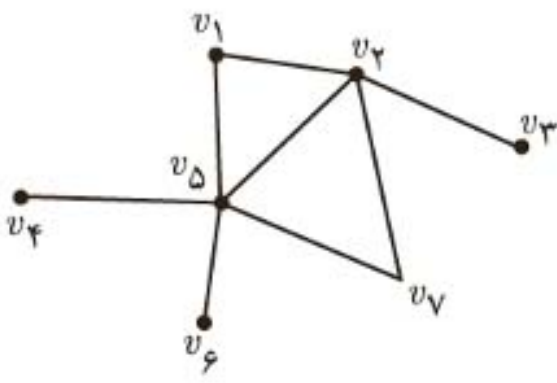
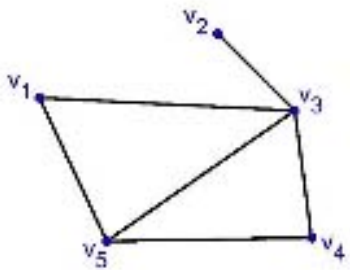
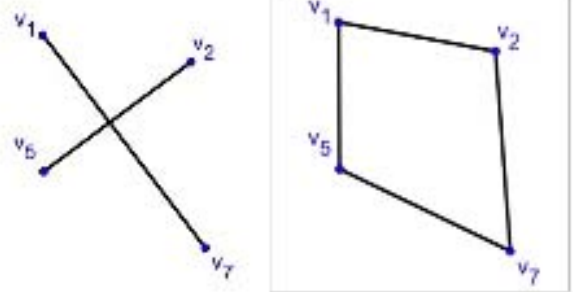


محل مهر	باسمه تعالی			شماره دانش آموزی
	اداره کل آموزش و پرورش استان مازندران			نام و نام خانوادگی:
تاریخ: دی ۹۷		رشته: ریاضی	پایه: دوازدهم	نام دروس: ریاضیات گسسته
زمان: ۱۰۰ دقیقه		تعداد صفحات: ۲	تعداد سوالات: ۱۳	نام دبیرستان:
شماره کلاس:				
ردیف	پرسشها	نمنا	بارم	
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید.</p> <p>(آ) گراف ۴ منتظم گرافی است که:</p> <p>(ب) گراف کامل مرتبه ۶ یال دارد.</p> <p>(پ) $\dots \equiv \dots \equiv \dots \equiv \dots$</p> <p>(ت) اگر $a b$ آنگاه $[a, b] = \dots$</p> <p>(ث) اگر p عددی اول و $m \in \mathbb{Z}$ منفی بوده و $m p$ آنگاه m یکی از اعداد است.</p>	۲/۵		
۲	<p>درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(آ) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ و $a < b \Leftrightarrow a^5 < b^5$ <input type="checkbox"/> د <input type="checkbox"/> ن</p> <p>(ب) گرافی ۶ راسی که ۵ راس تنها داشته باشد وجود دارد. <input type="checkbox"/> د <input type="checkbox"/> ن</p> <p>(پ) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، گنگ است. <input type="checkbox"/> د <input type="checkbox"/> ن</p> <p>(ت) باقی مانده تقسیم -۴۳ بر ۵ برابر ۲ می شود. <input type="checkbox"/> د <input type="checkbox"/> ن</p>	۱		
۳	<p>در هر پرسش گزینه مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>(آ) اگر a و b دو عدد صحیح و $[a, b] = \frac{a+b}{۴}$ آنگاه $a - b$ کدام است؟ $[a, b]$ نماد کوچکترین مضرب مشترک است.</p> <p>(۱) صفر <input type="checkbox"/> (۲) ۱ <input type="checkbox"/> (۳) a <input type="checkbox"/> (۴) b <input type="checkbox"/></p> <p>(ب) اگر $r = (۹۱, ۶۳)$ و $r = ۹۱a + ۶۳b$ مقدار $a + b$ کدام است؟</p> <p>(۱) -۲ <input type="checkbox"/> (۲) -۱ <input type="checkbox"/> (۳) ۱ <input type="checkbox"/> (۴) ۲ <input type="checkbox"/></p> <p>(پ) اگر b فرد باشد و $a b$ بزرگترین مقسوم علیه مشترک ab و $۱۸a^2$ کدام است؟</p> <p>(۱) a^2 <input type="checkbox"/> (۲) $۶ab$ <input type="checkbox"/> (۳) $۶a^2$ <input type="checkbox"/> (۴) $۶b^2$ <input type="checkbox"/></p> <p>(ت) کدام گزاره زیر با مثال نقض رد می شود؟</p> <p>(۱) جمع هر عدد گنگ با هر عدد گویا، عددی گنگ است. <input type="checkbox"/></p> <p>(۲) جمع هر دو عدد گنگ، گنگ است. <input type="checkbox"/></p> <p>(۳) در هر مثلث متساوی الساقین حداقل دو زاویه برابر داریم. <input type="checkbox"/></p> <p>(۴) جمع هر دو عدد گویا، گویا است. <input type="checkbox"/></p>	۲		
