فصل هفتم- توان و جذر

راهنمای معلم- ریاضی هشتم

نگاه کلی به فصل

این فصل همانند فصل مشابه خود (در کتاب هفتم) از دو بخش توان و بخش جذر تشکیل شده است. در بخش توان یادآوری مطالب مهم سال قبل قواعد جدیدی از به توان رساندن و تقسیم اعداد تواندار آموزش داده شده است. در تمام فصل تأکید اصلی بر ساخته شدن دانش توان توسط خود دانش‌آموز بوده است و معلمان محترم با توجه به ظرفیت دانش‌آموزان و کلاس از آزادی عمل و انعطاف لازم برخوردار هستند. کسب توانایی در محاسبات با اعداد تواندار نیز مدنظر مؤلفان بوده است. در بخش جذر نیز هدف ارتقاء درک دانش‌آموزان از مفهوم جذر و کمک به توسعه درک آن‌ها از مفهوم عدد می‌باشد. در محاسبه جذر به طور عمده، محاسبه جذر تا یک رقم اعشار است که به شیوه نصف کردن فاصله‌ها آموزش داده شده و البته این روش در کتاب پایه هفتم طرح نشده است. در تمام فصل توجه به فرآیند حل مسئله، مسائل بازپاسخ، بدفهمی‌های دانش‌آموزان، حدس زدن، بررسی کردن، آزمایش کردن و استدلال و گفتمان ریاضی از جمله موضوعات اساسی در فرآیند آموزش است که مدنظر مؤلفان بوده است. بخشی از قسمت جذر نیز به قواعد محاسبه با رادیکال‌ها و نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد اختصاص داده شده است.

نقشه مفهومی

توان و جذر

محاسبه جذر تقریبی تا یک رقم اعشار به روش نصف کردن

خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

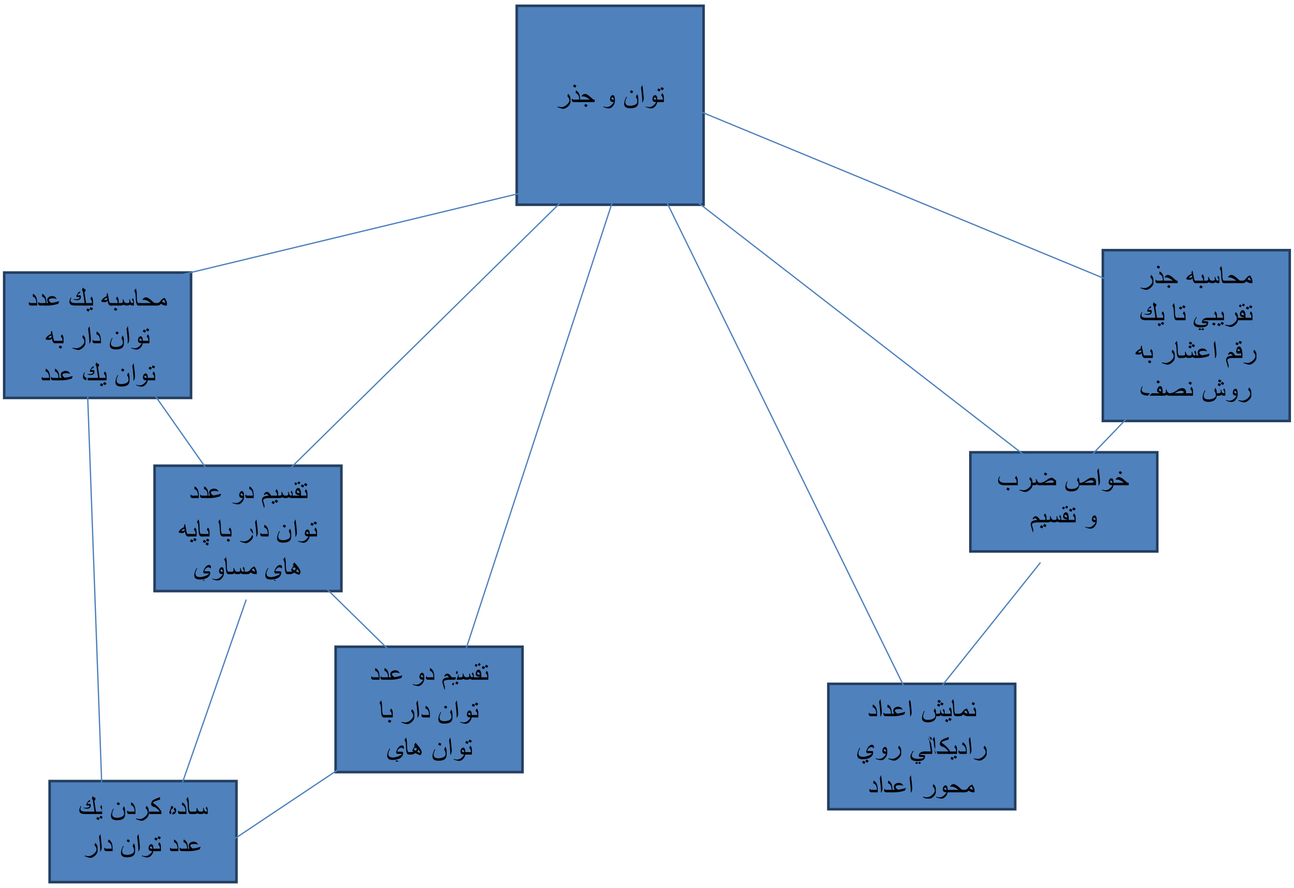
نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

