

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

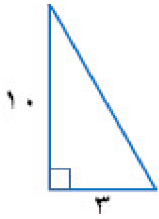
به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.



- ۱- مثلث قائم‌الزاویه مقابل را حول ضلع ۱۰ سانتی‌متر دوران می‌دهیم. (۱ نمره)
الف) نام شکل حاصل چیست؟
ب) حجم آن را حساب کنید.

« پاسخ »

الف) مخروط

ب)

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \rightarrow V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 10 = 30\pi$$

- ۲- حجم و مساحت کره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر را حساب کنید. (۱ نمره)

« پاسخ »

$$S = 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 3^2 = 36\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi \text{ cm}^3$$

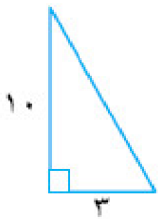
- ۳- حجم و مساحت کره‌ای به شعاع ۴ سانتی‌متر را حساب کنید. (۱ نمره)

« پاسخ »

$$S = 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 4^2 = 4 \times \pi \times 16 \rightarrow S = 64\pi$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3 = \frac{4}{3} \pi \times 64 \rightarrow V = \frac{256}{3}\pi$$

- ۴- الف) مثلث قائم‌الزاویه مقابل را حول ضلع ۱۰ سانتی‌متری دوران می‌دهیم. حجم مخروط حاصل از این دوران را پیدا کنید. (۱ نمره)



- ب) از دوران یک نیم‌دایره حول قطر آن چه شکل هندسی به وجود می‌آید؟

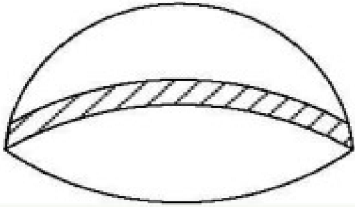
« پاسخ »

$$V = \frac{1}{3}sh \rightarrow V = \frac{\frac{1}{2} \times 3 \times 3 / 14 \times 10}{3} = 94/20$$

الف)

ب) کره

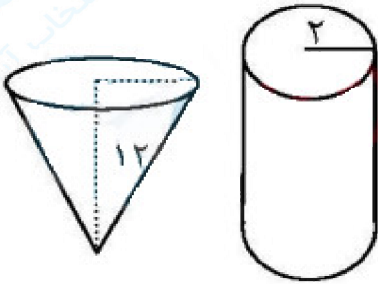
- ۵- مساحت یک کلاه (عرق چین) به شکل رویه نیم کره به شعاع 12 cm را پیدا کنید. ($\pi = 3$)
(نوشتن دستور محاسبه (فرمول) الزامی است.)



« پاسخ »

$$\text{مساحت نیم کره} = 2\pi R^2 = 2 \times 3 \times 12 \times 12 = 864\text{ cm}^2$$

- ۶- ظرفی به شکل مخروط با شعاع دهانه 5 cm و به ارتفاع 12 cm را از آب پر می کنیم و در ظرف استوانه ای شکل، که شعاع قاعده آن 2 cm است، خالی می کنیم، آب تا چه ارتفاعی در استوانه بالا می آید؟ ($\pi = 3$)
(نوشتن دستور محاسبه (فرمول) الزامی است.)

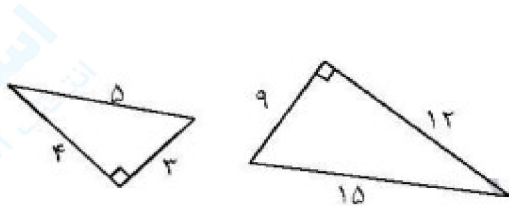


« پاسخ »

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \times 5 \times 5 \times 3 \times 12 = 300\text{ cm}^3$$

$$12h = \text{ارتفاع آب} \times 2 \times 2 \times 3 = \text{حجم آب داخل استوانه}$$

$$300 = 12h \rightarrow h = 25\text{ cm} \rightarrow \text{حجم آب درون استوانه} = \text{حجم مخروط}$$



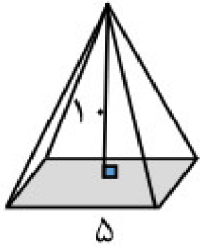
- ۷- جای خالی را با عدد یا کلمه ای مناسب کامل کنید.
الف) نسبت تشابه در دو مثلث مقابل، برابر است.
ب) تعداد وجه های جانبی هرمی با قاعده ی مستطیل، برابر است.

