

۱۲۶- فرض کنید $a = \sqrt[4]{\sqrt{6}-2}$ و $b = \sqrt[4]{\sqrt{6}+2}$. مقدار $(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2$ کدام است؟

۱۶(۲-√۳) (۴) ۱۶(۲+√۳) (۳) ۴(۲-√۳) (۲) ۴(۲+√۳) (۱)

$$((a-b)^2)^2 ((a+b)^2)^2 = (a-b)^4 (a+b)^4 = (a^4 - b^4)^2$$

$$a^4 = \sqrt{\sqrt{6}-2} \Rightarrow (\sqrt{\sqrt{6}-2} - \sqrt{\sqrt{6}+2})^4$$

$$b^4 = \sqrt{\sqrt{6}+2} = \left((\sqrt{\sqrt{6}-2} - \sqrt{\sqrt{6}+2})^2 \right)^2$$

$$= \left(\sqrt{6} - 2 + \sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{\frac{6-4}{2}} \right)^2$$

$$= (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2})^2 = 4(6 - 2 - 2\sqrt{12})$$

$$= 16(2 - \sqrt{3})$$

✓ ←

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

تهیه شده توسط: استاد رویا کاتوزیان

۱۲۷- فرض کنید x_1 و x_2 جواب‌های معادله $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$ باشند. مقدار $x_1 + x_2$ کدام است؟

۲ (۴) ۱ (۳) صفر (۲) -۱ (۱)

↙

فرض کنیم $\sqrt[3]{x} = t$

$$(t^2 + \frac{1}{t^2} + 1)(t^2 - 1) = 2t$$

$$\times t^2 \rightarrow (t^4 + t^2 + 1)(t^2 - 1) = 2t^3$$

تکثیر کردن، در هر دو طرف

$$(t^4 - 1) = 2t^3 \quad \sqrt[3]{x} = t$$

$$x^2 - 1 = 2x$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$S = 2$$

۱۲۸- فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x = 5 - x^2$ باشند. $\frac{1}{(x_1+1)^3}$ و $\frac{1}{(x_2+1)^3}$ ریشه‌های کدام معادله هستند؟

$$x^2 + x - 5 = 0$$

$$125x^2 = 16x + 1 \quad (2)$$

$$125x^2 + 12x = 1 \quad (4)$$

$$x_1 + x_2 = -1$$

$$x_1 x_2 = -5$$

$$125x^2 + 16x = 1 \quad (1)$$

$$125x^2 = 12x + 1 \quad (3)$$

در صورت حد

$$P = \frac{1}{(x_1+1)^3 (x_2+1)^3} = \frac{1}{(\underbrace{x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1}_{-5 - 1})^3} = -\frac{1}{125}$$

اینجا هم بریزید
ردیف شود چون 5
بسیار کم از اینها عدد است

چاق دلاغر

$$S = \frac{(x_2+1)^3 + (x_1+1)^3}{-125} = \frac{(-1)^2 - 2(-5) + 11}{-125} = \frac{11 + 5 + 2(-1) + 2}{-125} = \frac{14}{-125}$$

فردی شتر
دوم شتر که بد ما
ر

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

تهیه شده توسط: استاد رویا کاتوزیان

۱۲۹- اگر $f(x) = 16 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$ باشد، مقدار $f(\frac{\pi}{36})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6 - 3\sqrt{3}}{16}$
- (۲) $\frac{6 - \sqrt{3}}{16}$
- (۳) $\frac{6 + \sqrt{3}}{16}$
- (۴) $\frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$

$x = \frac{\pi}{36}$

$$f(\frac{\pi}{36}) = 16 \cos^2(\frac{\pi}{12}) \cos^2(\frac{\pi}{6}) \cos^2(\frac{\pi}{3}) \cos^2(\frac{\pi}{2})$$

$$= 16 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \cos^2(\frac{\pi}{12})$$

$$= \frac{3}{4} \cos^2(\frac{\pi}{12}) = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

چون رابطه $1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$

$$1 + \cos \frac{\pi}{6} = 2 \cos^2 \frac{\pi}{12}$$

$$= \frac{3}{4} (2 + \sqrt{3}) = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{4}$$