تقسیم دو عدد تواندار با توان‌های مساوی

ساده کردن یک عدد تواندار

تقسیم دو عدد تواندار با پایه‌های مساوی

محاسبه یک عدد تواندار به توان یک عدد دیگر



تصویر عنوانی

تصویر عنوانی فصل، کامل‌ترین تصویری است که بشر تا حال حاضر از جهان هستی به‌دست آورده است. حاصل ۱۰ سال جمع‌آوری اطلاعات یک تصویر سه‌بعدی است که شامل ٤٣ هزار کهکشان است و تا ٣٠٠ میلیون سال نوری گسترش دارد. (می‌توانید این را با برخی از گزارش‌ها در مورد ٤٠٠ میلیون کهکشان کشف شده تا امروز و ۱۳/۵ میلیارد سال نوری گسترش مقایسه کنید!) از طرف دیگر توضیحات ارائه شده در صفحه عنوان به موضوع ضرب دو عدد تواندار نیز اشاره دارد. یک هدف مهم دیگر توجه به جهان خلقت و نظم و روابط و الگوهای موجود در آن و مطالعه آن به‌عنوان یکی از آیات الهی است.

دانستنی‌هایی برای معلم

اعداد تواندار در ریاضیات از جایگاه مهمی برخوردارند و به‌جز کاربردهای واقعی در برقراری ارتباط بین مفاهیم مختلف ریاضی به‌کار گرفته می‌شوند. به‌عنوان مثال در پایه‌های میانی اعداد تواندار با توان طبیعی اتصال بین توان و ضرب را نشان می‌دهند. در پایه‌های بالاتر اعداد تواندار با توان منفی اتصال بین توان و کسر را تسهیل می‌بخشند. همچنین اعداد تواندار با توان گویا، ارتباط بین توان و ریشه‌گیری را میسر می‌سازند و اعداد تواندار با توان حقیقی نیز بین مفاهیم پیشرفته ریاضی ارتباط برقرار می‌کنند.

به‌طور کلی نماد توان برای بیان ضرب‌المثل‌هایی از اعداد که تکرار می‌شوند، به‌کار گرفته می‌شود. به‌ویژه از توان‌های عددها برای بیان اعداد بسیار بزرگ یا اعداد بسیار کوچک استفاده می‌شود.