« پاسخ »

الف) $\frac{1}{3}$ یا ۳

ب) ۴

۸- حجم هرمی با قاعده‌ی مربع را به دست آورید که ضلع قاعده‌ی آن ۵ سانتی‌متر باشد و ارتفاع هرم ۱۰ سانتی‌متر باشد. (نوشتن فرمول الزامیست) ①



« پاسخ »

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} (25)(10) = \frac{250}{3} = 83\frac{2}{3}$$

۹- حجم هرم منتظمی را به دست آورید که ارتفاع آن ۱۵ سانتی‌متر و قاعده آن مربعی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر باشد. ①

« پاسخ »

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 10 \times 10 \times 15 = 500 \text{ cm}^3$$

۱۰- هرمی داریم که قاعده‌ی آن مستطیلی به ابعاد ۱۲ و ۷ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۹ سانتی‌متر می‌باشد. حجم هرم را حساب کنید. (نوشتن فرمول حجم هرم الزامی است). ①

« پاسخ »

$$V = \frac{Sh}{3} = \frac{(7 \times 12) \times 9}{3} = 252$$

۱۱- نیم‌دایره‌ای به قطر ۱۲ سانتی‌متر را حول قطر آن دوران می‌دهیم. چه نوع حجمی به دست آمده و حجم آن را حساب کنید.

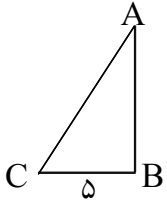
« پاسخ »

کره پدید می‌آید.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (R = 12 \div 2 = 6 \text{ cm} \text{ شعاع})$$

$$V = \frac{4}{3}\pi 6^3 = \frac{4}{3}\pi \times 216 = 288\pi$$

۱۲- از دوران مثلث قائم الزاویه‌ی زیر حول AB ، حجمی مساوی 300 ابعاد شده است. طول ضلع AB را به دست آورید.
($\pi \simeq 3$)



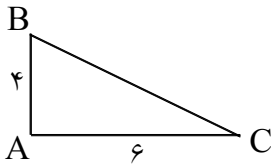
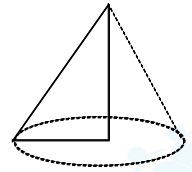
« پاسخ »

شکل حاصل مخروطی است که ضلع AB ارتفاع و BC شعاع قاعده است.

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

$$300 = \frac{1}{3} \times 3 \times 5^2 \times h$$

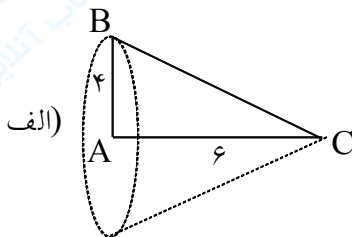
$$h = \frac{300}{25} = 12$$



۱۳- با توجه به شکل به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

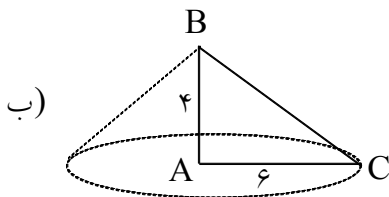
- الف) حجم حاصل از دوران حول ضلع AC چه قدر است؟
ب) حجم حاصل از دوران حول ضلع AB چه قدر است؟
ج) در کدام حالت حجم بیشتر است و چه قدر؟

« پاسخ »



شعاع قاعده = AB ، ارتفاع = AC

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi (6)^2 \times 4 = 48\pi$$



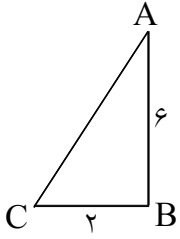
شعاع قاعده = AC ، ارتفاع = AB

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi (4)^2 \times 6 = 32\pi$$

ج) در قسمت دوم که شعاع بیشتر است حجم بیشتر خواهد شد.

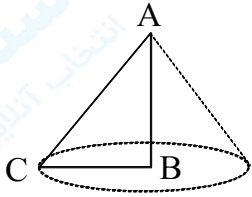
$$48\pi - 32\pi = 16\pi$$

۱۴- مثلث ABC را حول ضلع AB دوران دادیم. حجم حاصل را به دست آورید.



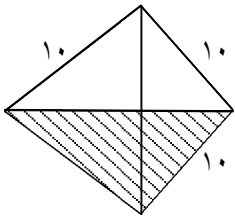
« پاسخ »

شکل حاصل مخروط است شعاع قاعده $BC = 2$, ارتفاع مخروط $AB = 6$



$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi (2)^2 \times 6 = 8\pi$$

۱۵- مساحت جانبی و مساحت کل هرم منتظم زیر را به دست آورید.



