

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

۱- تقسیم کنید. (۱ نمره)

$$2x^3 + 15x^2 + 28x \mid x^2 + 4x$$

« پاسخ »

$$\begin{array}{r} \cancel{2x^3} + 15x^2 + 28x \mid x^2 + 4x \\ - \cancel{2x^3} + 8x^2 \\ \hline 7x^2 + 28x \\ - \cancel{7x^2} + \cancel{28x} \\ \hline 0 \end{array}$$

۲- حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (۱/۵ نمره)

$$\frac{1 - a^4}{a^2 + 1} \times \frac{a - 2}{a^2 - a - 2} =$$

« پاسخ »

$$\frac{(1 - a^2)(1 + a^2)}{a^2 + 1} \times \frac{a - 2}{(a + 1)(a - 2)} = \frac{\cancel{(1 + a)}(1 - a)\cancel{(1 + a^2)}}{\cancel{(1 + a^2)}} \times \frac{\cancel{(a - 2)}}{\cancel{(a + 1)}\cancel{(a - 2)}} = 1 - a$$

۳- تقسیم زیر را انجام دهید. (۱/۵ نمره)

$$x^3 - 8x + 2 \mid x - 1$$

« پاسخ »

$$\begin{array}{r} \cancel{x^3} - 8x + 2 \\ - \cancel{x^3} - x^2 \\ \hline x^2 - 8x + 2 \\ - \cancel{x^2} - x \\ \hline -7x + 2 \\ - + 2 \\ \hline -7x + 4 \\ - + 2 \\ \hline -5 \end{array}$$

۴- حاصل عبارت مقابل را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (۱ نمره)

$$\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} =$$

« پاسخ »

$$\frac{x^2 - y^2}{x-y} = \frac{(x-y)(x+y)}{x-y} = x+y$$

۵- الف) عبارت زیر به ازای چه مقداری از m تعریف نشده است؟ (۱/۵)

$$\frac{3m+2}{m-3}$$

ب) عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف) $\frac{3xy + y^2}{6x + 2y} =$

ب) $\frac{35x^2}{7xy} \div \frac{4x}{2y^2} =$

« پاسخ »

الف)

$$m-3=0 \rightarrow m=3$$

ب)

الف) $\frac{3xy + y^2}{6x + 2y} = \frac{y(3x + y)}{2(3x + y)} = \frac{y}{2}$

ب) $\frac{35x^2}{7xy} \div \frac{4x}{2y^2} = \frac{35x^2}{7xy} \times \frac{2y^2}{4x} = \frac{5y}{2}$

۶- حاصل عبارت گویا را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (مخرج تمام کسرها مخالف صفر می‌باشد.)

$$\frac{2x+7}{x-2} + \frac{2x-3}{2-x} =$$

« پاسخ »

$$\frac{2x+7}{x-2} + \frac{2x-3}{2-x} = \frac{2x+7}{x-2} - \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2x+7-2x+3}{x-2} = \frac{10}{x-2}$$

نوشتن مخرج مشترک مناسب و جمع صحیح کسرها ۰/۲۵ نمره

ساده کردن و پاسخ نهایی ۰/۲۵ نمره

۷- حاصل عبارت گویا را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (مخرج تمام کسرها مخالف صفر می‌باشد.)

$$\frac{a+5}{2a} \times \frac{a^2}{a^2-25} =$$

« پاسخ »

$$\frac{a+5}{2a} \times \frac{a^2}{a^2-25} = \frac{a+5}{2a} \times \frac{a^2}{(a+5)(a-5)} = \frac{a}{2(a-5)}$$

ساده کردن و پاسخ صحیح ۰/۵ نمره

تجزیه صحیح مخرج ۰/۲۵ نمره

۸- اگر مساحت مستطیلی $x^2 - 25$ و طول آن $\frac{x^2 - x - 20}{x + 4}$ باشد، عرض مستطیل را بر حسب x به دست آورید.

