

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یادهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سوال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران

آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی

نام درس: حسابان ۱
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان:
 ساعت امتحان:
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

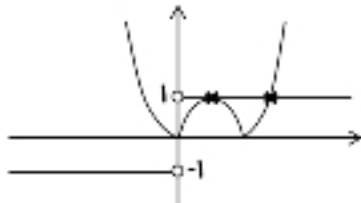
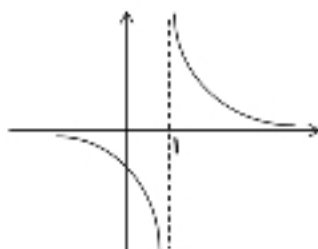
محل مهر و امضا: مدیر		نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:
ردیف	سوالات	نمره	نمره	نمره	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) حاصل عبارت $2 + 4 + 6 + \dots + 200$ برابر 10100 است. ب) معادله $\sqrt{x-1} + \sqrt{x^2-1} = 0$ یک جواب دارد. پ) دو تابع $f(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}$, $g(x) = \sin x$ با هم مساوی اند. ت) تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ در $x = 2$ حد دارد.</p>				
۱/۲۵	<p>جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب پر کنید. الف) نمودار تابع $f(x) = (\frac{1}{2})^x + 1$ در ناحیه محورهای مختصات بالای نمودار تابع $g(x) = 2^x + 1$ قرار می گیرد. ب) اگر $f(x) = [x]$ باشد، حاصل $f(x) - f(x)$ برابر است. پ) دامنه توابع $y = \sin x$, $y = \cos x$ برابر و برد آن ها برابر است. ت) اگر تابع $f(x) = [x]$ بر بازه $[2, k]$ پیوسته باشد، حداکثر مقدار k برابر است.</p>				
۱	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) شکل مقابل مربوط به سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ است. اگر $a = 1$ باشد، حاصلضرب صفرهای f کدام است؟ (با راه حل). ۱) ۲ (۲) ۳ (۲) ۴ (۴) ۵ (۴)</p>				
۰/۲۵	<p>ب) اگر $f = \{(1,3), (2,5)\}$ و $g = \{(2,3), (5,1)\}$ باشد، تابع $f + 2g$ کدام است؟ ۱) $\{(2,11)\}$ ۲) $\{(2,7)\}$ ۳) $\{(2,7), (1,4)\}$ ۴) $\{(2,11), (1,4)\}$</p>				
۰/۷۵	<p>پ) اگر حاصل عبارت $A = 2^{(\log_{\sqrt{7}} 7 - \log_7 x)}$ برابر یک باشد، آنگاه مقدار $\log_{\frac{1}{7}} \sqrt[3]{x}$ کدام است؟ (با راه حل) ۱) $-\frac{1}{5}$ ۲) $-\frac{2}{7}$ ۳) $-\frac{1}{7}$ ۴) $-\frac{2}{7}$</p>				
۰/۲۵	<p>ت) در تابع $f(x) = \begin{cases} -1 & x \in Z \\ 0 & x \notin Z \end{cases}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} f(x)$ چقدر است؟ ۱) صفر ۲) -۱ ۳) -۲ ۴) ۱</p>				
سوالات تشریحی:					
۰/۷۵	تعداد ریشه های معادله $ x^2 - 2x = \frac{x}{ x }$ را به روش هندسی بدست آورید.				۴
۱	$(x - \frac{1}{x})^2 - 2(x - \frac{1}{x}) + 2 = 0$			معادله مقابل را حل کنید.	۵
صفحه ۱ از ۲					

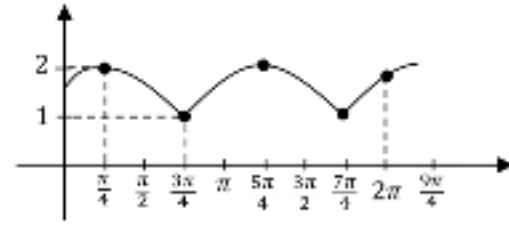
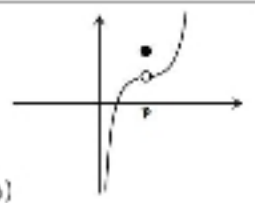
۰/۷۵	مساحت مربعی را که معادله دو ضلع آن به صورت $3x + 4y = -1$ و $6x + 8y = 18$ باشد، بدست آورید.	۶
۱	به کمک رسم نمودار تابع $y = \frac{1}{x-1}$ نشان دهید این تابع وارون پذیر است و سپس ضابطه تابع وارون را بیابید.	۷
۱/۲۵	توابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ و $g(x) = 2 - \sqrt{3-x}$ مفروض اند. مطلوب است محاسبه: الف) دامنه تابع $f \circ g$ ب) دامنه تابع $\frac{g}{f}$	۸
۱/۵	نامعادله نمایی و معادله لگاریتمی زیر را حل کنید. الف) $(27)^{\frac{x}{3}-2} \geq (\sqrt[3]{3})^{16x}$ ب) $2 \log x = 1 + \log(x + \frac{12}{5})$	۹
۱/۲۵	نمودار توابع زیر را رسم کنید. الف) $y = -\log(x+2)$ ب) $y = 1 + \left \cos(x - \frac{\pi}{4}) \right $	۱۰
۰/۵	طول پاندول یک ساعت ۲۰ سانتی متر است. اگر پاندول کمانی به اندازه ۷۲ درجه را طی کند، طول کمان طی شده توسط نوک پاندول چند سانتی متر است؟ $(\pi \approx 3)$	۱۱
۱/۲۵	اگر $\frac{\sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)}{2 \sin(\alpha - \pi) + \cos(\alpha - \frac{5\pi}{3})} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ را بیابید.	۱۲
۱	درستی اتحاد زیر را بررسی کنید. $\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) = \cos x - \sin x$	۱۳
۰/۵	نمودار تابعی را رسم کنید که در همسایگی ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد ولی پیوسته نباشد.	۱۴
۰/۵	با توجه به نمودار حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} [f(x)]$ ب) $[\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)]$	۱۵
۲/۷۵	حدهای زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - x }{[x+1] - x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x - \pi}{\cos x}$	۱۶
۱/۵	پیوستگی تابع مقابل را در $x = 0$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x} & x < 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & x = 0 \\ [-x] & x > 0 \end{cases}$	۱۷