در تقسیم‌بندی اعداد حقیقی به دو دسته گویا و گنگ، عدد $\sqrt{۲}$ یک عدد گنگ به حساب می‌آید. در مورد توان های عدد ۲، توان‌های طبیعی، اعدادی طبیعی به حساب می‌آیند. مثلاً $۲^{۳}$ $۲^{۵}$، $۲^{۱۰}$ و مانند آن. عدد $۲^{۰}$ را هم برابر یک تعریف می‌کنیم. توان‌های صحیح منفی عدد ۲ نیز تعریف می‌شود. مثلاً $\frac{۱}{۲^{۳}} = ۲^{-۳}$. همچنین توان‌های گویای عدد ۲ را نیز می‌توان تعریف کرد، مثلاً $\sqrt[۳]{۲} = ۲^{\frac{۱}{۳}}$ ، به‌نظر می‌رسد که تنها توان‌های گنگ عدد ۲ را باید تعریف کنیم. به هر حال $۲^{\sqrt{۲}}$ نیز تعریف می‌شود و $۲^{\sqrt{۲}}$ یک عدد گنگ است که «متعالی» نیز به حساب می‌آید. برای مطالعه بیشتر می‌توانید به اولین کتاب در بخش «منابع برای معلمان» ارائه شده است رجوع کنید.

منابع برای معلمان

۱. اعداد: گویا و گنگ، ایوان نیون، ترجمه غلامحسین اخلاقی نیا، مرکز نشر دانشگاهی، تهران.

۲. سلطانی، میثم و ریحانی، ابراهیم (۱۳۹۲). دانش‌آموزان دوره متوسطه توان‌های منفی را چگونه درک می‌کنند؟ ششمین همایش ملی آموزش، دانشگاه شهید رجایی.

۳. ساویزی، بهناز و شاهورانی، احمد (۱۳۹۳)، رد پای مبهم اعداد گنگ در ذهن دانش‌آموزان، رشد آموزش ریاضی، شماره ۱۱۵.

4. John A. Van de Walle, Karen S. Karp, Jennifer M. Bay-Williams (2011), Elementary and Middle School Mathematics Teaching Developmentally.

مسیرهایی برای توسعه

مسئله‌هایی که در ادامه ارائه می‌شوند مسیرهایی برای توسعه مفاهیم مربوط به اعداد تواندار و جذر می‌باشند. استفاده از این مسائل برای ارزشیابی معمول در پایه هشتم مناسب نمی‌باشد و تنها برای استفاده در دوره‌ها یا کلاس‌های تکمیلی برای دانش‌آموزان زبده می‌تواند کمک نماید.

۱. اگر $x^{m} \cdot x^{n} = x^{6}$ و $x^{2m} \cdot x^{n} = x^{8}$ ، حاصل $m-3n$ را به‌دست آورید.

۲. حاصل $\frac{(x+\frac{1}{y})^{m}(x-\frac{1}{y})^{n}}{(y+\frac{1}{x})^{m}(y-\frac{1}{x})^{n}}$ را به‌دست آورید.

۳. حاصل عبارت مقابل را به‌دست آورید.

$$\frac{1}{1+x^{a-b}}+\frac{1}{1+x^{b-a}}$$

٤. اگر $x^{p}=y^{q}=(xy)^{pq}$ ثابت کنید $p+q=1$.

۵. کوچک‌ترین عددی که باید در $2^{3}\times 3^{5}\times 5^{2}$ ضرب کرد تا حاصلضرب مربع کامل شود را به‌دست آورید.

٦. اگر $A=\frac{1}{2^{x}}$ باشد، کدامیک از احکام زیر درست است. دلیل بیاورید.

آ) برای کلیه اعداد $x>0$، A بزرگ‌تر از یک است.

ب) x هرچه باشد، A بزرگ‌تر از ۱ است.

ج) برای کلیه اعداد $x>0$ ، A کوچک‌تر از یک است.

د) برای کلیه اعداد $x<0$ ، A کوچک‌تر از یک است.

۷. اگر $0<a<1$ و $n \in N$ و $n>1$ کدامیک از موارد زیر درست است. برای هر کدام دلیل بیاورید.

آ) $a^{n}>a$ ب) $a^{n}<a$ ج) $a^{n}=a$ د) $a^{n}=0$

۸. مقدار x را از معادله $4\times 16^{x} = (\frac{1}{2})^{2x-3}$ به‌دست آورید.