۱۲۹

۱۳۰- اگر زاویه α در ناحیه سوم مثلثاتی و $\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\frac{\cos(2\alpha - \frac{\pi}{2}) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot(2\alpha)}$ کدام است؟

$$-\frac{1056}{175} \quad (4)$$

$$\frac{96}{175} \quad (3)$$

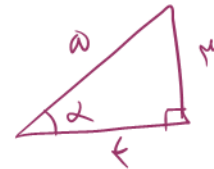
$$\frac{1056}{175} \quad (2)$$

$$-\frac{96}{175} \quad (1)$$

$$\frac{\frac{\sin 2\alpha}{\cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha)} - \cos 2\alpha}{\cot 2\alpha} = \frac{\frac{24}{25} + \frac{4}{5}}{\frac{\sqrt{25}}{24}} = \frac{\frac{24+20}{25}}{\frac{5}{24}} = \frac{1056}{175} = \frac{1056}{175}$$



$$\cot 2\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\sqrt{25}}{24}$$



$$\sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25} = \frac{24}{25}$$

استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

تهیه شده توسط: استاد رویا کاتوزیان

۱۳۱- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos^2(x) - \sin^2(x) \cos(3x) = 1$ در فاصله $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$-\sin^2 x \cos(3x) = 1 - \cos^2 x$$

$$\sin x = 0$$

$$x = 0, \pi, 2\pi$$

$$\rightarrow \cos(3x) = -1$$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Rightarrow 0 \leq 3x \leq 6\pi$$

$$3x = \pi, 3\pi, 5\pi$$

$$\checkmark \quad \text{در } \pi, 3\pi, 5\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$$

۱۳۲- دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\log_f(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$ کدام است؟

(۲) $(-1, 2)$

(۴) $(-2, 1)$

(۱) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

$$x^2 - x - 2 > 0$$

$$(x - 2)(x + 1) > 0$$

$$x < -1 \quad \vee \quad x > 2$$

۲, ۱, ۲, ۲, ۲, ۲

$$x^2 - 1 > 0$$

$$|x| > 1$$

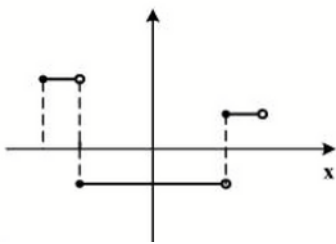
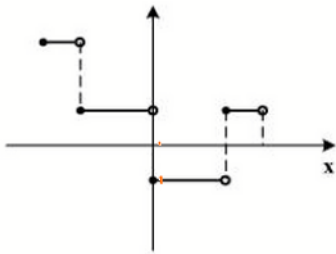
$$x > 1 \quad \vee \quad x < -1$$

$$x < -1 \quad \vee \quad x > 2$$

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

تهیه شده توسط: استاد رویا کاتوزیان

۱۳۳- نمودار تابع $y = 2||3x|| - 1$ به ازای $-\frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{3}$ کدام است؟



(۲)

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$y = 2||3x|| - 1$$

$$= 2||-1|| - 1$$

$$= 2 - 1 = 1$$

$$x = 0^+$$

$$y = 2||3x|| - 1$$

$$= 2||0|| - 1$$

$$= 0 - 1 = -1$$

$$x = 0^-$$

$$y = 2||3x|| - 1$$

$$= 2||-0|| - 1 = 0 - 1 = -1$$

دیس نینچے وارڈ ماسٹ

۱۳۴- فاصله نقطه تلاقی منحنی های $2y = x^2$ و $x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$ با مبدأ مختصات، کدام است؟