کلید سوالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی

نام درس: مسابان ۱
 نام دبیر:
 تاریخ امتحان:
 ساعت امتحان:
 مدت امتحان: ۱۶۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵)	
۲	الف) دوم (۰/۲۵) ب) صفر (۰/۲۵) پ) $R, [-1, 1]$ (۰/۵) ت) ۴ (۰/۲۵)	
۳	الف) گزینه (۱) (۰/۲۵) ب) گزینه (۲) (۰/۲۵)	$ a = 1 \rightarrow \max \rightarrow a = -1$ (۰/۲۵) $x_S = -\frac{b}{2a} \rightarrow \frac{-b}{-2} = -2 \rightarrow b = -4$ (۰/۲۵) $(-2, 2) \rightarrow c = -2$ (۰/۲۵) $f(x) = -x^2 - 4x - 2$ $\alpha \times \beta = \frac{c}{a} = 2$ (۰/۲۵)
ت) گزینه (۱) (۰/۲۵)	$A = 2^{\log_2 \frac{16}{x}} = \frac{16}{x} = 1 \rightarrow x = 16$ (۰/۲۵) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{16} = \log_{2^{-1}} 2^{\frac{4}{3}} = -\frac{4}{3}$ (۰/۲۵)	
۴	۲ ریشه دارد (۰/۲۵) $\begin{cases} y_1 = x^2 - 2x \\ y_2 = \frac{x}{ x } \rightarrow \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \end{cases}$	 (۰/۵)
۵	$x - \frac{1}{x} = t \rightarrow t^2 - 2t + 2 = 0 \begin{cases} t = 1 \rightarrow x - \frac{1}{x} = 1 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ (۰/۲۵)} \\ t = 2 \rightarrow x - \frac{1}{x} = 2 \rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$	
۶	$d = \frac{ c - c' }{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow d = \frac{ 18 + 2 }{\sqrt{6^2 + 1^2}} = \frac{20}{10} = 2 \rightarrow S = 4$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
۷	$f^{-1}(x) = \frac{1+x}{x}$ (۰/۵) وارون پذیر \rightarrow یک به یک (۰/۲۵)	 (۰/۲۵)
۸	$D_f = (-1, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_g = (-\infty, 2]$ (۰/۲۵) $D_{f \circ g} = \{x \in (-\infty, 2] \mid 2 - \sqrt{2-x} > -1\} = (-6, 2]$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
	$D_g = D_f \cap D_g = \{x \mid f(x) = \cdot\} \rightarrow D_g = (-1, 2]$ (۰/۲۵)	

<p>الف) $3^{x-6} \geq 3^{7x} \rightarrow x-6 \geq 7x \rightarrow x \leq -2$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\log \frac{x^7}{x + \frac{1}{5}} = 1 \rightarrow \frac{x^7}{x + \frac{1}{5}} = 10 \rightarrow x^7 - 10x - 2 = 0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\begin{cases} x = 12 \text{ (۰/۵)} \\ x = -2 \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$</p>	۹	
	(الف) (۰/۵) (ب) (۰/۲۵)	
$\alpha = 72^\circ = \frac{7\pi}{5}$ (۰/۲۵) $L = r \cdot \alpha \rightarrow L = 2 \cdot \frac{7\pi}{5} = \frac{14\pi}{5} = 28$ (۰/۲۵)	۱۱	
$\frac{-\cos \alpha}{-2 \sin \alpha + \sin \alpha} = \frac{-\cos \alpha}{-\sin \alpha} = \cot \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \tan \alpha = 2$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱۲	
$\sqrt{2}(\cos x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x) = \cos x - \sin x$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱۳	
	۱۴	
(الف) ۲ (۰/۲۵) (ب) ۱ (۰/۲۵)	۱۵	
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^7 + x - 6} \times \frac{x + \sqrt{x+2}}{x + \sqrt{x+2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+2)(x+\sqrt{x+2})} = \frac{3}{20}$ (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - (-x)}{-1 + 1 - x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x}{-x} = -2$ (۰/۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\pi + 2t - \pi}{\cos(\frac{\pi}{2} + t)} = \lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2t}{-\sin t} = -2$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>$x - \frac{\pi}{2} = t \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + t$</p>	۱۶	
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{-\sqrt{2}(\sin \frac{x}{2})}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۵) (۰/۲۵) <p>$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} [-x] = -1$ (۰/۲۵)</p> <p>$f(\cdot) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۰/۲۵)</p>	۱۷	
پیوسته نیست ولی پیوستگی چپ دارد. (۰/۲۵)		
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح:	جمع بارم: ۲۰۰ نمره