« پاسخ »

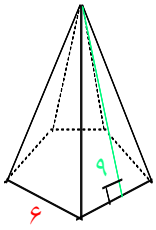
$$S = 4 \quad S$$

کل مثلث متساوی الاضلاع

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3} \times 10^2}{4} = 25\sqrt{3}$$

$$S = 4(25\sqrt{3}) = 100\sqrt{3}$$

$$S = 3S = 3(25\sqrt{3}) = 75\sqrt{3}$$



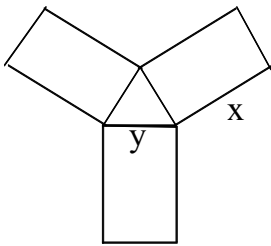
۱۶- با توجه به اندازه‌های روی شکل، مساحت جانبی منشور را حساب کنید. (هرم منتظم است.)

« پاسخ »

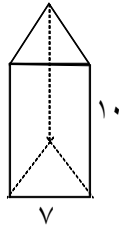
$$S = 5S_{\text{جانبی}}$$

$$S_{\text{مثلث متساوی الساقین}} = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}(6)(9) = 27$$

$$S = 5(27) = 135$$



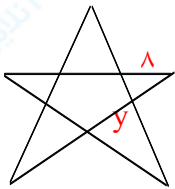
۱۷- گسترده‌ی حجمی رسم شده است. با توجه به شکل اندازه ضلع‌های خواسته شده را بنویسید.



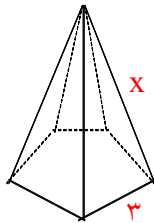
« پاسخ »

$$x = 10$$

$$y = 7$$



۱۸- گسترده‌ی حجمی رسم شده است با توجه به شکل اندازه ضلع‌ها را بنویسید.

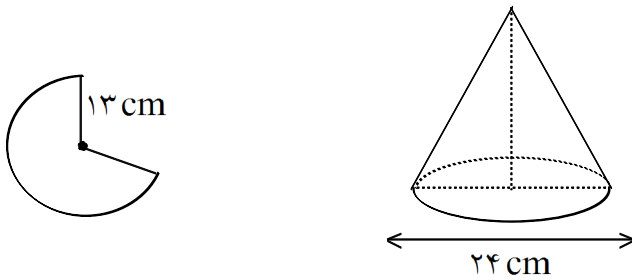


« پاسخ »

$$x = 8$$

$$y = 3$$

۱۹- علی یک دایره مقوایی را به شعاع ۱۳ cm را مانند شکل روبه‌رو برش داد و توسط یک مخروطی با قطر قاعده ۲۴ cm ساخت. حجم مخروط را حساب کنید.



« پاسخ »

چون از دایره قسمتی بریده شده است این تکه را قطاع گویند که شعاع دایره اکنون مانند یال در هرم است مثلثی قائم‌الزاویه در مخروط دیده می‌شود که با نوشتن رابطه فیثاغورس ارتفاع هرم بوجود آمده را پیدا می‌کنیم.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$13^2 = x^2 + 12^2$$

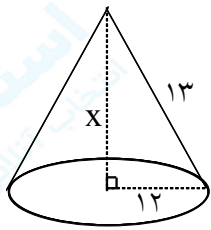
$$169 = x^2 + 144$$

$$x^2 = 169 - 144 = 25$$

$$x = \sqrt{25} = 5 \text{ ارتفاع مخروط}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 5 = 240 \pi$$



۲۰- آب درون استوانه‌ای به شعاع قاعده ۶ و ارتفاع ۱۰ را درون مخروطی به شعاع ۴ ریختیم و هیچ آبی اضافه نیامد (مخروط کاملاً پر شد) ارتفاع مخروط چه قدر بوده است؟ ($\pi \approx 3$)

« پاسخ »

چون آب درون استوانه کاملاً مخروط را پر کرد یعنی حجم هر دو ظرف یکسان است.

$$V_{\text{استوانه}} = V_{\text{مخروط}} \Rightarrow sh = \frac{1}{3} sh \Rightarrow \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi R'^2 h'$$

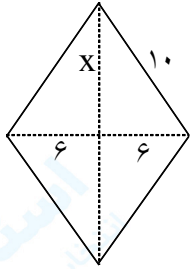
$$\Rightarrow \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r'^2 h' \quad (r', h': \text{شعاع قاعده و ارتفاع مخروط})$$

$$3 \times 6 \times 6 \times 10 = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times h \Rightarrow h = \frac{1080}{16} = 67.5$$

۲۱- قاعده یک هرم، لوزی به ضلع ۱۰ cm که اندازه قطر کوچک آن ۱۲ cm و ارتفاع هرم نیز ۱۳ cm است. حجم این هرم را حساب کنید.