« پاسخ »

$$(x-5)(x+5) \times \frac{(x+4)}{(x-5)(x+4)} = (x+5)$$

۹- عبارت مقابل به ازای چه مقداری از x تعریف نشده است؟

$$\frac{8x-9}{x-7}$$

« پاسخ »

$$x-7=0 \rightarrow x=7$$

۱۰- تقسیم زیر را انجام دهید. ①

$$3x + x^2 + 4 \quad | \quad x + 2$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x + 4 \quad | \quad x + 2 \\ \underline{x^2 + 2x} \quad | \quad x + 1 \\ x + 4 \quad | \\ \underline{x + 2} \quad | \\ 2 \quad | \end{array}$$

۱۱- حاصل عبارت زیر را به دست آورید. (۰/۷۵)

$$\frac{x}{x-y} - 1 =$$

« پاسخ »

$$\frac{x - x + y}{x - y} = \frac{y}{x - y}$$

۱۲- کسر زیر را گویا کنید. (۰/۵)

$$\frac{5}{\sqrt[3]{Z^2}} =$$

« پاسخ »

$$\frac{5}{\sqrt[3]{Z^2}} \times \frac{\sqrt[3]{Z}}{\sqrt[3]{Z}} = \frac{5\sqrt[3]{Z}}{Z}$$

۱۳- حاصل عبارت مقابل را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید. (مخرج مخالف صفر فرض شده) (۱)

$$\frac{(x+2)}{(x^2+5x+6)} \times \frac{(x+3)}{(x+4)} =$$

« پاسخ »

$$\frac{(x+2)}{(x^2+5x+6)} \times \frac{(x+3)}{(x+4)} = \frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x+3)(x+4)} = \frac{1}{(x+4)}$$

یا

$$\frac{(x^2+5x+6)}{(x^2+5x+6)(x+4)} = \frac{1}{(x+4)}$$

۱۴- تقسیم مقابل را انجام دهید و باقی مانده را مشخص کنید. ①

$$6x^2 + 7x - 24 \quad | \quad 2x - 3$$

« پاسخ »

$$6x^2 + 7x - 24 \quad | \quad 2x - 3$$

$$-6x^2 \pm 9x \quad 3x + 8$$

$$16x - 24$$

$$+16x \pm 24$$

.

۱۵- خارج قسمت و باقی مانده تقسیم زیر را به دست آورید.

$$(5x^3 + 4x^2 + x - 1) \div (x - 1)$$

« پاسخ »

$$\begin{array}{r} 5x^3 + 4x^2 + x - 1 \\ -5x^3 + 5x^2 \\ \hline 9x^2 + x - 1 \\ -9x^2 + 9x \\ \hline 10x - 1 \\ -10x + 10 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} x-1 \\ \hline 5x^2 + 9x + 10 \\ \textcircled{1} \end{array}$$

①/۵

۱۶- حاصل عبارت زیر را ساده کنید.

$$\frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 5x + 6} \times \frac{x^2 - 4}{15x^2}$$

« پاسخ »

$$\frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 5x + 6} \times \frac{x^2 - 4}{15x^2} = \frac{3x(x-3)}{(x-2)(x-3)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{15x^2} = \frac{x+2}{5x}$$

①/۵
①/۲۵
①/۲۵

مجموعه سوالات استادبانک

۱۷- خارج قسمت و باقی مانده تقسیم زیر را به دست آورید.

$$(6x^2 - x + 3) \div (2x - 1)$$

« پاسخ »

$$\begin{array}{r|l} 6x^2 - x + 3 & 2x - 1 \\ -6x^2 + 3x & 3x + 1 \\ \hline 2x + 3 & \textcircled{0/5} \\ -2x + 1 & \\ \hline 4 & \textcircled{0/25} \end{array}$$

۱۸- خارج قسمت و باقی مانده تقسیم را به دست آورید.

$$(3x^2 - 2x + 1) \div (x - 1)$$

« پاسخ »

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 - 2x + 1 & x - 1 \\ -3x^2 + 3x & 3x + 1 \\ \hline -x + 1 & \textcircled{0/75} \\ -x + 1 & \\ \hline 0 & \textcircled{0/5} \end{array}$$

۱۹- تقسیم زیر را به دست آورید.

$$x^3 + x^2 - 2 \quad | \quad x - 2$$

« پاسخ »