۴	<p>ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n، $n^2 + n + ۱$ عددی فرد است.</p>	۱/۵		
۷	<p>اولم پرسشها منجمد</p>			مجموع

ردیف	پرسش	مغز	بهرم	
۵	احکام درست زیر را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست مثال نقض بیاورید. (ا) توان دوم یک عدد همیشه از آن عدد بزرگتر است. (ب) حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۸ است.		۱/۵	
۶	اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید (اثبات بازگشتی). $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$		۱	
۷	ثابت کنید اگر عدد a دو عدد b و c را بشمارد، هر ترکیب خطی از آن دو عدد را می‌شمارد.		۱	
۸	a_1 و a_2 و a_3 عددهایی صحیح و b_1 و b_2 و b_3 همان سه عدد اما با ترتیبی جدید هستند. ثابت کنید، $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی زوج است (به روش برهان خلف).		۱/۲۵	
۹	اگر باقی مانده تقسیم اعداد a و b بر ۱۵ به ترتیب، ۵ و ۷ باشد. آنگاه باقی مانده تقسیم عدد $a - 7b$ بر ۱۵ را بیابید (از قضیه تقسیم استفاده کنید).		۱/۵	
۱۰	اگر ۱۵ خرداد سالی دوشنبه باشد، ۲۶ آذر آن سال چند شنبه است؟		۱/۵	
۱۱	در یک فروشگاه بسته های برنج به وزن های ۳ و ۵ کیلو عرضه می‌شود. اگر مشتری قصد خرید ۳۷ کیلو برنج را داشته باشد، از هر بسته چند عدد را می‌تواند انتخاب کند؟ این مسئله چند پاسخ دارد؟		۱/۵	
۱۲	گراف G با مجموعه راس های $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{v_1v_5, v_2v_3, v_3v_4, v_4v_5, v_1v_2, v_2v_4, v_3v_5\}$ را رسم کرده به بندهای زیر پاسخ دهید. (ا) مسیری به طول ۴ در این گراف بنویسید. (ب) دوری به طول ۴ از این گراف بنویسید. (پ) کدام راس ها با v_5 مجاورند؟ (ت) مجموع درجات راس های این گراف را بدست آورید.		۲	
۱۳	اگر گراف زیرین نمایش نواحی یک شهر و راه های دسترسی به آنها باشد، به بندهای زیر پاسخ دهید. (ا) بزرگترین و کوچکترین درجه این گراف را بنویسید. (ب) یک زیرگراف ۴ راسی و مکملش را رسم کنید. (پ) همسایگی بسته راس v_5 را مشخص کنید.			۱/۷۵
۲۰	پیروزی شامزادان آرزوی ماست			

ردیف	پایه نام	مضمون	بارم
۱		جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید. (هر بند ۰/۵ نمره) (ا) درجه همه راس ها ۴ است. (ب) ۱۵ یال دارد. (پ) $10^9 \equiv 1 \pmod{10}$ (ت) $[a b] = b$ (ث) ۱ یا p است.	۲/۵
۲		درست یا نادرست بودن تساوی های زیر را مشخص کنید. (هر بند ۰/۲۵ نمره) (ا) درست (ب) نادرست (پ) نادرست (ت) درست	۱
۳		در هر پرسش تنها یک گزینه را انتخاب کنید. (هر بند ۰/۵ نمره) (ا) ۱ (ب) ۳ (پ) ۳ (ت) ۲	۲