« پاسخ »

ابتدا قاعده هرم را رسم کرده و از رابطه فیثاغورس اندازه قطر بزرگ لوزی را به دست می‌آوریم.



$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \\ 10^2 &= 6^2 + x^2 \\ 100 &= 36 + x^2 \\ x^2 &= 100 - 36 = 64 \\ x &= \sqrt{64} = 8 \end{aligned}$$

$$\text{قطر بزرگ} = 2(8) = 16$$

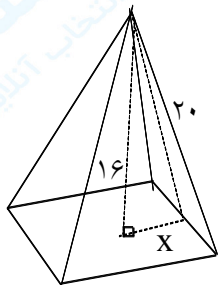
$$V = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}ab\right)h$$

$$V = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} \times 12 \times 16\right) \times 13 = 416$$

۲۲- قاعده هرم منتظمی، مربع است. اگر ارتفاع هرم ۱۶ سانتی‌متر و ارتفاع وجه جانبی ۲۰ cm باشد حجم هرم را حساب کنید.

« پاسخ »

برای به دست آوردن ضلع قاعده هرم، مثلث قائم‌الزاویه به وجود آمده را رابطه فیثاغورس می‌نویسیم و نصف ضلع قاعده به دست آمده را ۲ برابر می‌کنیم تا ضلع قاعده هرم را بیابیم و بعد از آن حجم هرم را.



$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \\ 20^2 &= 16^2 + x^2 \\ 400 &= 256 + x^2 \\ x^2 &= 400 - 256 = 144 \end{aligned}$$

$$x = \sqrt{144} = 12$$

$$\text{ضلع مربع} = 2(12) = 24$$

$$V = \frac{1}{3}a^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \times 24^2 \times 16$$

$$V = 3072$$

۲۳- حجم مخروطی را حساب کنید که مساحت قاعده‌ی آن $۱۲/۵۶$ سانتی‌متر مربع و ارتفاع آن ۳ برابر شعاع قاعده‌اش می‌باشد.

« پاسخ »

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

$$s = \pi R^2$$

$$۱۲/۵۶ = ۳/۱۴ R^2$$

$$R^2 = \frac{۱۲/۵۶}{۳/۱۴} = ۴$$

$$R = \sqrt{۴} = ۲$$

$$h = ۳R$$

$$h = ۳(۲) = ۶ \text{ ارتفاع}$$

$$V = \frac{1}{3} \times ۱۲/۵۶ \times \frac{۶}{۳} = ۲۵/۱۲$$

۲۴- حجم کره‌ای به شعاع ۶ cm ، چند برابر حجم مخروطی به شعاع قاعده ۶ cm و ارتفاع ۴ cm است؟

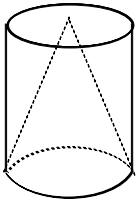
« پاسخ »

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times ۶^3 = ۲۸۸\pi$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \times ۶^2 \times ۴ = ۴۸\pi$$

$$۲۸۸\pi \div ۴۸\pi = ۶$$

۲۵- در شکل مقابل اگر قطر دهانه مخروط ۸ cm و ارتفاع نیز ۹ cm باشد حجم فضای خالی چه قدر است؟



« پاسخ »

(شعاع $۴ = ۸ \div ۲$)

$$V = Sh = \pi R^2 h = \pi \times 4^2 \times 9 = 144\pi$$

استوانه

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi (4)^2 \times 9 = 48\pi$$

مخروط

$$V = 144\pi - 48\pi = 96\pi$$

اختلاف

۲۶- ارتفاع مخروطی ۶ cm و حجم آن $۱۰۰/۴۸$ سانتی متر مکعب می باشد. اندازه شعاع قاعده این مخروط را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

$$۱۰۰/۴۸ = \frac{1}{3} \times ۳/۱۴ \times R^2 \times ۶$$

$$R^2 = \frac{۱۰۰/۴۸}{۶/۲۸} = ۱۶ \Rightarrow R = \sqrt{۱۶} = ۴$$

۲۷- حجم هرمی که قاعده آن مربع به محیط ۲۴ cm و ارتفاع هرم $\frac{3}{4}$ ضلع قاعده باشد را حساب کنید.

