gamma(G)$ برابر است. ب: در گراف P_7 ، مجموعه‌ی احاطه گر می نیمم دارای عضو است. پ: اگر G گراف یک گراف تهی از مرتبه ۴ است. عدد $\gamma(G)$ برابر است. | ۱۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| فصل سوم: ترکیبیات (شمارش) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | الف: با حروف کلمه‌ی « دانشمندان » چند کلمه‌ی ۹ حرفی می توان نوشت؟ ب: ۴ دانش آموز کلاس سوم و ۳ دانش آموز کلاس دوم به چند طریق می توانند در یک ردیف بایستند به طوری که همکلاسی ها همواره کنار هم باشند. | ۱۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | معادله‌ی $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و مثبت دارد به شرط اینکه $x_3 > 5$ باشد؟ | ۱۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | به چند طریق می توان ۵ توپ یکسان را بین ۳ نفر و به دلخواه توزیع کرد؟ | ۱۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | با توجه به مربع لاتین زیر، مقدار t و z و y و x را به دست آورید. | ۱۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>۲</td><td>z</td></tr> <tr><td>۲</td><td>y</td><td>t</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> </table> | x | ۲ | z | ۲ | y | t | ۱ | ۳ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | ۲ | z | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | y | t | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | ۳ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | آیا مربع های لاتین روبرو متعامدند؟ چرا؟ | ۱۶ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>$A =$</td><td> <table border="1"> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr> </table> </td></tr> <tr><td>$B =$</td><td> <table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> </td></tr> </table> | $A =$ | <table border="1"> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr> </table> | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱ | ۴ | ۳ | ۲ | ۲ | ۱ | ۴ | ۳ | $B =$ | <table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | |
| $A =$ | <table border="1"> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr> </table> | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱ | ۴ | ۳ | ۲ | ۲ | ۱ | ۴ | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۳ | ۲ | ۱ | ۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | ۴ | ۳ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | ۱ | ۴ | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $B =$ | <table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه‌ی ۴ عضوی به یک مجموعه‌ی ۶ عضوی را تعیین کنید. | ۱۷ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | حداقل چند نقطه از داخل مثلثی متساوی الاضلاع به طول ضلع ۲، انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم که دست کم ۲ نقطه از آنها فاصله شان کمتر از یک است. | ۱۸ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۰ | جمع | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

موفق باشید.