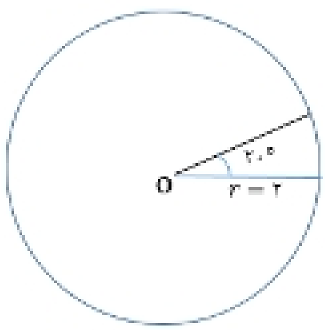
نام و نام خانوادگی: ....
مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
نام پدر: ....
شماره داوطلب: ....
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران

نام درس: حسابان
نام دبیر:
تاریخ امتحان:
ساعت امتحان:
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

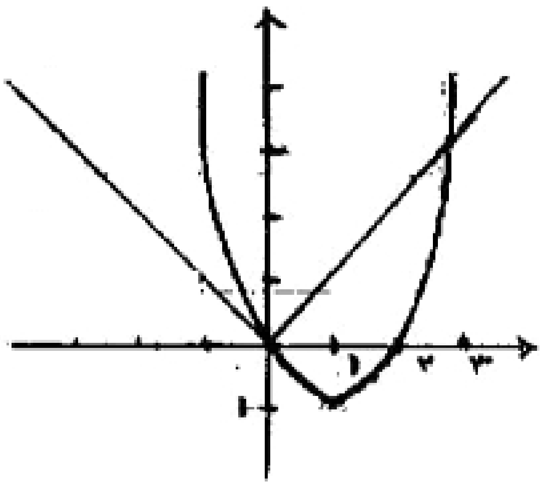
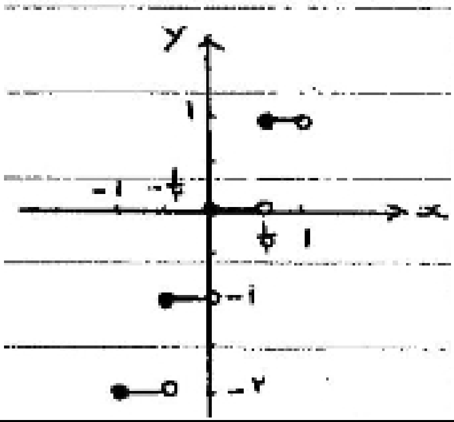
ردیف	سؤالات — محل مهر یا امضاء مدیر	بارم
۱	مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^۳ + kx^۲ - x - ۲$ برابر ۲- باشد، سپس صفرهای دیگر تابع را بدست آورید.	۰,۷۵
۲	به روش هندسی معادله ی $\lvert x \rvert = x^۲ - ۲x$ را حل کنید.	۱,۲۵
۳	معادله ی $\sqrt{x + ۲} = x - ۴$ را حل کنید.	۱
۴	اگر نقطه ی $A(۲,۳)$ رأس یک مربع و معادله ی یک ضلع مربع $۳x - ۴y = ۹$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟	۱
۵	نمودار تابع $f(x) = [۲x]$ را در بازه ی $[-۱,۱)$ رسم کنید.	۱,۲۵
۶	اگر $f = \left\{(-۴,۱۳),(-۱,۷),(۰,۵),\left(\frac{۵}{۲},۰\right),(۳,-۵)\right\}$ و $g = \{(-۴,-۷),(-۲,۵),(۰,-۳),(۳,۰),(۵,۲),(۹,۶)\}$ باشد، توابع $f + g$ و $f - g$ و $\frac{f}{g}$ را بدست آورید.	۰,۷۵
۷	برای دو تابع $f(x) = \frac{۱}{x-۲}$ و $g(x) = \frac{۴}{x}$ تابع fog و دامنه ی آن را بدست آورید.	۱
۸	نمودار تابع $f(x) = ۲^x$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.	۱
۹	اگر $\log ۲ = a$ و $\log ۳ = b$ باشد، حاصل عبارت مقابل را بیابید. $\log \sqrt{۰.۷۵}$	۱
۱۰	معادله ی لگاریتمی مقابل را حل کنید. $\log_۳(x - ۱) + \log_۳\left(\frac{x}{۲} + ۱\right) = ۲$	۱
۱۱	در شکل مقابل اندازه ی زاویه ی α را بر حسب رادیان بدست آورید، سپس طول کمان AB را پیدا کنید. 	۱