« پاسخ »

$$P = 4a$$

مربع
 $24 = 4a$

$$a = \frac{24}{4} = 6 \text{ ضلع مربع}$$

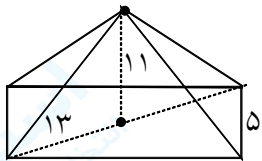
$$h = \frac{3}{4} \times a = \frac{3}{4} \times 6 = \frac{9}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot Sh = \frac{1}{3} a^2 h = \frac{1}{3} (6)^2 \times \frac{9}{2} = 54 \text{ cm}^3$$

۲۸- حجم هرمی که قاعده آن مستطیل به قطر ۱۳ و عرض ۵ سانتی متر بوده و ارتفاع هرم نیز ۱۱ سانتی متر است را حساب کنید.

« پاسخ »

ابتدا طول مستطیل را از قانون فیثاغورس به دست می آوریم.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$13^2 = x^2 + 5^2$$

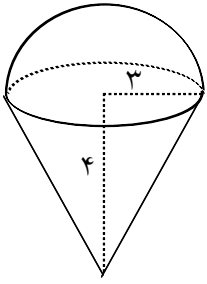
$$169 = x^2 + 25$$

$$x^2 = 169 - 25 = 144$$

$$x = \sqrt{144} = 12 \text{ طول}$$

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} abh = \frac{1}{3} \times 12 \times 11 \times 5 = 220$$

۲۹- حجم شکل زیر را به دست آورید.



« پاسخ »

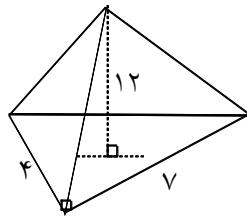
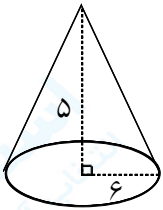
شکل ترکیبی از نیم کره و مخروط است.

$$V_{\text{نیم کره}} = \frac{2}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 3^3 = 18\pi$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$$

$$V_{\text{کل}} = 18\pi + 12\pi = 30\pi$$

۳۰- حجم شکل های زیر را به دست آورید.



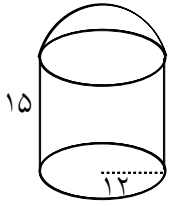
« پاسخ »

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 5 = 60\pi$$

$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}ab\right) \cdot h = \frac{1}{3} \times \left(\frac{4 \times 7}{2}\right) \times 12 = 56$$

۳۱- حجم و مساحت کل شکل زیر را به دست آورید.



« پاسخ »

$$S = 2\pi R^2 = 2\pi(12)^2 = 288\pi$$

نیم کره

$$S = S \text{ قاعده} + S \text{ جانبی} = ph + \pi R^2 = (2 \times 12 \times \pi) + (12 \times 12 \times \pi) = 24\pi + 144\pi = 168\pi$$

استوانه

$$S = 288\pi + 168\pi = 456\pi$$

کل شکل

$$V = sh = 12 \times 12 \times 15 \times \pi = 2160\pi$$

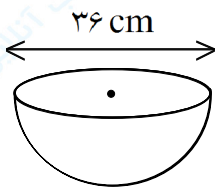
استوانه

$$V = \frac{2}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi(12)^3 = \frac{2}{3} \times \pi \times 1728 = 1152\pi$$

نیم کره

$$V_{\text{کل}} = 2160\pi + 1152\pi = 3312\pi$$

۳۲- علی یک توپ پلاستیکی را با یک برش به دو قسمت مساوی تقسیم کرد. در هر نیمه از این توپ چند سانتی متر مکعب آب جای می گیرد؟



« پاسخ »

$$R = 36 \div 2 = 18$$

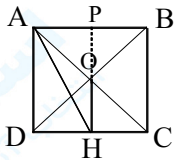
$$V = \frac{2}{3}\pi R^3 \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\pi(18)^3\right) \div 2 = \left(\frac{2}{3}\pi \times 5832\right) \div 2 = 1296\pi \div 2 = 648\pi$$

حجم نیم کره

۳۳- اگر AB و AC و AD سه یال یک چهاروجهی منتظم باشند ثابت کنید در صورتی که M و N وسط یال‌های AB و CD باشد آنگاه MN هم بر AB و هم بر CD عمود است.