(۴) $\sqrt{15}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۲) $\sqrt{6}$

(۱) $\sqrt{3}$

$$\sqrt{2y} = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$$

$$x > 0 \quad y > 0 \quad x = \pm \sqrt{2y}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2y}$$

$$2y = y+3 + y-3 - 2\sqrt{y^2-9}$$

$$\sqrt{4+9} = \sqrt{15} \quad (0,0) \quad (\sqrt{6}, 3)$$

✓

$$\Rightarrow y^2 - a = 0$$

$$y = \pm \sqrt{a}$$

$$x = \sqrt{6}$$

۱۳۵- اگر $52 = \frac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}}{2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}}$ باشد، مقدار x کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\frac{3^x (1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5)}{2^{x-2} (1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5)} = 52$$

$$\frac{1-3^6}{1-3} = \frac{-728}{-2} = 364$$

$$\frac{1(1-2^6)}{1-2} = 63$$

$$\frac{1-2^6}{1-2} = \frac{-63}{-1} = 63$$

$$\frac{3^x}{2^{x-2}} \times \frac{364}{63} = \frac{1}{3^2} \Rightarrow 3^{x-2} = 2$$

$$\Rightarrow 3^{x-2} = 2$$

$$x-2=0$$

$x=2$

۲ = ۳

۱۳۶- نمودار تابع $y = 2^{|\sin x|}$ را ابتدا به اندازه $\frac{\pi}{2}$ در امتداد محور x ها در جهت مثبت و سپس $\frac{3}{4}$ در امتداد محور y ها در جهت منفی انتقال می دهیم. تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور x ها در فاصله $[0, \pi]$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

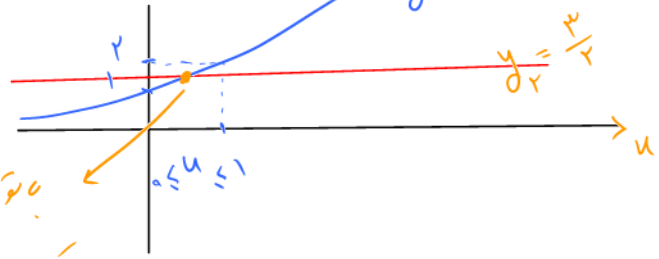
۱ (۲)

صفر (۱)

$y = 2^{|\sin x|}$

$x \rightarrow x - \frac{\pi}{4}$

$y = 2^u$



$y = 2 - \frac{3}{4}$

$y = 0$
 $2^{|\cos x|} = \frac{3}{4}$
 $y_1 = y_2$

$y_1 = 2^{|\cos x|}$
 $0 \leq x \leq \pi \Rightarrow 0 \leq |\cos x| \leq 1$

به توجه بدین به صورت پس حتماً

تصویری $|\cos x| = 1$ وجود دارد

عدد $\pm = \cos x$

در ارزیابی آن y_1 و y_2 جمع دارد

در این حالت

۳ = ۳

۱۳۷- اگر تساوی $\log_x y - 2 \log_y x = 1$ به ازای $x, y > 1$ برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟

- $xy = 2$ (۴) $y = \sqrt{x}$ (۳) $y = x^2$ (۲) $y = x^2$ (۱)

$$t = \log_y x$$

$$t - \frac{2}{t} = 1$$

✓ $\frac{2}{t} = 1$ ✓

$$t = 2$$

$$\log_y x = 2$$

$$y = x^2$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$(t - 2)(t + 1) = 0$$

$$t = 2 \quad t = -1$$

$$t = -1$$

$$\log_y x = -1$$

$$y = \frac{1}{x}$$

اسن برینیت
 $x > 1, y > 1$

۱۳۸- مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right)$ کدام است؟

$$\sqrt{2} \text{ (۴)}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (۳)}$$

$$1 \text{ (۲)}$$

$$\text{صفر (۱)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x}} - \sqrt{\frac{x}{x^2} - \frac{x}{x^2+1}} = \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2}$$

✓ $\frac{2}{2} = 1$ ✓

$$x \rightarrow +\infty$$

۱۳۹- مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} [2 \sin x - 1]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۴) وجود ندارد.