ابتدا مرتب می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 - 2 \quad | \quad x - 2 \\ \underline{-x^3 + 2x^2} \\ 3x^2 - 2 \\ \underline{-3x^2 + 6x} \\ 6x - 2 \\ \underline{-6x + 12} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^3}{x} &= x^2(x-2) = x^3 - 2x^2 \\ \frac{3x^2}{x} &= 3x(x-2) = 3x^2 - 6x \\ \frac{6x}{x} &= 6(x-2) = 6x - 12 \end{aligned}$$

۲۰- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{a + a + a}{a \times a \times a} = \frac{b + b + b}{b \times b \times b}$$

« پاسخ »

$$\frac{a + a + a}{a \times a \times a} = \left(\frac{3a}{a^3} \right) = \frac{3a^2}{a^3} = \frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{b}{a} \right)^2$$

۲۱- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$(2a^3b^2c - 30a^2b^2c^2 + 18ab^4c^2) \div (-6ab^2c)$$

« پاسخ »

$$(2a^3b^2c - 30a^2b^2c^2 + 18ab^4c^2) \div (-6ab^2c) = \frac{2a^3b^2c - 30a^2b^2c^2 + 18ab^4c^2}{-6ab^2c}$$

$$= \frac{\cancel{2}a^{\cancel{3}}b^{\cancel{2}}c}{\cancel{-6}a^{\cancel{1}}b^{\cancel{2}}c} - \frac{\cancel{30}a^{\cancel{2}}b^{\cancel{2}}c^{\cancel{2}}}{\cancel{-6}a^{\cancel{1}}b^{\cancel{2}}c} + \frac{\cancel{18}ab^{\cancel{4}}c^{\cancel{2}}}{\cancel{-6}a^{\cancel{1}}b^{\cancel{2}}c} = \frac{-a^2b}{3} + 5ac^2 - 3b^2c$$

۲۲- اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$x + \frac{1}{x} = 3 \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین را به توان ۲}} \left(x + \frac{1}{x} = 3\right)^2 \Rightarrow x^2 + 2x\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2} = 9$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

۲۳- مساحت مستطیلی $\frac{x^2 + 7x + 12}{x - 3}$ شده است. اگر عرض آن $\frac{x + 4}{x^2 - 9}$ باشد طول آن را بنویسید.

« پاسخ »

$$S = ab \Rightarrow \frac{x^2 + 7x + 12}{x - 3} \div \frac{x + 4}{x^2 - 9} = \frac{(x + 3)(x + 4)}{x - 3} \div \frac{x + 4}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$= \frac{(x + 3)(x + 4)}{x - 3} \times \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 4)} = (x + 3)^2$$

مجموعه سوالات استادبانک

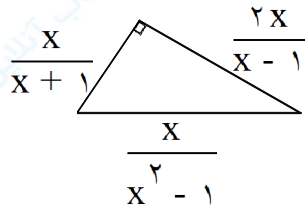
۲۴- اگر $\frac{ax^2 + ax}{6x} \div \frac{x^2 - 2x - 3}{2x - 6} = 3$ باشد مقدار a را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\frac{ax^2 + ax}{6x} \div \frac{x^2 - 2x - 3}{2x - 6} = 3 \Rightarrow \frac{ax(x+1)}{6x} \div \frac{(x-3)(x+1)}{2(x-3)} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{ax \cancel{(x+1)}}{3 \cancel{x}} \times \frac{2 \cancel{(x-3)}}{(x-3) \cancel{(x+1)}} = 3 \Rightarrow \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{1} = 3 \Rightarrow a = 6$$

۲۵- محیط و مساحت شکل زیر را به دست آورید.