« پاسخ »

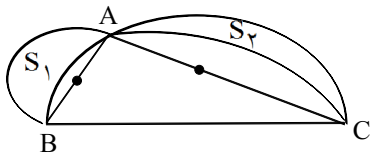
اگر AB و CD دو یال مقابل چهاروجهی منتظم باشند و M و N وسط‌های آن دو باشند آنگاه مثلث MDC متساوی‌الساقین است. پس میانه MN ارتفاع نیز است. از طرفی مثلث ABN نیز متساوی‌الساقین بوده پس میانه MN ارتفاع است. بنابراین MN هم بر AB و هم بر CD عمود است.



۳۴- در مربع $ABCD$ به ضلع a پاره‌خط OH بر DC عمود شده است. مساحت مثلث AOH را بر حسب a بدست آورید.

« پاسخ »

اگر ضلع مربع را a در نظر بگیریم آنگاه OH برابر نصف a خواهد بود. اگر OH را امتداد دهیم تا ضلع AB را در P قطع کند داریم:

$$S_{AOH} = \frac{1}{2} AP \cdot OH \Rightarrow S_{AOH} = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}$$


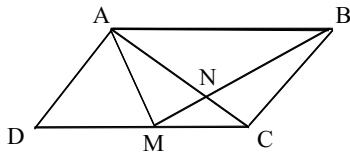
۳۵- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$) نیم‌دایره‌هایی به قطر اضلاع مثلث رسم می‌کنیم. (مطابق شکل) ثابت کنید: (هلالین بقراط) $S_{ABC} = S_1 + S_2$

« پاسخ »

با توجه به شکل مجموع S_1 و S_2 برابر است با مجموع مساحت نیم‌دایره به قطر AB و نیم‌دایره به قطر AC و مساحت مثلث ABC منهای مساحت مثلث ABC داریم:

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} AB \cdot AC - \frac{1}{2}\pi \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$S_1 + S_2 = \frac{1}{2} AB \cdot AC \Rightarrow S_1 + S_2 = S_{ABC}$$



۳۶- در متوازی‌الاضلاع ABCD نقطه‌ی M وسط DC و N نقطه‌ی تلاقی قطر AC با BM است. مساحت مثلث AMN را بر حسب مساحت متوازی‌الاضلاع فوق پیدا کنید.

« پاسخ »

AM را امتداد داده تا امتداد BC را در نقطه‌ی E قطع کند. نشان دهید دو مثلث ADM و MCE مساویند و نتیجه بگیرید اولاً نقطه‌ی N محل برخورد میانه‌های مثلث ABE است و ثانیاً مساحت مثلث ABE و مساحت متوازی

$$\left. \begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABE} \\ S_{AMN} &= \frac{1}{6} S_{ABE} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{AMN} = \frac{1}{6} S_{ABCD}$$

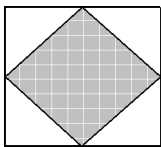
الاضلاع ABCD برابرند.

۳۷- مساحت مربعی که طول قطر آن $8\sqrt{2}$ است را پیدا کنید.

« پاسخ »

مساحت هر مربع نصف قطر آن می‌باشد.

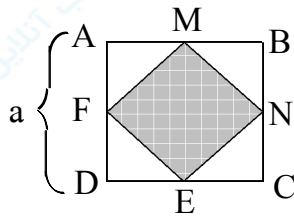
$$S = \frac{1}{2} (8\sqrt{2})^2 \Rightarrow S = 64$$



۳۸- از به هم وصل کردن وسطهای ضلع‌های مربعی، یک مربع دیگر ایجاد شده است. نسبت مساحت مربع کوچک‌تر به مساحت مربع بزرگ‌تر چقدر است؟

« پاسخ »

اقطار مربع MNEF برابر اضلاع مربع ABCD می‌باشد.

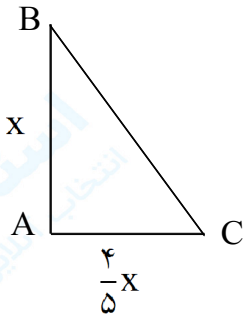


$$\frac{S_{MNEF}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} a^2}{a^2} = \frac{1}{2}$$

۳۹- طول یکی از ضلع‌های زاویه قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای $\frac{4}{5}$ دیگری است. مساحت مثلث ۳۲۰ سانتی‌متر مربع است. طول اضلاع زاویه قائمه را بیابید.