$$1 \text{ (۳)}$$

$$\text{صفر (۲)}$$

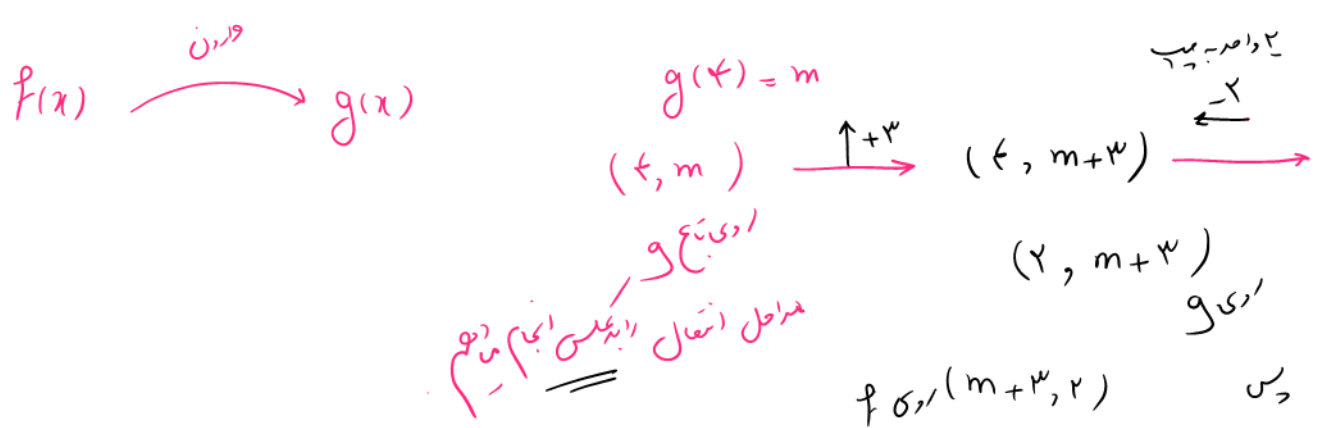
$$-1 \text{ (۱)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} [2 \sin x] - 1 = \left[2 \left(\frac{1}{2} \right) \right] - 1 = -1$$



✓ $\frac{2}{2} = 1$ ✓

۱۴۰- قرینه نمودار تابع $y = 2 + \sqrt{x-1}$ را نسبت به خط $y = x$ رسم کرده و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد در جهت مثبت محور X ها و ۳ واحد در جهت منفی محور Y ها انتقال می دهیم و آن را $y = g(x)$ می نامیم. مقدار $g(4)$ کدام است؟



مراحل انتقال را بدین انجام دهیم

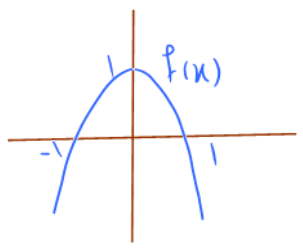
استادبانک

انتخاب آنلاین معلم خصوصی

تهیه شده توسط: استاد رویا کاتوزیان

۱۴۱- فرض کنید $f(x) = 1 - x^2$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g \circ f$ کدام است؟

$g(f(x)) = \begin{cases} -1 & x < -1 \text{ یا } x > 1 \\ 0 & x = \pm 1 \\ 1 & -1 < x < 1 \end{cases}$
 در $x = \pm 1$ ناپیوسته است



۱۴۲- تعداد نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1} |x^2-4|$ ، کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

ریشه‌های ساده داخل قرمب مطلق $x = \pm 2$

در تقاطع منحنی استیم هفتد شش ربع \rightarrow نقطه آن تقو تغییر علامت (ده)

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2-1} (x^2-4)$$

$$f'_+(2) = 2(x) \frac{x^2}{x^2-1} \Big|_{x=2} = 4 \frac{4}{3} > 0$$

$$f(x) = -\frac{x^2}{x^2-1} (x^2-4)$$

$$f'_-(2) = -2(x) \frac{x^2}{x^2-1} \Big|_{x=2} = -4 \frac{4}{3} < 0$$

منحنی در اطراف $x=2$ تغییر علامت داد پس $x=2$ استیم است. به همین ترتیب $x=-2$

$$f(x) = \frac{x^4 - 4x^2}{x^2 - 1} \rightarrow f'(x) = \frac{(4x^3 - 8x)(x^2 - 1) - 2x(x^2 - 4x^2)}{(x^2 - 1)^2} = 0$$