ردیف	ادامه ی سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر — بارم
۱۲	مقدار نسبت های مثلثاتی زیر را بدست آورید. الف) $\sin\frac{۵\pi}{۴}$ ب) $\cos\frac{۹\pi}{۴}$ پ) $\cot(۷۵۰^\circ)$ ت) $\tan(-۱۵۰^\circ)$	۱
۱۳	فرض کنید $\cos\alpha=\frac{۴}{۵}$ و $\cos\beta=\frac{-۱۲}{۱۳}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار دارد.مطلوبست محاسبه ی عددی $\sin(\alpha+\beta)$ و $\cos(\alpha-\beta)$.	۲
۱۴	با توجه به دامنه ی تابع در مورد حد راست تابع $f(x)=\frac{x}{[x]-۲}$ در نقطه ی $x=۲$ چه می توان گفت؟	۱
۱۵	مقدار b را طوری تعیین کنید که تابع زیر در $x=-۱$ حد داشته باشد.([ ] نماد جزء صحیح است) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^۲+[x]}{\|x\|} & x<-۱\\ ۳x+b & x>-۱\end{cases}$	۱
۱۶	حدود زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x\to-۱}\frac{۲x^۲+x-۱}{۳x^۲+۳x}$ ب) $\lim_{x\to۲}\frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x^۲-۴}$ پ) $\lim_{x\to۰}\frac{۲-۲\cos۲x}{x\sin x}$	۰.۷۵ ۱ ۱.۲۵
۱۷	در تابع زیر a را طوری تعیین کنید که تابع در $x=۱$ پیوسته باشد.([ ] نماد جزء صحیح است) $k(x)=([x]-a)[x]$	۱

جمع بارم : ۲۰ نمره

نام درس: حسابان یازدهم
نام دبیر:
تاریخ امتحان:
ساعت امتحان:
مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه

کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	$f(-2)=0 \to -8+4k+2-2=0 \to k=2 \to f(x)=x^3+2x^2-x-2$ $\frac{x^3+2x^2-x-2}{x+2}=x^2-1 \to x^2-1=0 \to x^2=1 \to x=\pm 1$ صفر های دیگر تابع	
۲	$\lvert x\rvert=x^2-2x$ $f(x)=\lvert x\rvert \quad g(x)=x^2-2x=(x-1)^2-1$ با توجه به شکل جواب های معادله عبارتند از: $x=0, x=3$ 	
۳	$\sqrt{x+2}=x-4 \to x+2=x^2-8x+16 \to x^2-9x+14=0 \to (x-2)(x-7)=0$ $x=2$ غ ق ق , $x=7$ ق ق	
۴	$A(2,3) \qquad 3x-4y=9 \to 3x-4y-9=0$ $a=\frac{\lvert 3\times 2-4\times 3-9\rvert}{\sqrt{9+16}}=\frac{15}{5}=3 \to S=a^2=9$	
۵	$f(x)=[2x] \qquad x\in[-1,1)$ $-1\le x<\frac{-1}{2} \to -2\le 2x<-1 \to f(x)=-2$ $\frac{-1}{2}\le x<0 \to -1\le 2x<0 \to f(x)=-1$ $0\le x<\frac{1}{2} \to 0\le 2x<1 \to f(x)=0$ $\frac{1}{2}\le x<1 \to 1\le 2x<2 \to f(x)=1$ 	

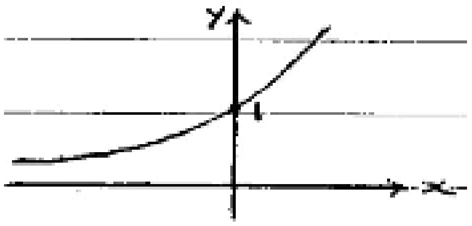
<table>
<tr><td>

$f + g = \{(-۴,۶), (۰,۲), (۳,-۵)\}$
$f - g = \{(-۴,۲۰), (۰,۸), (۳,-۵)\}$
$\frac{f}{g} = \left\{\left(-۴, \frac{-۱۳}{۷}\right), \left(۰, \frac{-۵}{۳}\right)\right\}$