« پاسخ »

فرض کنیم $AB = x$ و $AC = \frac{4}{5}x$ باشند داریم:



$$S = \frac{1}{2} AB \times AC$$

$$320 = \frac{1}{2} (x) \left(\frac{4}{5}x\right)$$

$$x^2 = 800$$

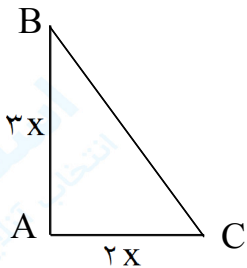
$$x = 20\sqrt{2}$$

پس $AB = 20\sqrt{2} \text{ cm}$ و $AC = 16\sqrt{2} \text{ cm}$ می‌باشند.

۴۰- نسبت طول ضلع‌های زاویه قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۲ به ۳ است. اگر مساحت مثلث ۲۷ باشد، طول وتر آن چقدر است؟

« پاسخ »

فرض کنیم $AC = 2x$ و $AB = 3x$ باشند داریم:



$$S = \frac{1}{2} AB \times AC$$

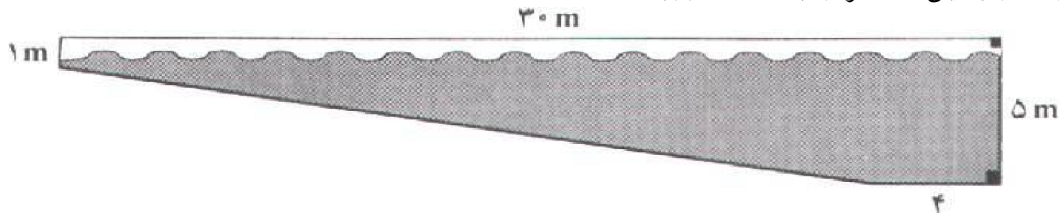
$$27 = \frac{1}{2} (2x)(3x)$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

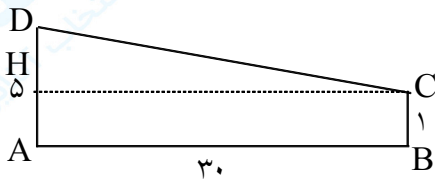
$$\begin{cases} AB = 9, AC = 6 \\ BC^2 = AB^2 + AC^2 \\ BC^2 = 9^2 + 6^2 = 117 \\ BC = \sqrt{117} \end{cases}$$

۴۱- طول یک استخر شنا ۳۰ متر و گودی آن در قسمت کم عمق یک متر است. عمق استخر تا ۵ متر زیاد می شود. مساحت دیوار کناری این استخر را به دست آورید.



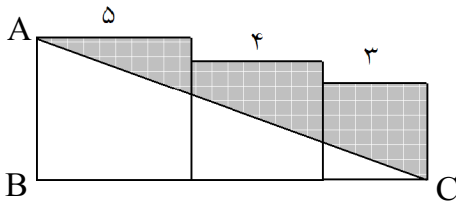
« پاسخ »

شکل دیواره استخر به صورت مقابل است اگر ارتفاع CH را رسم کنیم $AH = BC = 1$ و $DH = 4$ و $CH = 30$ خواهد بود.



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} CH (BC + AD) = \frac{1}{2} (30)(1 + 5) = 90$$

۴۲- در شکل زیر، سه مربع به ضلع های ۵، ۳، و ۴ در کنار یکدیگر قرار گرفته اند. مساحت ناحیه ی سایه زده چقدر است؟



« پاسخ »

برای محاسبه ی مساحت قسمت هاشور خورده کفیسست مساحت های سه مربع را منهای مساحت مثلث $\triangle ABC$ کنیم.

$$\text{مجموع مساحت مربعها} = 5^2 + 4^2 + 3^2 = 50$$

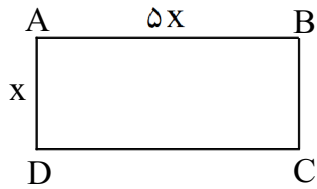
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} (5)(12) = 30$$

$$\text{مساحت قسمت هاشور خورده} = 50 - 30 = 20$$

۴۳- مساحت مستطیلی ۱۴۴۰ سانتی متر مربع و طول آن ۵ برابر عرض آن است. طول و عرض مستطیل را حساب کنید.