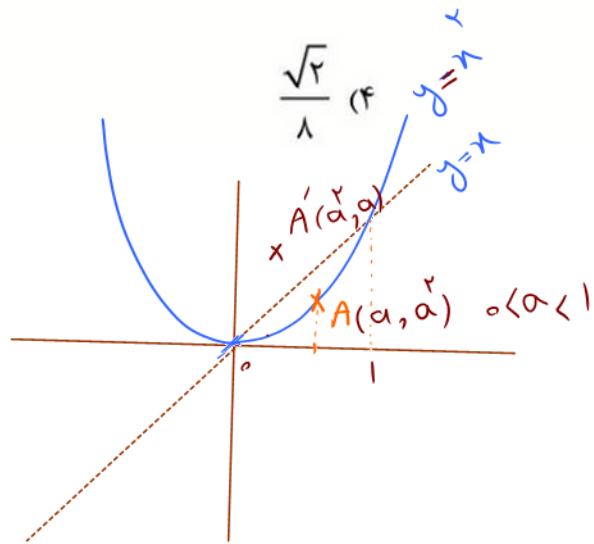
$$4x^5 - 12x^3 + 8x - 2x^5 + 8x^3 = 0$$

$$2x^5 - 4x^3 + 8x = 0$$

$$2x(x^4 - 2x^2 + 4) = 0$$

ریشه ساده است پس تغییر علامت کرده و استیم پس است. $\Delta < 0$ $x=0$

۱۴۳- قرینه نقطه A واقع بر سهمی $f(x) = x^2$ را نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم صفحه مختصات تعیین کرده و آن را A' می‌نامیم. اگر طول نقطه A بین دو طول متوالی از محل بر تقاطع تابع f با خط نیمساز موردنظر باشد، ماکزیمم طول پاره خط AA' ، کدام است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$AA' = \sqrt{(a' - a)^2 + (a - a')^2}$$

$$= \sqrt{2} |a' - a| = -\sqrt{2}(a' - a)$$

$a' < a$

سؤال بدیم
برابر صفر قرار بدم

$$-\sqrt{2}(2a - 1) = 0 \quad \boxed{a = \frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{2} \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right| = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۱۴۴- فرض کنید $f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{2}])^2 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$. مقدار مشتق تابع fog در $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ چند برابر $(-128\sqrt{2})$ است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

$$g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = 2 \quad 1 (2)$$

-۴ (۱)

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) g'(x)$$

$$= g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) f'\left(g\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right)\right) = (14x^2 + 1)' = 28x$$

$$= -8\sqrt{2} \times (44) \xrightarrow{(-128\sqrt{2})}$$

$$= \frac{-8\sqrt{2} (44)}{-128\sqrt{2}} = 4$$

$$g(x) = (x^2 - 1)^{-\frac{1}{2}}$$

$$g'(x) = -\frac{1}{2} (x^2 - 1)^{-\frac{3}{2}} (2x) \Rightarrow g'\left(\frac{3}{\sqrt{8}}\right) = -\frac{1}{2} \times \frac{6}{4\sqrt{2}} \times (14) = -\frac{14}{\sqrt{2}} = -8\sqrt{2}$$

۱۴۵- فرض کنید $g(x) = ax^2 + bx + c$ و $(a \neq 0)$ و حداکثر مقدار k به شرط $b + c = a$ ، کدام است؟
 اگر $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq k \\ g'(x) & x < k \end{cases}$ باشد. اگر f یک تابع مشتق پذیر باشد،

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۳ (۱)

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & x \geq k \\ 2ax + b & x < k \end{cases}$$