</td><td>۶</td></tr>
<tr><td>

$f(x) = \frac{۱}{x-۳} \to D_f = R - \{۳\}$
$g(x) = \frac{۴}{x} \to D_g = R - \{۰\}$
$fog(x) = f\big(g(x)\big) = \frac{۱}{\frac{۴}{x} - ۳} \to fog(x) = \frac{x}{۴ - ۳x}$
$D_{fog} = \{x \epsilon D_g | g(x) \epsilon D_f\} = \left\{x \epsilon R - \{۰\} \middle| \frac{۴}{x} \epsilon R - \{۳\}\right\} = R - \left\{۰, \frac{۴}{۳}\right\}$
$\frac{۴}{x} = ۳ \to x = \frac{۴}{۳}$

</td><td>۷</td></tr>
<tr><td>



$f(x) = ۲^x$
$D_f = R$
$R_f = (۰, +\infty)$

</td><td>۸</td></tr>
<tr><td>

$\log ۲ = a, \log ۳ = b$
$\log \sqrt{۰.۷۵} = \log(\frac{۷۵}{۱۰۰})^{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۲} \log \frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۲}(\log ۳ - \log ۲^۲) = \frac{۱}{۲}(\log ۳ - ۲\log ۲) = \frac{۱}{۲}(b - ۲a)$

</td><td>۹</td></tr>
<tr><td>

$\log_۳(x-۱) + \log_۳\left(\frac{x}{۲} + ۱\right) = ۲$
$\log_۳(x-۱)\left(\frac{x}{۲} + ۱\right) = ۲ \to (x-۱)\left(\frac{x}{۲} + ۱\right) = ۳^۲ \to \frac{x^۲}{۲} + x - \frac{x}{۲} - ۱ = ۹$
$x^۲ + x - ۲۰ = ۰ \to (x+۵)(x-۴) = ۰ \to x = -۵$ غ ق ق , $x = ۴$ ق ق

</td><td>۱۰</td></tr>
<tr><td>

$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \to \frac{۲۰}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \to R = \frac{\pi}{۹}$
$l = r\theta \to l = ۲ \times \frac{\pi}{۹} = \frac{۲\pi}{۹}$

</td><td>۱۱</td></tr>
<tr><td>

ف) $\sin\frac{۵\pi}{۴} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{۴}\right) = -\sin\frac{\pi}{۴} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
ب) $\cos\frac{۹\pi}{۴} = \cos\left(۲\pi + \frac{\pi}{۴}\right) = \cos\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$
پ) $\cot(۷۵۰^{\circ}) = \cot(۷۲۰^{\circ} + ۳۰^{\circ}) = \cot\left(۴\pi + \frac{\pi}{۶}\right) = \cot\frac{\pi}{۶} = \sqrt{۳}$
ت) $\tan(-۱۵۰^{\circ}) = -\tan ۱۵۰^{\circ} = -\tan\left(\pi - \frac{\pi}{۶}\right) = \tan\frac{\pi}{۶} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

</td><td>۱۲</td></tr>
<tr><td>

α حاده, $\cos\alpha = \frac{۴}{۵} \to sin^۲\alpha = ۱ - cos^۲\alpha = ۱ - \frac{۱۶}{۲۵} = \frac{۹}{۲۵} \to sin\alpha = \pm\frac{۳}{۵} \to \sin\alpha = \frac{۳}{۵}$
β منفرجه, $\cos\beta = \frac{-۱۲}{۱۳} \to sin^۲\beta = ۱ - cos^۲\beta = ۱ - \frac{۱۴۴}{۱۶۹} = \frac{۲۵}{۱۶۹} \to sin\beta = \pm\frac{۵}{۱۳} \to \sin\beta = \frac{۵}{۱۳}$
$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha = \frac{۳}{۵} \times (\frac{-۱۲}{۱۳}) + \frac{۵}{۱۳} \times \frac{۴}{۵} = \frac{-۳۶}{۶۵} + \frac{۲۰}{۶۵} = \frac{-۱۶}{۶۵}$
$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \frac{۴}{۵} \times (\frac{-۱۲}{۱۳}) + \frac{۳}{۵} \times \frac{۵}{۱۳} = \frac{-۴۸}{۶۵} + \frac{۱۵}{۶۵} = \frac{-۳۳}{۶۵}$