« پاسخ »

اگر عرض مستطیل x باشد آنگاه طول آن مساوی $5x$ خواهد بود

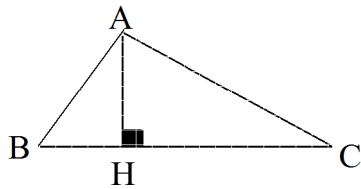


$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= 1440 \\ 5x \cdot x &= 1440 \\ x^2 &= 288 \\ x &= 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

بنابراین عرض مستطیل $12\sqrt{2}$ cm و طول مستطیل $60\sqrt{2}$ cm می باشد.

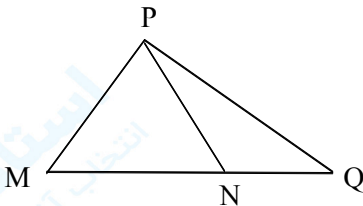
۴۴- اگر ارتفاع مثلثی ۱۲ و مساحت آن ۳۶ باشد، قاعده‌ی آن را حساب کنید.

« پاسخ »



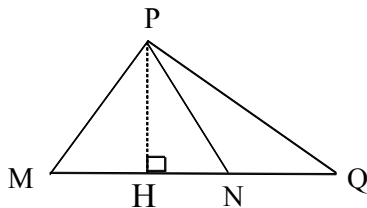
$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} AH \times BC \\ 36 &= \frac{1}{2} (12) BC \\ BC &= 6 \end{aligned}$$

۴۵- در مثلث PQM، نقطه‌ی N وسط ضلع QM است. نشان دهید مساحت‌های دو مثلث PMN و PNQ برابرند.



« پاسخ »

ارتفاع PH، ارتفاع هر دو مثلث $\triangle PMN$ و $\triangle PNQ$ می باشد.



$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle PMN} &= \frac{1}{2} PH \times MN \\ S_{\triangle PNQ} &= \frac{1}{2} PH \times NQ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{MN = NQ} S_{\triangle PMN} = S_{\triangle PNQ}$$

۴۶- کره‌ای به قطر ۲۰ سانتی‌متر درون مکعبی محاط شده است. حجم فضای بین کره و مکعب چه قدر است؟

« پاسخ »

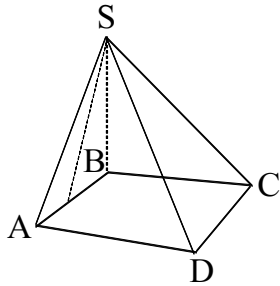
$$V = a^3 = 20^3 = 8000 \text{ حجم مکعب}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (R = 20 \div 2 = 10 \text{ cm}) \quad V = \frac{4}{3} \times \frac{3}{14} \times 10^3 = 4186 \text{ حجم کره}$$

$$V = 8000 - 4186 = 3814 \text{ حجم بین کره و مکعب}$$

اختلاف

۴۷- شکل روبه‌رو شبیه به چادرهای مسافرتی است. اگر قاعده به مربعی به ضلع ۱۰m و ارتفاع هریک از وجوه جانبی ۳m باشد مساحت پارچه مصرفی برای وجود جانبی چادر را حساب کنید.



« پاسخ »

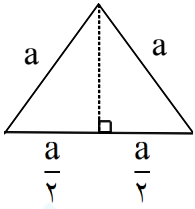
$$AB = 10 \text{ m}, h = 3 \text{ m} \quad S_{S \Delta_{AB}} = \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} (10) (3) = 15$$

$$S_{\text{جانبی}} = 4S = 4(15) = 60$$

۴۸- مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a را به دست آورید.

« پاسخ »

در مثلث متساوی الاضلاع ارتفاع هم نیم‌ساز، هم عمود و هم میانه است پس از رابطه فیثاغورس ارتفاع مثلث را به دست می‌آوریم.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$a^2 = h^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

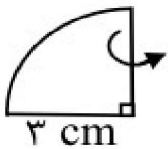
$$\text{مثلث } S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

۴۹- مساحت کره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر را به دست آورید. (نوشتن فرمول مساحت کره الزامی است) ①

« پاسخ »

مساحت کره: $4\pi R^2$

$$\text{مساحت کره} = 4\pi \times 5^2 = 100\pi \text{ Cm}^2$$



۵۰- ربع دایره‌ی مقابل را حول شعاع ۳ سانتی‌متر، دوران داده‌ایم: $\frac{1}{5}$

الف) نام شکل حاصل را بنویسید.

ب) حجم آن را به دست آورید. (نوشتن فرمول الزامیست)

« پاسخ »

الف) نیم کره

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 113.04$$

$$\text{ب) } \frac{1}{5}V = \frac{1}{5}(113.04) = 22.608$$