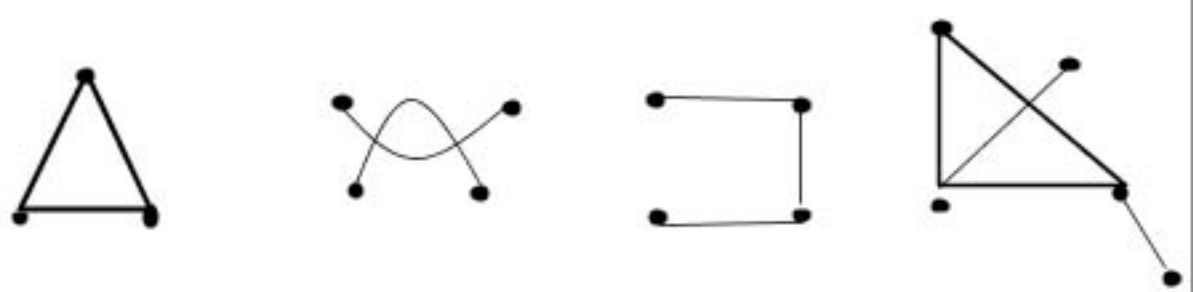


بسمه تعالی

«علم میراث گرانبهایی است و ادب لباس فاخر و زینتی است و فکر آئینه ای است صاف» (مولا علی (ع))

ردیف	سوالات	پارم
<p>سوالات امتحان : ریاضی گسسته رشته: ریاضی تاریخ امتحان: مدت امتحان: ۹۰ دقیقه</p> <p>دبیرستان: استان: کرمانشاه شهرستان: اسلام آباد غرب</p> <p>نام: نام خانوادگی:</p>		
۱	جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید. الف) اگر ارزش دو گزاره یکسان باشد آنها را گزاره‌های می‌نامند. ب) اگر $a 1$ آنگاه یا است. ج) در گراف G پالی که از یک رأس به خودش متصل می‌شود را می‌گویند.	۱
۲	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد اول، عددی مرکب است. ب) اگر از مربع یک عدد فرد یک واحد کم کنیم، یک عدد زوج حاصل می‌شود. ج) از اینکه $a b + c$ همواره می‌توان نتیجه گرفت که $a c$ یا $a b$. د) گراف کامل K_{10} دارای ۵۵ یال است.	۱
۳	گزینه‌ی درست را انتخاب کنید. الف) حاصل $[m^{12}, (m^4, m^6)]$ برابر است $(m^{12} - m^4)$ ب) در هر گراف تعداد رأس‌های فرد (زوج - فرد) است.	۰/۵
۴	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع مربعات دو عدد فرد، عددی زوج است.	۱/۵
۵	می‌دانیم $\sqrt{2}$ عددی گنگ است. به روش برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{2} + \sqrt{1}$ نیز عددی گنگ است.	۱
۶	برای دو عدد حقیق a و b به روش بازگشتی درستی رابطه‌ی زیر را نشان دهید. $a^2 + 1 \geq b(2 - b)$	۱/۲۵
۷	اگر a عددی طبیعی باشد و دو عدد $(7k + 8)$ و $(6k + 5)$ را عا د کند ثابت کنید $a = 1$ یا $a = 13$.	۱
۸	اگر n یک عدد صحیح باشد ثابت کنید $3 n^3 - n$.	۱/۵
۹	اگر باقی مانده‌ی تقسیم عدد a بر دو عدد ۹ و ۸ به ترتیب ۵ و ۷ باشد. باقی مانده‌ی تقسیم عدد a بر ۷۲ را بدست آورید.	۱/۵
۱۰	ثابت کنید $8 - 2^{23}$ بر ۳۱ بخش پذیر است.	۱
۱۱	اگر در یک سال، اول خرداد یکشنبه باشد، در این صورت ۱۵ شهریور همان سال چه روزی است.	۱

ردیف	سوالات	بازم
۱۲	جواب‌های عمومی معادله‌ی سیاله‌ی زیر را بدست آورید. $3x + 7y = 17$	۱/۵
۱۳	رقم یکان عدد 7^{327} را بدست آورید.	۱/۲۵
۱۴	اگر $a b$ و $a c$ نشان دهید $a mb + nc$.	۱
۱۵	گراف G با مجموعه رأس‌های $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و مجموعه یال‌های به صورت $E(G) = \{ab, bc, be, bd, cd, ae, ed\}$ مفروض است. نمودار این گراف را رسم نموده و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) دنباله درجه‌های رئوس این گراف را به صورت نزولی بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ و یک دور به طول ۵ در این گراف بنویسید. ج) چند یال به گراف اضافه کنیم تا G گرافی کامل شود.	۲
۱۶	در یک گراف ۵- منظم از مرتبه‌ی p و اندازه‌ی q رابطه‌ی $2q - 3p = 12$ برقرار می‌باشد. مقادیر q و p را بدست آورید.	۱
۱۷	کدام یک از گراف‌های زیر همبند و کدام یک ناهمبند است. 	۱
طراح سوالات : خاتم فریبا حیدری		موفق باشید.