« پاسخ »

$$P = \frac{x(x-1)}{x+1(x-1)} + \frac{2x(x+1)}{x-1(x+1)} + \frac{x}{x^2-1} = \frac{x^2 - \cancel{x} + 2x^2 + 2x + \cancel{x}}{(x-1)(x+1)} = \frac{3x^2 + 2x}{(x-1)(x+1)}$$

مثلاً

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2x}{x-1}\right) \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right) = \frac{x^2}{(x-1)(x+1)}$$

مثلاً

۲۶- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{\frac{b}{a+b} + \frac{a}{a-b}}{\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}} =$$

« پاسخ »

محاسبه صورت: $\frac{b}{a+b} + \frac{a}{a-b} = \frac{\overbrace{b(a-b)} + \overbrace{a(a+b)}}{(a+b)(a-b)} = \frac{ab - b^2 + a^2 + ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{2ab + a^2 - b^2}{(a-b)(a+b)}$

محاسبه مخرج: $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} = \frac{\overbrace{a(a-b)} + \overbrace{b(a+b)}}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2 - ab + ab + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 + b^2}{(a-b)(a+b)}$

کسر اصلی: $\left(\frac{\frac{a^2 - b^2 + 2ab}{(a+b)(a-b)}}{\frac{a^2 + b^2}{(a+b)(a-b)}} \right) = \frac{(a^2 - b^2 + 2ab)(\cancel{a-b})(\cancel{a+b})}{(\cancel{a+b})(\cancel{a-b})(a^2 + b^2)} = \frac{a^2 - b^2 + 2ab}{a^2 + b^2}$

۲۷- عبارت گویایی بیابند که اگر با $\frac{a^2}{1-a}$ جمع شود حاصل آن برابر $\frac{1}{1-a}$ شود.

« پاسخ »

به دلیل جمع شدن یک عبارت با عبارت $\frac{a^2}{1-a}$ ، و حاصل $\frac{1}{1-a}$ ، باید از عمل تفریق استفاده کنیم.

$$\frac{1}{1-a} - \frac{a^2}{1-a} = \frac{1-a^2}{1-a} = \frac{\cancel{(1-a)}(1+a)}{\cancel{1-a}} = 1+a$$

۲۸- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{2}{x^2 + x - 6} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} =$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} \frac{2}{x^2 + x - 6} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} &= \frac{\overbrace{2(x-1)}}{(x+3)(x-2)(x-1)} - \frac{\overbrace{1(x+3)}}{(x-1)(x-2)(x+3)} \\ &= \frac{\overset{\times}{2x} - \overset{\times}{2} - \overset{\times}{x} - \overset{\times}{3}}{(x-1)(x-2)(x+3)} = \frac{x-5}{(x-1)(x-2)(x+3)} \end{aligned}$$

۲۹- حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{2a - 4b}{(a + b)^2} \div \frac{6b - 3a}{3b + 3a} =$

ب) $\frac{a^2 - 9}{a^2 + 7a + 12} \div \frac{a^2 + 8a + 16}{2a + 8} =$

« پاسخ »

الف) $\frac{2a - 4b}{(a + b)^2} \div \frac{6b - 3a}{3b + 3a} = \frac{2(a - 2b)}{(a + b)^2} \div \frac{-3(-2b + a)}{3(b + a)} = \frac{2(a - 2b)}{(a + b)^2} \times \frac{3(a + b)}{-3(a - 2b)} = \frac{2}{-(a + b)}$

ب) $\frac{a^2 - 9}{a^2 + 7a + 12} \div \frac{a^2 + 8a + 16}{2a + 8} = \frac{(a - 3)(a + 3)}{(a + 3)(a + 4)} \div \frac{(a + 4)^2}{2(a + 4)}$
 $= \frac{(a - 3)(a + 3)}{(a + 3)(a + 4)} \times \frac{2(a + 4)}{(a + 4)^2} = \frac{2(a - 3)}{(a + 4)^2}$

۳۰- تساوی‌های زیر را کامل کنید.

الف) $\frac{x}{x + 7} = \frac{\square}{3(x + 7)}$

ب) $\frac{x + 4}{x - 1} = \frac{x^2 + 4x}{\square}$

ج) $\frac{x + 2}{x^2 + 4x + 4} = \frac{x^2 - 4}{\square}$

« پاسخ »

الف) $\frac{x \times 3}{(x + 7) \times 3} = \frac{3x}{3(x + 7)}$

ب) $\frac{(x + 4)}{(x - 1)} = \frac{x^2 + 4x}{\square} = \frac{x(x + 4)}{x^2 - x}$

ج) $\frac{x + 2}{x^2 + 4x + 4} = \frac{x^2 - 4}{\square} \Rightarrow \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x + 2)^2(x - 2)} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x + 2)^2(x - 2)}$

۳۱- در عبارتهای زیر به ازای چه مقادیری تعریف نشده هستند؟

الف) $\frac{x}{x-1}$ ب) $\frac{x^5 + \sqrt{2}}{4x^2 - 36}$ ج) $\frac{x}{x^2 + 1}$

« پاسخ »

مخرج نباید صفر باشد پس مساوی صفر قرار داده و جوابها قابل قبول نخواهد بود.

