
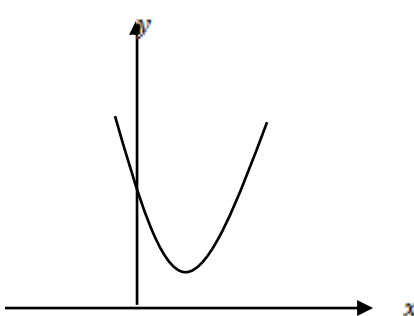


نام و نام خانوادگی: مقطع و رشته: یازدهم ریاضی شماره داوطلب: تعداد صفحه سؤال: ۲	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه 	نام درس: حسابان نام دبیر: آقای بیگی تاریخ امتحان: ...../...../..... ۱۳ ساعت امتحان: ..... صبح / عصر مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
---	---	---

ردیف	سؤالات	نمره
۱	در دنباله‌ی حسابی ... ۱۴, ۱۰, ۶, ۲ حداقل چند جمله را باید جمع کنیم تا حاصل از ۲۰۰ بیشتر شود.	۱
۱	بیشترین مقدار تابع $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ را تعیین کنید.	۲
۱	در شکل زیر، سهمی به معادله‌ی $f(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. علامت ضرایب $a$ ، $b$ و $c$ و تعداد ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ را تعیین کنید.	۳
		
۲	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $4x^2 - 5x - 5 = 0$ باشد، معادله‌ای بنویسید که ریشه‌های آن $2\alpha$ و $2\beta$ باشد.	۴
۱/۵	معادله‌ی مقابل را حل کنید. $(4 - x^2)^2 - 2(4 - x^2) - 15 = 0$	۵
۱	معادله رادیکالی $2 + \sqrt{1+x} = x - 3$ را حل کنید.	۶
۱/۵	معادله‌ی $\sqrt{1-x} - 1 = x^2 - 2x$ را با روش هندسی حل کنید.	۷
۱	ابتدا نمودار تابع $f(x) =  x - 3 $ را در بازه‌ی $[2, 4]$ رسم کنید، سپس به کمک آن نمودار تابع $f(-x)$ را رسم کنید.	۸
۱	آیا دو تابع زیر مساویند، برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید. $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - x} \\ g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x - 1} \end{cases}$	۹

۲	<p>دو تابع <math>f(x) = x - 1</math> و <math>g(x) = \sqrt{x + 2}</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) دامنه‌ی تابع <math>g \circ f</math> را بدون محاسبه‌ی <math>g \circ f(x)</math> به دست آورید.</p> <p>ب) ضابطه‌ی <math>g \circ f</math> را به دست آورید.</p> <p>ج) مقدار <math>(\frac{f}{g})(2)</math> را محاسبه کنید.</p>	۱۰
۱/۵	<p>اگر <math>f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (4, 5)\}</math> و <math>g = \{(-1, 0), (1, 2), (2, 4), (5, 3)\}</math> دو تابع باشند:</p> <p>الف) مقدار <math>(3f - g)(-1)</math> را حساب کنید.</p> <p>ب) تابع <math>f \circ g</math> را به صورت زوج مرتب بنویسید.</p>	۱۱
۲	<p>ابتدا نمودار تابع زیر را رسم کنید، سپس بازه‌هایی را که در آن تابع، صعودی اکید، نزولی اکید، یا ثابت است را مشخص کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < 1 \\ x - 1 & x > 1 \end{cases}$	۱۲
۲	<p>وارون پذیری تابع زیر را بررسی کنید و در صورت وارون پذیر بودن تابع، ضابطه‌ی وارون آن را به دست آورید.</p> $f(x) = \sqrt{x + 3} - 5$ <p>(دامنه تابع وارون را نیز تعیین کنید.)</p>	۱۳
۱/۵	<p>نمودار تابع <math>f(x) = [2x]</math> را در بازه‌ی <math>[0, 1)</math> رسم کنید.</p>	۱۴
۲۰	<p>موفق باشید بیگی</p>	