۹. ثلث عدد $(\frac{1}{9})^{24}$ را به‌صورت یک عدد تواندار بنویسید.

۱۰. $\frac{1}{16}$ عدد 32^{n} را به‌صورت توانی از عدد ۲ بنویسید.

۱۱. اگر $۲۵ = ۱۰^{۲y}$، حاصل $۱۰^{۳y}$ را به‌دست آورید.

۱۲. اگر داشته باشیم $\frac{۱۶^۲ \times ۴^a \times ۳^{۲b}}{۲۷} = (\frac{۱}{۶} \times ۹^b)^۲ \times \left[(\frac{۱}{۴})^a \times ۱۲\right]^۳$ مقادیر a و b را بیابید.

۱۳. اگر m=۴۵ و n=۸، نزدیک‌ترین عدد صحیح به عبارت $\sqrt{m-n}$ چه عددی است؟

۱۴. بدون استفاده از ماشین‌حساب مقدار تقریبی $\sqrt{۱۶۰.۱۰۰}$ را حدس بزنید. روش خود را توضیح دهید.

۱۵. اگر بدانیم حاصل $\sqrt{۵۶n}$ یک عدد طبیعی است، کوچک‌ترین عدد $n \in N$ که می‌توانیم در عبارت بالا قرار دهیم چقدر است؟

۱۶. اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید (از چپ به راست)

$\frac{۲۱}{۴}$ و $۵\frac{۱}{۳}$ و ۶/۳ و $\sqrt{۲۷}$ و ۵/۸ و $\sqrt{۴۶}$ و ۷

۱۷. کدامیک از عبارت‌های زیر مقداری بین ۱۴ و ۱۵ دارد؟

$\sqrt{۳۲۴}$ و $\sqrt{۲۲۷}$ و $\sqrt{۲۰۰}$ و $\sqrt{۱۸۸}$

۱۸. اگر طول قطر یک مربع a+b باشد، طول ضلع آن چقدر است؟

۱۹. طول دو پاره‌خط به ترتیب a واحد و b واحد است. کدامیک از رابطه‌های زیر همواره درست است؟

الف) $\frac{a+b}{۲} \rangle \sqrt{ab}$ ب) $\frac{a+b}{۲} \langle \sqrt{ab}$ ج) $\frac{a+b}{۲} = \sqrt{ab}$ د) $\frac{a+b}{۲} \geq \sqrt{ab}$

نمونه‌سؤال‌های ارزشیابی

۱. جاهای خالی را با عددها و حرف‌های مناسب پر کنید.

$a^{۱۵} = a^{\bigcirc} \times a^{\bigcirc}$ $(۶ \times \frac{۱}{۲})^۴ = \bigcirc^۴ \times \bigcirc^۴$

$\bigcirc^۳ \times x^۵ = x^۸$ $(a^m)^n = a^{\bigcirc}$

۲. حاصل هر عبارت را به‌صورت توان‌دار بنویسید:

$(mn^۳)^۲ =$ $(۵^x)^y =$ $\left[(\frac{-۱}{۵})^۲\right]^۳ =$

۳. کدامیک درست و کدامیک نادرست است؟ دلیل بیاورید.

$(۲^۳)^۶=۲^۹$ $\qquad$ $(-۴)^۲=-۴^۲$

$(۵^۲)^۰=۵^{۲۰}$ $\qquad$ $(۲^۷)^۲=۲^{۱۴}$

٤. مقدار عددی عبارت‌های زیر را به ازای $x=۳$، $y=-۱$ و $z=-٤$ به‌دست آورید.

آ) $xy^3(z-x^2)+y^4$

ب) $-12y^2+z^2(x-y^2)$

۵. حاصل عبارت $\frac{(-x^۳)^۳}{(-x^۲)^۲}$ را به‌دست آورید.

٦. مقدار عددی عبارت $2z+x^3-xyz$ به ازای $x=-۲$ و $y=-۳$ و $z=٤$ را به‌دست آورید.