الف) $x - 1 = 0$

$x = 1$

ب) $4x^2 - 36 = 0$

$4x^2 = 36$

$x^2 = \frac{36}{4} = 9$

$x = \pm 3$

ج) $x^2 + 1 = 0$

$x^2 = -1$ جواب ندارد

پس هیچ عددی نیست که این عبارت را تعریف نشده کند.

$\frac{3\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + 3$

۳۲- حاصل عبارت را به دست آورده و مخرج کسر را گویا کنید:

« پاسخ »

$$\frac{3\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + 3 = \frac{3\sqrt{x} + 3(2 - \sqrt{x})}{2 - \sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x} + 6 - 3\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} = \frac{6}{2 - \sqrt{x}}$$

گویا کردن

$$\frac{6}{2 - \sqrt{x}} \times \frac{2 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} = \frac{6(2 + \sqrt{x})}{2^2 - (\sqrt{x})^2} = \frac{12 + 6\sqrt{x}}{4 - x}$$

۳۳- قرینه‌ی معکوس عبارت $3 + \frac{3}{x-1}$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$3 + \frac{3}{x-1} = \frac{3(x-1) + 3}{x-1} = \frac{3x - 3 + 3}{x-1} = \frac{3x}{x-1}$$

قرینه و معکوس

$$\rightarrow -\frac{x-1}{3x} = \frac{1-x}{3x}$$

۳۴- حاصل را به دست آورید.

$$A = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

« پاسخ »

مخرج هر یک از کسرها را گویا می کنیم:

$$A = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}} \times \frac{\sqrt{100} - \sqrt{99}}{\sqrt{100} - \sqrt{99}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100} - \sqrt{99}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} - \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100} - \sqrt{99}}$$

$$\Rightarrow A = -1 + \sqrt{100} = -1 + 10 = 9$$

۳۵- مقدار k را چنان تعیین کنید که باقی مانده ی $x^3 - 2x^2 - x + k$ بر $x - 1$ برابر ۵ باشد. (تقسیم را انجام دهید)

« پاسخ »

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - x + k & x - 1 \\ \hline x^3 - x^2 & \\ \hline -x^2 - x + k & \\ -x^2 + x & \\ \hline -2x + k & \\ -2x + 2 & \\ \hline k - 2 & \end{array}$$

باقی مانده $\rightarrow k - 2$

$$باقی مانده = 5 \Rightarrow k - 2 = 5 \Rightarrow k = 7$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}}$$

۳۶- مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

« پاسخ »

$$\frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}} \times \frac{\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}}{\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}}{\sqrt[3]{2-1}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}}{\sqrt[3]{1}} = \sqrt[3]{\sqrt{2}+1}$$

۳۷- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}\right) \left(\frac{1}{x} - x\right)$$

« پاسخ »

$$= \frac{(1+x)^2 - (1-x)^2}{(1-x)(1+x)} \cdot \frac{1-x^2}{x} = \frac{\cancel{1+x} + 2x - \cancel{1-x}}{1-x^2} \cdot \frac{1-x^2}{x} = \frac{2x}{x} = 2, \quad (x \neq 0)$$

۳۸- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$A = \left(1 + \frac{2xy}{x^2 + y^2}\right) \times \left(1 - \frac{2xy}{(x+y)^2}\right)$$

« پاسخ »

$$A = \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x^2 + y^2} \times \frac{(x+y)^2 - 2xy}{(x+y)^2} = \frac{(x+y)^2}{x^2 + y^2} \times \frac{x^2 + y^2}{(x+y)^2} = 1$$

۳۹- عبارت گویای $A = \frac{2}{x^2 - 9}$ داده شده است.