نام درس: حسابان

نام دبیر: بیگی

تاریخ امتحان: ...../...../..... ۱۳

ساعت امتحان: ..... صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران

دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه

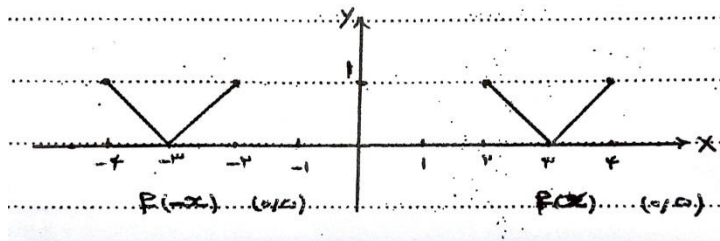
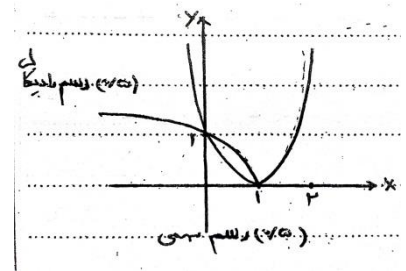


### پاسخ نامه سوالات

ردیف	راهنمای تصحیح	ردیف
	<p style="text-align: right;">-۱</p> $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)]}{2} \Rightarrow \frac{n[4 + (n-1)4]}{2} > 200$ <p>حداقل ۱۱ جمله باید جمع کنیم <math>\Rightarrow n &gt; 10 \Rightarrow 4n^2 &gt; 400</math></p>	
	<p style="text-align: right;">-۲</p> $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2, \quad y = -4 + 8 + 1 = 5$	
	<p style="text-align: right;">-۳</p> <p>معادله دو ریشه دارد.</p> <p style="text-align: center;"><math>a &gt; 0 \quad b &lt; 0 \quad c &gt; 0</math></p>	
	<p style="text-align: right;">-۴</p> $\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{5}{4} \\ \alpha \cdot \beta = -\frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = \frac{5}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{5}{2}x - 5 = 0 \\ P = 2\alpha \cdot 2\beta = 4\alpha \cdot \beta = -5 \end{cases}$	
	<p style="text-align: right;">-۵</p> $4 - x^2 = t \Rightarrow t^2 - 2t - 15 = 0 \Rightarrow (t-5)(t+3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} t = 5 \Rightarrow 4 - x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ غ ق} \\ t = -3 \Rightarrow 4 - x^2 = -3 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7} \end{cases}$	
	<p style="text-align: right;">-۶</p> $\sqrt{1+x} = x - 5 \Rightarrow 1+x = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$ <p style="text-align: right;"><math>x = 8 \quad x = 3</math> غ ق</p>	

$$f(x) = \sqrt{1-x}, \quad g(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

جوابهای معادله  $x = 0$  ,  $x = 1$



۹- مساوی نیستند، زیرا دامنه‌ها برابر نیستند.

$$D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$$

$$D_g = [1, +\infty)$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad D_g = [-2, +\infty)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \in \mathbb{R} \mid x-1 \in [-2, +\infty)\} \text{ الف)}$$

$$x-1 \geq -2 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow D_{g \circ f} = [-1, +\infty)$$

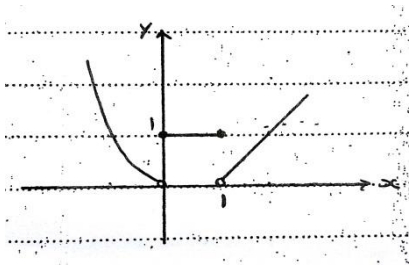
$$g(f(x)) = \sqrt{x-1+2} = \sqrt{x+1} \text{ ب)}$$

ج)

$$\frac{f(2)}{g(2)} = \frac{1}{2}$$

$$\text{الف) } (3f - g)(-1) = 3f(-1) - g(-1) = 3 - 0 = 3$$

$$\text{ب) } fog = \{(1, 3), (2, 5)\}$$



در بازه‌ی  $(1, \infty)$  صعودی اکید

در بازه‌ی  $(-\infty, 0)$  نزولی اکید

در بازه‌ی  $[0, 1)$  ثابت

$$D_f = x \geq -3 \Rightarrow R_f = [-5, +\infty)$$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \sqrt{x_1 + 3} - 5 = \sqrt{x_2 + 3} - 5 \Rightarrow \sqrt{x_1 + 3} = \sqrt{x_2 + 3} \Rightarrow x_1 + 3 = x_2 + 3$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2 \quad \text{یک به یک}$$

$$y = \sqrt{x + 3} - 5 \Rightarrow y + 5 = \sqrt{x + 3} \Rightarrow (y + 5)^2 = x + 3 \Rightarrow (y + 5)^2 - 3 = x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = (x + 5)^2 - 3 \quad D_{f^{-1}} = [-5, +\infty)$$

$$0 \leq x < 1 \quad f(x) = [2x]$$

$$0 \leq x < \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq 2x < 1 \Rightarrow y = 0$$