۷. کسر مقابل را ساده کنید.

$$\frac{۲^۷\times ۶۲۵\times ۵۷۶}{۲۵^۲\times ۱۲۸\times ۲۴^۲}$$

۸ حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را به‌صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$(\frac{۲}{۳})^۷ : (\frac{۲}{۳})^۳ =$ $\qquad$ $(-۵)^{۱۲} : (-۵)^۴ =$

$x^۸ : x^۳ =$ $\qquad$ $۸^۵ : ۲^۵ =$

$a^٤ : b^٤ =$ $\qquad$ $(-۱۲)^۳ : (-۲)^۳ =$

۹. کدامیک درست و کدامیک نادرست است؟ پاسخ صحیح مورد نادرست را بنویسید

آ) $\left[(\frac{۱}{۲})^۳\right]^۴ = (\frac{۱}{۲})^۷$ $\qquad$ ب) $\frac{(a^۲)^۵}{a^۷} = a^۳$

۱۰. نصف $۲^۷$، ثلث $۳^٤$ و ربع $۲^۷$ را به‌صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

۱۱. حاصل هر عبارت را به‌صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$$\frac{۲^۴\times ۷^{۱۳}}{۷^{۱۰}\times ۲} \qquad \frac{x^۸\times y^۹}{y^۶\times x^{۱۱}}$$

۱۲. عددهای زیر را از کوچک‌ترین تا بزرگ‌ترین و به ترتیب از چپ به راست مرتب کنید.

$(-۱)^۲$، $-۲^۲$، $(\frac{۱}{۲})^۳$ و $(-۲)^۳$ و $\frac{۱}{۷}$ و $۷^۰$

۱۳. مقدار هر یک از عددهای زیر را تا یک رقم اعشار به‌دست آورید:

$\sqrt{۳۱۳}$ و $\sqrt{۱۴۰}$ و $\sqrt{۳۰}$ و $\sqrt{۱۸}$

۱٤. در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید.

$\sqrt{۱۴} \bigcirc ۲\frac{۱}{۷}$ $\qquad$ $\sqrt{۱۰} \bigcirc ۳/۸$

$\sqrt{۲۰}-۴ \bigcirc ۱$ $\qquad$ $۱+\sqrt{۱۹} \bigcirc \sqrt{۲۰}$

۱۵. عدد $۱+\sqrt{۲}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

١٦. آیا رابطه $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ برای هر دو عدد درست است؟ دلیل بیاورید.

۱۷. جاهای خالی را پر کنید.

$\sqrt{۲}\times\sqrt{۳۲}=\bigcirc$ $\qquad$ $\sqrt{۲۵\times۶۴}=\sqrt{۲۵}\times\sqrt{۶۴}=\bigcirc\times\bigcirc$

$\sqrt{۱۰۰}=\sqrt{۵۰}\times\bigcirc$ $\qquad$ $\sqrt{۲۴}=۲\sqrt{\bigcirc}$

۱۸. یک محور اعداد رسم کنید و عددهای زیر را به‌صورت تقریبی روی آن مشخص کنید.

$-\sqrt{۱۵}$ و $-\sqrt{۷}$ و $\sqrt{۸}$ و $\sqrt{۱۲}$

۱۹. در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$-\sqrt{\frac{۱۸}{۲}}=\bigcirc$ $\qquad$ $\sqrt{\frac{۶۴}{۴۹}}=\bigcirc$

$-\sqrt{\bigcirc}=-\frac{۲}{۳}$ $\qquad$ $-\sqrt{\frac{\bigcirc}{\bigcirc}}=۲$

۲۰. آ) دو عدد طبیعی بین $\sqrt{۳}$ و $\sqrt{۲۷}$ پیدا کنید.

ب) سه عدد بین $\sqrt{۲۷}$ و $\sqrt{۵}$ پیدا کنید.