ردیف	پاسخنامه‌ی سوالات
۱	الف) هم ارز (ب) $a = 1$ یا $a = -1$ (ج) طوقه
۲	الف) نادرست (ب) درست (ج) نادرست (د) نادرست
۳	الف) m^{12} (ب) زوج
۴	$a = 2k + 1, \quad b = 2k + 1$ $a^2 + b^2 = (2k + 1)^2 + (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 + 4k^2 + 4k + 1$ $= 4k^2 + 4k + 4k^2 + 4k + 2$ $= 2 \underbrace{(2k^2 + 2k + 2k^2 + 2k + 1)}_{k_1} = 2k_1$
۵	<p>فرض کنیم $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$ گنگ نباشد پس گویاست.</p> $\sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} = \frac{a}{b} \quad \text{به توان 3} \quad 1 + \sqrt{2} = \left(\frac{a}{b}\right)^3 \rightarrow \sqrt{2} = \left(\frac{a}{b}\right)^3 - 1$ <p>تفاضل دو عدد گویا، گویاست و این یعنی $\sqrt{2}$ گویاست و این با فرض مسأله در تناقض است و در نتیجه حکم پذیرفته است.</p>
۶	$a^2 + 1 \geq 2b - b^2 \Leftrightarrow a^2 + 1 - 2b + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + (1 - b)^2 \geq 0$ <p>رابطه‌ی آخر همواره بدیهی و رابطه‌ها قابل بازگشت هستند.</p>
۷	$a 7k + 8 \rightarrow a (7k + 8) \times 6 \rightarrow a 42k + 48$ $a 6k + 5 \rightarrow a (6k + 5) \times 7 \rightarrow a 42k + 5$ <p>از مجموع این دو رابطه نتیجه میگیریم:</p> $a 42k + 48 - 42k - 5 \rightarrow a 13 \rightarrow a = 1 \quad \text{یا} \quad a = 13$
۸	$n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n - 1)(n + 1)$ <p>در تقسیم عدد n بر ۳ داریم:</p> $n = 3k \rightarrow 3 n \rightarrow 3 n(n - 1)(n + 1)$ $n = 3k + 1 \rightarrow n - 1 = 3k \rightarrow 3 n - 1 \rightarrow 3 n(n - 1)(n + 1)$ $n = 3k + 2 \rightarrow n + 1 = 3k + 3 = 3(k + 1) = 3k' \rightarrow 3 n + 1 \rightarrow 3 n(n - 1)(n + 1)$
۹	$(a = 9k + 5) \times 8 \rightarrow 8a = 72k + 40$ $(a = 8k + 7) \times 9 \rightarrow 9a = 72k + 63$ $9a - 8a = 72k + 63 - 72k - 40 \rightarrow a = 72(k - k) + 23$ $a = 72k_1 + 23 \rightarrow r = 23$
۱۰	$2^5 \equiv_{31} 1 \xrightarrow{\text{طرفین به توان 4}} (2^{20} \equiv_{31} 1) \times 2^3 \rightarrow 2^{23} \equiv_{31} 8 \xrightarrow{-8 \text{ طرفین}} 2^{23} - 8 \equiv_{31} 0 \rightarrow r = 0$

$$31 - 1 = 30 + 2 \times 31 + 51 = 45 + 62 = 107$$

$$107 \equiv 2 \pmod{7}$$

شنبه	جمعه	پنج شنبه	چهارشنبه	سه شنبه	دوشنبه	یکشنبه
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

روز سه شنبه است

$$3x - 17 = -7y \rightarrow 3x \equiv 17 \pmod{7}$$

$$3x \equiv 17 + 7 \pmod{7} \rightarrow \frac{3}{3}x \equiv \frac{24}{3} \pmod{7} \xrightarrow{(13,7)=1} x \equiv 8 \pmod{7} \rightarrow x - 8 = 7k \rightarrow x = 7k + 8$$

$$3(7k + 8) + 7y = 17 \rightarrow 21k + 24 + 7y = 17$$

$$7y = 17 - 21k - 24 \rightarrow 7y = -21k - 7 \rightarrow y = -3k - 1$$

باقی مانده‌ی تقسیم بر عدد ۱۰ برابر رقم یکان است

$$7^2 \equiv -1 \pmod{10} \xrightarrow{\text{طریقین به توان 163}} (7^2)^{163} \equiv (-1)^{163} \pmod{10} \rightarrow (7^{326} \equiv -1) \times 7 \rightarrow 7^{327} \equiv -7 \pmod{10}$$

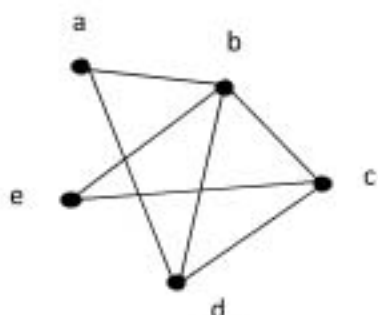
چون $3 \equiv -7 \pmod{10}$ پس داریم $7^{327} \equiv 3 \pmod{10}$ و در نتیجه رقم یکان برابر ۳ است.

$$a|b \rightarrow a|mb$$

$$\rightarrow a|mb + nc$$

$$a|c \rightarrow a|nc$$

الف) 2, 2, 3, 3, 4



ب) دور به طول ۴ : a , b , d , e , a / دور به طول ۵ : a , b , c , d , e , a

ج) تعداد یال‌های گراف K_5 برابر است با : $\frac{5(5-1)}{2} = 10$ و $10 - 7 = 3$ پس ۳ یال باید اضافه شود.

$$rp = 2q \rightarrow 5p = 2q \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 5p - 3p = 12 \rightarrow 2p = 12 \rightarrow p = 6$$

$$5 \times 6 = 2q \rightarrow 30 = 2q \rightarrow q = 15$$

۱۶

د) ناهمبند

ج) همبند

ب) ناهمبند

الف) همبند

۱۷