شرط پیوستگی در $x = k$

$$(*) \quad ak^2 + bk + c = 2ak + b$$

شرط شیب در $x = k$

$$2ak + b = 2a$$

$$(*) \quad ak^2 + bk + c - 2a = 0$$

$$\text{مع. منبسط} = a + \frac{b+c-2a}{a} = 0$$

$$k = \frac{c-2a}{a} \quad \text{و} \quad \boxed{k=1} \quad \text{و}$$

$$\boxed{k = \frac{c}{a} - 2}$$

$$k = -1 + 2k - 2$$

$$\boxed{k=3}$$

$$k = \frac{c}{a} - 2 \quad \text{و}$$

* $\underline{c = a - b}$ و $b + c = a$: منبسط

* $b = 2a - 2ak$ و $2ak + b = 2a$: منبسط

** $\rightarrow c = a - (2a - 2ak)$

$$c = -a + 2ak \quad \xrightarrow{\div a} \quad \frac{c}{a} = -1 + 2k$$

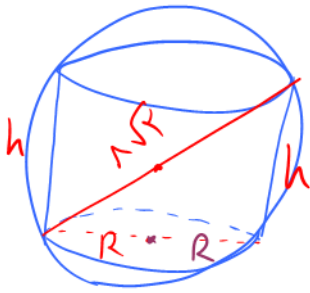
۱۴۶- حداکثر مساحت جانبی استوانه‌ای که درون یک کره به شعاع $4\sqrt{2}$ محاط می‌شود، کدام است؟

$$\frac{512\pi}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{256\pi}{3} \quad (۳)$$

$$64\pi \quad (۲)$$

$$32\pi \quad (۱)$$



مقدار h = قطر استوانه
مقدار r = قطر استوانه

$$h^2 + 4R^2 = 128 \Rightarrow h = \sqrt{128 - 4R^2}$$

$$S = 2\pi R h$$

جانبی

$$S = 2\pi R \sqrt{128 - 4R^2}$$

$$S = 4\pi R \sqrt{32 - R^2}$$

$$S' = 4\pi \sqrt{32 - R^2} + 4\pi R \frac{-2R}{2\sqrt{32 - R^2}} = 0$$

$$\sqrt{32 - R^2} = \frac{R^2}{\sqrt{32 - R^2}}$$

$$32 - R^2 = R^2 \quad R^2 = 16$$

$$R = 4$$

$$S = 2\pi R \sqrt{128 - 4R^2}$$

$$\Rightarrow S = 8\pi \sqrt{\frac{128 - 64}{4}} = 64\pi$$

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

تهیه شده توسط: استاد رویا کاتوزیان

۱۴۷- احتمال این که یک دانش آموز در یک امتحان نمره قبولی بگیرد ۰/۹ و در دو امتحان متوالی نمره قبولی بگیرد ۰/۸۵ است. اگر دانش آموز در امتحان دوم موفق باشد، احتمال این که امتحان قبلی نیز موفق شده باشد، کدام است؟

$$\frac{45}{47} \quad (4)$$

$$\frac{17}{18} \quad (3)$$

$$\frac{85}{94} \quad (2)$$

$$\frac{8}{9} \quad (1)$$

$$P(A) = P(B) = 0,9$$

$B =$ آزمون دوم قبول
 $A =$ آزمون اول قبول

$$P(A \cap B) = 0,85$$

$$P(A|B) = ?$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,85}{0,9} = \frac{85}{90} = \frac{17}{18}$$

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۱۴۸- فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$. چند معادله درجه دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می توان تشکیل داد، به طوری که مجموع ریشه های هر معادله از حاصل ضرب ریشه های همان معادله، دو واحد بیشتر باشد؟

$$18 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

$$15 \quad (2)$$

$$14 \quad (1)$$

$$-\frac{b}{a} = \frac{-c}{a} + 2 \Rightarrow \frac{c-b}{a} = 2$$

$$ax^2 + bx - c = 0$$

$$c - b = 2a \Rightarrow c = 2a + b$$

$$\Delta = \underbrace{b^2}_{+} + \underbrace{4ac}_{+} > 0 \quad \begin{matrix} 0, 2 \\ \text{مقادیر} \\ \text{دارد} \end{matrix}$$

$$7 + 5 + 3 + 1 = 16$$

$$\begin{matrix} \text{مقدار } 7 \\ \text{مقدار } 5 \\ \text{مقدار } 3 \\ \text{مقدار } 1 \end{matrix} \begin{cases} a=1 & b=7 \\ a=2 & b=5 \\ a=3 & b=3 \\ a=4 & b=1 \end{cases}$$