توان

هدف

- یادآوری قواعد ضرب دو عدد تواندار با پایه‌های مساوی و توان‌های مساوی
- آموزش به توان رساندن یک عدد تواندار

روش تدریس

دانش‌آموزان در کلاس هفتم دو قاعد $a^m + a^n = a^{m+n}$ و $a^m \cdot b^m = (ab)^m$ را فرا گرفته‌اند. در بخش یادآوری لازم است به آن‌ها فرصت داده شود تا خود به حل مسائل ارائه شده بپردازند و پس از ارائه به آن‌ها در کلاس درس اشکالات احتمالی برطرف شود. برخی از تمرین‌ها به راهنمایی بیشتری نیاز دارد. در مورد فعالیت صفحه ۱۰۳ اگر امکان داشته باشد بهتر است از دانش‌آموزان خواسته شود که بدون توجه به راه‌حل‌های داده شده ابتدا خود به حل بپردازند. احتمالاً روش های مختلفی توسط دانش‌آموزان ارائه می‌شود که باید توسط معلم و دیگر دانش‌آموزان بررسی شود. راه‌حل‌ها پالایش شوند و در نهایت به قانونی که در انتهای این فعالیت ارائه می‌شود پی ببرند.

حل برخی از تمرین‌ها

صفحه ۱۰۲ تمرین ۲) $۱۲۵\times۱۸^۳\times(\frac{۱}{۹})^۳ = ۵^۳\times(۱۸\times\frac{۱}{۹})^۳ = ۵^۳\times۲^۳ = ۱۰^۳$

صفحه ۱۰۲ تمرین ٤) $(۴\times۳)^۶ = \bigcirc^۶\times\bigcirc^۶$

این یک مسئله بازپاسخ به‌حساب می‌آید. به این معنی که عددهای بی‌شماری را می‌توان در جاهای خالی قرار داد. به‌طور مثال ۳ و ٤ و یا ۲ و ٦ و یا ۱۲ و ۱ و به‌طور کلی هر دو عدد که حاصلضرب آن‌ها ۱۲ شود.

صفحه ۱۰۵ تمرین ۵) $(-۲)^{\bigcirc} > ۱۵$

واضح است که توان‌های مناسب نمی‌توانند اعداد فرد باشند. کوچک‌ترین عدد زوج مناسب ٤ است و به همین ترتیب پاسخ اعداد زوج بزرگ‌تر از ۲ می‌باشد.

صفحه ۱۰۵ تمرین ۷) $۳\times۲^۳ = (۵)^۲ - (۱)^۴$

توصیه‌های آموزشی

بحث و گفتگو در مورد راه‌حل‌های مختلف و نیز توضیح دادن دانش‌آموزان در مورد روش‌های خود به درک بهتر آن‌ها از مفهوم توان کمک زیادی خواهد کرد.

اشتباهات رایج دانش‌آموزان

در بحث توان گاهی اوقات دانش‌آموزان توان را با ضرب یکی می‌گیرند. به‌عنوان مثال حاصل $(\frac{۳}{۵})^۰$ را با $۰\times\frac{۳}{۵}$ برابر می‌گیرند. همچنین تفاوتی بین دو عدد $(-۴)^۲$ و $-۴^۲$ قائل نیستند. علاوه‌بر این گاهی حاصل عبارتی مانند $(۲^۳)^۵$ را با $۲^۵\times۲^۳$ یکی می‌گیرند.

تقسیم دو عدد تواندار با پایه‌های مساوی و توان‌های مساوی

هدف

- آموزش قواعد محاسبه تقسیم دو عدد تواندار با پایه‌ها یا توان‌های مساوی
- آشنایی با کاربرد اعداد تواندار

روش تدریس

فعالیت صفحه ۱۰۶ به‌گونه‌ای تنظیم شده است که دانش آموزان را درگیر حل مسئله نماید. برخی از مراحل حل ارائه شده است و بقیه حل باید توسط دانش‌آموزان پیشنهاد شود. درستی یا نادرستی این پیشنهادها باید در کلاس مورد بررسی قرار گیرد و بهترین پاسخ ارائه شود. انتظار می‌رود در نهایت قانون $a^m\div a^n=a^{m-n}$ توسط خود دانش‌آموزان ارائه شود.