۴		اگر n فرد باشد مربع هر عدد فرد، فرد است و جمعش با خودش زوج شده حاصل عبارت به دلیل وجود ۱ فرد می شود. اگر n زوج باشد، مربعش زوج است و جمعش با خودش زوج و مجدد بدلیل جمع با ۱ فرد می شود. (یا استفاده از نمادها برای اثبات)	۱/۵
۵		احکام درست زیر را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست مثال نقض بیاورید. (ا) نادرست (۰/۲۵)، مثال نقض صفر، یک و یا هر عدد بین صفر و یک را مثال بزنند صحیح است (۰/۵). (ب) درست (۰/۲۵)، اثبات (۰/۵): $(4k)(4k+2) = 16k^2 + 8k = 8(2k^2 + 1)$	۱/۵
۶		نماد دو شرطی ۰/۲۵ و هر مرحله نیز ۰/۲۵ $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \Leftrightarrow ab \leq \frac{a^2+2ab+b^2}{4} \Leftrightarrow 4ab \leq a^2+2ab+b^2 \Leftrightarrow 0 \leq (a-b)^2$	۱
۷		(هر قسمت ۰/۲۵) $\begin{cases} a b \xrightarrow{\text{وینزگی ۱}} a mb \xrightarrow{\text{وینزگی ۲}} a mb \pm nc \\ a c \xrightarrow{\text{وینزگی ۱}} a nc \end{cases}$	۱
۸		فرض خلف: اگر حاصل ضرب زوج نباشد، فرد است (۰/۲۵). ضرب سه عدد فرد تنها وقتی فرد است که هر سه فرد باشند (۰/۲۵). جمع سه فرد موجود برابر صفر است (۰/۲۵) که زوج است (۰/۲۵). پس تناقض ایجاد شده و فرض خلف نادرست در نتیجه نقیض آن حکم مسئله درست است (۰/۲۵).	۱/۲۵
۹		$\begin{cases} a = 15m + 5 \rightarrow 3a = 3 \times 15m + 15 \\ a = 15n + 7 \rightarrow 7b = 7 \times 15n + 49 \end{cases} \begin{matrix} (./5) \rightarrow 3a - 7b = 15(3m - 7n) - 34 + 45 - 45 \\ (./5) \rightarrow 3a - 7b = 15(3m - 7n - 3) + 11 \end{matrix}$ یعنی باقی مانده ۱۱ است (۰/۲۵)	۱/۵
۱۰		تا آخر خرداد ۱۶ روز مانده، ۳ ماه کامل ۳۱ روزه تابستان و ۲ ماه کامل ۳۰ روزه پاییز و ۲۶ روز تا روز مورد نظر (۰/۵)، جمعش ۱۹۵ (۰/۲۵) روز به پیمانہ ۷ روزهای هفته با باقی مانده ۶ همنهشت است (۰/۲۵). پس دوشنبه را شروع و صفر فرض کنیم (۰/۲۵) ۶ روز بعد یکشنبه می شود (۰/۲۵).	۱/۵

بارم	پایه	رویف
۱/۵	$3a + 5b = 27 \pmod{25} \rightarrow 3a \equiv 27 \pmod{25} \rightarrow 3a \equiv 2 + 10$ $= 12 \pmod{25} \xrightarrow{(3)^{-1}=1} a \equiv 4 \pmod{25}$ $\rightarrow a = 5k + 4 \pmod{25} \rightarrow 2(5k + 4) + 5b = 27 \rightarrow b = 5 - 2k \pmod{25}$	۱۱
۲	 <p>(۰/۱۵) $v_1 v_2 v_3 v_4 v_5$ (ب) (۰/۱۵) $v_2 v_3 v_4 v_5 v_1$ (ا) (۰/۲۵) ۱۲ (ت) (۰/۲۵) v_3 و v_1 و v_4 (پ)</p>	۱۲
۱/۷۵	 <p>(۰/۱۵) ۵ بزرگترین درجه و ۱ کوچکترین درجه (ا) (۰/۷۵) (ب)</p> <p>(۰/۱۵) $\{v_1, v_2, v_4, v_3, v_5, v_7, v_6\}$ (پ)</p>	۱۳
۲۰	<p>پروژه شامزبان آرزوی ماست</p>	مع