۱۴۹- در یک جلسه آموزشی میزگردی شامل ۴ دانش آموز کلاس پایه یازدهم و ۴ دانش آموز کلاس پایه دوازدهم تشکیل شده است. به چند حالت دانش آموزان در صندلی‌ها بنشینند، به طوری که در کنار هر دانش آموزی، دانش آموز هم پایه قرار نگیرد؟

۱۱۵۲ (۴)

۲۷۶ (۳)

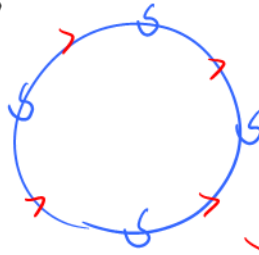
۲۸۸ (۲)

۱۴۴ (۱)

$$3! \times 4! = 24 \times 6 = 144$$



تعداد حالات دانش آموزان = $(n-1)!$



تعداد حالات دانش آموزان هم پایه $(4-1)!$

تعداد حالات دانش آموزان هم پایه $4!$

۱۵۰- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی می‌سازیم، که در آن رقم تکراری به کار نرفته باشد. یک عضو از مجموعه فوق انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عضو انتخاب شده بر ۴ بخش پذیر باشد، کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۵)

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{3}{7}$ (۳)

$\frac{4}{7}$ (۲)

$\frac{13}{21}$ (۱)

اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ در یک رقم یا دو رقم یا سه رقم یا چهار رقم یا پنج رقم می‌توانند به کار روند.

$$5 + \frac{5 \times 4}{20} + \frac{5 \times 4 \times 3}{60} + \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{120} + \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{120}$$

۱، ۲، ۳، ۴، ۵

$$P = \frac{95}{325} = \frac{1}{5}$$

حالات مفید

$$1 + \frac{4}{20} + \frac{12}{60} + 24 + 24 = 95$$

تعداد حالات مفید: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۱۲، ۳۲، ۲۴

۱۵۱- شیب نیم‌خطی با نقطه شروع $A(2, 4)$ برابر ۳ است. مستطیل $ABCD$ را چنان می‌سازیم، که نقطه B روی نیم‌خط فوق و رأس سوم آن $C(-3, -1)$ باشد. محیط مستطیل، کدام است؟

$y = 3x + b$
 $4 = 4 + b$
 $b = -2$

$A(2, 4)$ $B(0, -2)$ $C(-3, -1)$ $D(2, -2)$

$y = 3x - 2$
 $y = -\frac{1}{3}x - 2$

$y = -\frac{1}{3}x + b$
 $-1 = 1 + b$ $b = -2$

$B: \begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = -\frac{1}{3}x - 2 \end{cases} \Rightarrow 3x = -\frac{1}{3}x$ $x = 0$
 $B(0, -2)$

$AB = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$ $BC = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$

$\text{محیط} = (3\sqrt{10})(2) = 6\sqrt{10}$



تهیه شده توسط: استاد رویا کاتوزیان

۱۵۲- نقطه $H(2, 1)$ را روی خط $3x - y = 5$ در نظر بگیرید. مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را با ارتفاع AH می‌سازیم، به طوری که محیط مثلث $\sqrt{270}$ واحد باشد. مختصات یک رأس A ، کدام است؟

$(-\frac{1}{2}, \frac{11}{6})$ (۴) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2})$ (۲) $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ (۱)

$\text{محیط} = \sqrt{270}$ $\text{ضلع} = \sqrt{30}$

$\sqrt{(\frac{7}{2} - \frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2} - 1)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}}$

$\text{ارتفاع} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{30} = \frac{\sqrt{90}}{2} = \sqrt{\frac{90}{4}}$

$AH = \sqrt{(\frac{13}{2} - 2)^2 + (-\frac{1}{2} - 1)^2} = \sqrt{\frac{81}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{90}{4}}$