در مورد فعالیت صفحه ۱۰۷ نیز باید همین‌گونه عمل شود. یادآوری می‌شود که اگر مجال ارائه جواب به دانش‌آموزان داده شود بسیاری از بدفهمی‌ها و مشکلات آنان برطرف خواهد شد. همچنین مقایسه کردن راه‌حل‌ها به توانمند شدن دانش‌آموزان کمک می‌کند. در هر حال بهتر است که مطالب به‌صورت کاملاً مستقیم در ابتدای کار به دانش‌آموزان ارائه **نشود.**

حل برخی از تمرین‌ها

صفحه ۱۰۹ تمرین ۵) $۶^{۵}$ و $۱^{۱۲}$ و $(-\frac{۱}{۲})^{۵}$ و ۰ و $(-۱)^{۵}$ و $-۴^{۳}$

صفحه ۱۰۹ تمرین ۷) $\left[۳۶^{۵} : (-۳)^{۵}\right] : \left[(-۲)^{۵} \times (-۳)^{۵}\right] = (۱۲)^{۵} : ۶^{۵} = (-۲)^{۵}$

صفحه ۱۰۹ تمرین ۸) $\frac{۱}{۴} \times ۴^{۷} = \frac{۴^{۷}}{۴} = ۴^{۶}$ $\qquad$ $\frac{۱}{۲} \times ۲۹ = \frac{۲۹}{۲} = ۲۸$

توصیه‌های آموزشی

با توجه به اینکه پژوهش‌ها نشان داده‌اند دانش‌آموزان در سال‌های بعد در پایه‌های دوم متوسطه همچنان در موضوع اعداد تواندار دارای مشکل می‌باشند، توصیه می‌شود که در یک کلاس معمولی از طرح مسائل پیچیده و غیرضروری که مرتبط با پایه‌های بعدی است اجتناب شود و تنها به تحکیم و تثبیت آنچه که در کتاب درسی آمده است پرداخته شود.

برخی از اشتباهات رایج دانش‌آموزان

اشتباهات این بخش بیشتر وابسته به اشتباهات دانش‌آموزان در بخش‌های دیگر است. مثلاً ممکن است دانش‌آموزی $(۲^{۳})^{۱۰}$ را $۲^{۳۰}$ در نظر بگیرد و یا $(۵^{۳})^{۲}$ را $۵^{۹}$ در نظر بگیرد.

جذر تقریبی و نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

هدف

آشنایی تدریجی با اعداد گنگ و مقدار تقریبی آن‌ها

ایجاد مهارت در محاسبه جذر تقریبی اعداد تا یک رقم اعشار

توانایی نمایش اعداد گنگ در محور اعداد به‌صورت تقریبی

ابزار

محور اعداد، خط‌کش و پرگار مناسب

روش تدریس

در فعالیت صفحه ۱۱۰ هدف این بوده است که روش برخورد با یک مسئله واقعی را به دانش‌آموزان آموزش دهد. گفت‌وگوهای انجام شده می‌تواند توسط یک فرد نیز مطرح باشد. ایده اصلی مطرح شده روش نصف کردن است که در سال هفتم ارائه نشده است. این فعالیت می تواند با دنبال کردن هر یک از پاسخ‌ها ادامه یابد و یا اینکه به‌صورت مستقل و با در نظر گرفتن پاسخ‌های دانش‌آموزی در کلاس درس پیگیری شود. در هر حال هدف اصلی درک اعداد گنگ و به رسمیت شناختن وجود چنین اعدادی است که متمایز از اعداد گویا هستند.

حل برخی از تمرین‌ها

صفحه ۱۱۲ تمرین ۲)

$$\sqrt{۶/۲۵}=۲\frac{۱}{۲} \qquad \sqrt{۱۷}<۴/۰۳ \qquad \sqrt{۱۱}<۳\frac{۱}{۳}$$

$$(\sqrt{۳})^{۲}=۳ \qquad \sqrt{۲۰}-۲<\sqrt{۱۸} \qquad ۱+\sqrt{۱۵}>۴$$

توصیه‌های آموزشی

باید توجه شود که روش‌های قبلی محاسبه جذر در حال حاضر در کتاب‌های درسی کشورهای دیگر کنار گذاشته شده است و هدف کتاب حاضر هم چنین نیست.