</td><td>۱۳</td></tr>
</table>

$f(x)=\dfrac{x}{[x]-۲} \to [x]-۲=۰ \to [x]=۲ \to x\in[۲,۳)$ $\to D_f=R-[۲,۳)=(-\infty,۲)-[۳,+\infty)$ چون تابع در همسایگی راست نقطه ی ۲ تعریف نشده است، پس تابع در $x=۲$ حد راست ندارد.	۱۴
$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۲+[x]}{\lvert x\rvert} & x<-۱\\ ۳x+b & x>-۱\end{cases}$ $\lim\limits_{x\to(-۱)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-۱)^-}\dfrac{x^۲+[x]}{\lvert x\rvert}=\dfrac{۱-۲}{۱}=-۱$ $\lim\limits_{x\to(-۱)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-۱)^+} ۳x+b=-۳+b$ $\to \lim\limits_{x\to(-۱)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-۱)^+} f(x) \to -۱=-۳+b \to b=۲$	۱۵
الف) $\lim\limits_{x\to-۱}\dfrac{۲x^۲+x-۱}{۳x^۲+۳x}$ =) $\lim\limits_{x\to-۱}\dfrac{(x+۱)(۲x-۱)}{۳x(x+۱)}$ =) $\lim\limits_{x\to-۱}\dfrac{۲x-۱}{۳x}=\dfrac{-۳}{-۳}=۱$ ب) $\lim\limits_{x\to۲}\dfrac{\sqrt{x+۲}-۲}{x^۲-۴}\times\dfrac{\sqrt{x+۲}+۲}{\sqrt{x+۲}+۲}$ $=\lim\limits_{x\to۲}\dfrac{x+۲-۴}{(x^۲-۴)(\sqrt{x+۲}+۲)}=\lim\limits_{x\to۲}\dfrac{x-۲}{(x-۲)(x+۲)(\sqrt{x+۲}+۲)}$ $=\lim\limits_{x\to۲}\dfrac{۱}{(x+۲)(\sqrt{x+۲}+۲)}=\dfrac{۱}{۱۶}$ پ) $\lim\limits_{x\to۰}\dfrac{۲-۲\cos ۲x}{x\sin x}$ = پ) $\lim\limits_{x\to۰}\dfrac{۲-۲(۱-۲sin^۲x)}{x\sin x}$ $=\lim\limits_{x\to۰}\dfrac{۴sin^۲x}{x\sin x}=\lim\limits_{x\to۰}\dfrac{۴sinx}{x}=\lim\limits_{x\to۰}۴\times\lim\limits_{x\to۰}\dfrac{sinx}{x}=۴\times۱=۴$ $\cos ۲x=cos^۲x-sin^۲x=۱-sin^۲x-sin^۲x=۱-۲sin^۲x$	۱۶
$k(x)=([x]-a)[x]$ $k(۱)=(۱-a)[۱]=۱-a$ $\lim\limits_{x\to(۱)^+}k(x)=\lim\limits_{x\to(۱)^+}([x]-a)[x]=(۱-a)(۱)=۱-a$ $\lim\limits_{x\to(۱)^-}k(x)=\lim\limits_{x\to(۱)^-}([x]-a)[x]=(۰-a)(۰)=۰$ چون $k(۱)=\lim\limits_{x\to(۱)^-}k(x)=\lim\limits_{x\to(۱)^+}k(x)\to ۱-a=۰\to a=۱$	۱۷

جمع بارم : ۲۰ نمره	**نام و نام خانوادگی مصحح :** **امضاء:**