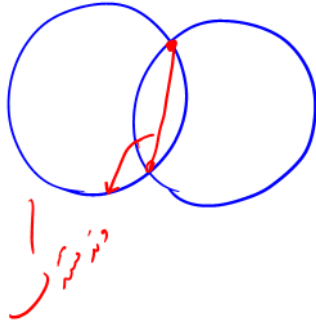
۱۵۳- دایره‌های $x^2 + y^2 + 2x = 3$ و $x^2 + y^2 + 2y = 3$ متقاطع‌اند. معادله وتر مشترک این دو دایره، کدام است؟

$x = 1 - y$ (۴)

$x = -y$ (۳)

$x = 1 + y$ (۲)

$x = y$ (۱)

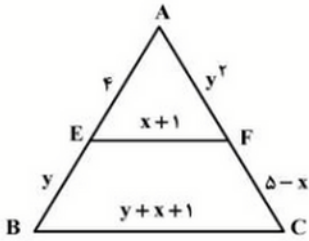


$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 3 - 2x \\ x^2 + y^2 &= 3 - 2y \end{aligned} \Rightarrow 3 - 2x = 3 - 2y$$

$$\boxed{x = y}$$

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

۱۵۴- در شکل زیر EF موازی BC است. مقدار $y - 2x$ ، کدام است؟



$2 - 2(3) = -4$

- ۴ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- ۴ (۴)

تساوی

$$\frac{x}{y} = \frac{y}{\omega - x}$$

مربع

$y^3 = 2\omega - 2x$

مربع

تساوی
مربع

$$\frac{x}{x+y} = \frac{y}{y^2 + \omega - x} = \frac{x+1}{y+x+1}$$

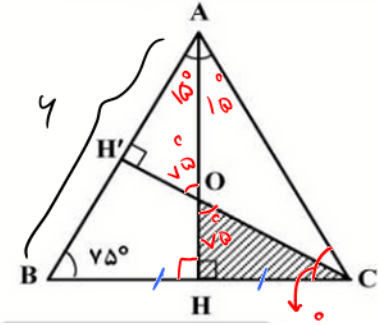
$$\frac{x}{y} = \frac{y}{\omega - x} = \frac{x+1}{y}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{x+1}{y}$$

$\boxed{x = 3} \Rightarrow \boxed{y = 2}$

تهیه شده توسط: استاد رویا کاتوزیان

۱۵۵- در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AC برابر ۶ است. مساحت مثلث OHC، کدام است؟



میان خط AH

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{9}{7+4\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{18}{7+4\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\frac{9}{14+11\sqrt{3}} \quad (5)$$

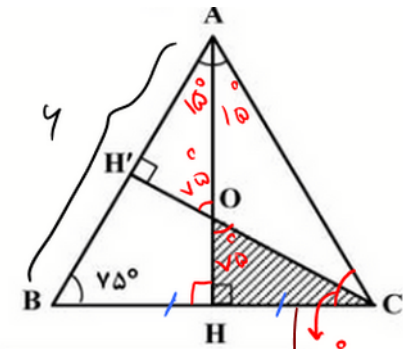
$$\Rightarrow S_{\triangle AHC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{(6 \sin 75^\circ)(6 \cos 75^\circ)}{2}$$

$$= 18 \frac{\sin 150^\circ}{\sin 30^\circ} = 9$$

$$AH = 6 \sin 75^\circ$$

$$BH = 6 \cos 75^\circ$$



$\triangle OHC \sim \triangle ABH$

$$HC = 6 \times \sin 15^\circ$$

$$AH = 6 \cos 15^\circ$$

$$K = \frac{6/\sin 15^\circ}{6 \cos 15^\circ}$$

نسبت مساحت ها K^2

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{cases} 2 \cos^2 15^\circ - 1 \Rightarrow \cos^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ 1 - 2 \sin^2 15^\circ \Rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$K^2 = \frac{\sin^2 15^\circ}{\cos^2 15^\circ} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

$$K^2 = \frac{S_{\triangle OHC}}{S_{\triangle AHC}} = \frac{S}{\frac{9}{2}}$$

$$S = \frac{9}{2} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times \frac{(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})} = \frac{9}{14+11\sqrt{3}}$$

استادبانک
انتخاب آنلاین معلم خصوصی

تهیه شده توسط: استاد رویا کاتوزیان