این روش‌ها تکیه زیادی بر الگوریتم‌ها دارند و از نظر آموزشی کارآیی لازم را ندارند. بنابراین نباید در کلاس‌های درس در این پایه مطرح شوند. به عوض باید کوشش شود که درک مناسبی از جذر و نیز نمایش آن‌ها روی محور اعداد حاصل شود. واضح است که در آینده دانش‌آموزان پس از درک مناسب جذر برای محاسبه آن از ماشین‌حساب بهره خواهد گرفت.

برخی از اشتباهات رایج دانش‌آموزان

در هنگام کار با اعداد گنگ ممکن است دانش‌آموزان حاصل عبارت $(\sqrt{۵})^۲$ را با ۲۵ برابر بگیرند و یا $\sqrt{۲۵}$ را مساوی $۵\pm$ بنویسند.

خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

هدف

آشنایی با قوانین مربوط به تقسیم یا ضرب دو عبارت رادیکالی

روش تدریس

به شیوه استقرایی و با بررسی تعدادی مثال عددی دانش‌آموزان باید قانون $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ را حدس بزنند. باید اجازه دهیم که حدس توسط دانش‌آموزان انجام شود. حتی اگر حدسی اشتباه مطرح شود بررسی آن توسط سایر دانش‌آموزان و نیز جمع‌بندی معلم بسیار مفید خواهد بود.

حل برخی از تمرین‌ها

تمرین ۳ صفحهٔ ۱۱۶)

$\sqrt{۶/۲۵} \to D$ $\qquad$ $\sqrt{\frac{۹}{۱۶}} \to B$

$\sqrt{۲۵} \to A$ $\qquad$ $-\sqrt{۵} \to E$ $\qquad$ $-\sqrt{\frac{۹}{۴}} \to F$ $\qquad$ $-\sqrt{۱۲/۵} \to C$

تمرین ۳ صفحهٔ ۱۱۷)

۱	−٦	−۱
−٤	−۲	۰
−۳	۲	−۵

تمرین ٤ صفحهٔ ۱۱۷)

$$\frac{(۴\times ۳)^{۵}\times ۱۴^{۸}}{(۲۸^{۷}\div ۲^{۷})\times (۶^{۵}\times ۲^{۵})}=\frac{۱۲^{۵}\times ۱۴^{۸}}{۱۴^{۷}\times ۱۲^{۵}}=\frac{۱۴^{۸}}{۱۴^{۷}}=۱۴$$

تمرین ۲ صفحهٔ ۱۱۸)

$$\left[۳^{۱۰}\times (\frac{۱}{۲۷})^{۳}\right]\div \left[۵^{۴}\times (\frac{۱}{۲۵})^{۲}\right]^{۳}$$

$$=\left[۳^{۱۰}\times \left[(\frac{۱}{۳})\right]^{۳}\right]^{۲}\div \left[۵^{۴}\times \left((\frac{۱}{۵})^{۲}\right)^{۲}\right]^{۳}$$

$$=(۳^{۱۰}\times \frac{۱}{۳^{۹}})^{۲}\div (۵^{۴}\times \frac{۱}{۵^{۴}})^{۳}=۳^{۲}:۱=۹$$

تمرین ٦ صفحهٔ ۱۱۸) پاسخ ۱− است.

برخی توصیه‌های آموزشی

باید توجه داشت که حل تعداد کمتری مسئله که با عمق مناسب بررسی شوند نسبت به انجام تمرین زیاد که بدون درک و فهم باشد، نتایج به مراتب بهترین به همراه دارد.

یکی از اشتباهات رایج دانش‌آموزان در این بخش این است که حاصل عبارت $\sqrt{a+b}$ را با $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ برابر در نظر می‌گیرند. همچنین ممکن است عبارت $\sqrt{۵۰}$ را به جای $۵\sqrt{۲}$، مساوی **۲۵** در نظر بگیرند.