اگر $A + B = \frac{x+7}{2x^2 - 18}$ باشد B را به دست آورید و ساده کنید.

« پاسخ »

$$B = \frac{x+7}{2x^2 - 18} - \frac{2}{x^2 - 9} = \frac{x+6}{2(x-3)(x+3)} - \frac{2}{(x-3)(x+3)} = \frac{x+6-4}{2(x-3)(x+3)} = \frac{x+2}{2(x-3)(x+3)} = \frac{1}{2(x-3)}$$

۴۰- مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ را گویا کنید.

« پاسخ »

$$\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2 - 3} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}{2 - 3} = (\sqrt{2} + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$$

۴۱- به ازای چه مقادیری از a چند جمله‌ای $x^{2n+1} + x^{2n} + 2$ بر $x + 1$ بخش پذیر است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

« پاسخ »

یادآوری: $2n$ زوج و $2n + 1$ فرد است.

ریشه‌ی مقسوم علیه $x = -1 \Rightarrow x + 1 = 0$

جای گذاری در مقسوم $\rightarrow a(-1)^{2n+1} + (-1)^{2n} + 2 = -a + 1 + 2 = -a + 3 = 0$ باقی مانده

$-a + 3 = 0 \Rightarrow a = 3$ شرط بخش پذیری

۴۲- تقسیم زیر را انجام دهید و خارج قسمت و باقی مانده را تعیین کنید.

الف- $(x^6 + 8x^3 + 3x) \div (2x + x^2)$ ب- $(\frac{1}{6}y - \frac{1}{4}) \div (\frac{5}{6}y^3 - \frac{1}{2}y - \frac{1}{4}y^2 - \frac{5}{2})$

« پاسخ »

$$\begin{array}{r} \frac{5}{6}y^3 - \frac{1}{2}y - \frac{1}{4}y^2 - \frac{5}{2} \Big| \frac{1}{6}y - \frac{1}{4} \\ \underline{-(\frac{5}{6}y^3 - \frac{5}{4}y^2)} \\ y^2 - \frac{1}{2}y - \frac{5}{2} \\ \underline{-(y^2 - \frac{6}{4}y)} \\ y - \frac{5}{2} \\ \underline{-(y - \frac{6}{4})} \\ -1 \end{array}$$

(ب) خارج قسمت

$$\begin{array}{r} x^6 + 8x^3 + 3x \Big| x^2 + 2x \rightarrow \text{استاندارد شده} \\ \underline{-(x^6 + 2x^5)} \\ -2x^5 + 8x^3 + 3x \\ \underline{-(-2x^5 - 4x^4)} \\ 4x^4 + 8x^3 + 3x \\ \underline{-(4x^4 + 8x^3)} \\ 3x \end{array}$$

(الف) خارج قسمت

باقی مانده $3x$ (درجه، کمتر از ۲)

توجه: تقسیم را تا جایی ادامه می‌دهیم که درجه باقی مانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

$$\frac{3 - 2x}{2x + 3} - \frac{2x + 3}{3 - 2x} + \frac{36}{4x^2 - 9}$$

۴۳- این عبارت را ساده کنید:

« پاسخ »

ابتدا مخرج کسرها را تجزیه و سپس ک.م.م آنها را به عنوان مخرج مشترک در نظر می‌گیریم.

$$\frac{3 - 2x}{2x + 3} - \frac{2x + 3}{3 - 2x} + \frac{36}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{-(3 - 2x)^2 + (2x + 3)^2 + 36}{(2x - 3)(2x + 3)}$$

$$\frac{-9 + 12x - 4x^2 + 12x + 9 + 36}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{+24x + 36}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{12(2x + 3)}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{12}{2x - 3}$$

با شرط $2x \pm 3 \neq 0$

$$(2ax^2 + 5ax^2 - 4ax - 2a + 1) \div (ax - 2)$$

۴۴- تقسیم پارامتری مقابل را انجام دهید (x متغیر اصلی است)

« پاسخ »

$$\begin{array}{r} 2ax^2 + 5ax^2 - 4ax - 2a + 1 \quad | \quad ax - 2 \\ - (2ax^2 - 4ax) \\ \hline 5ax^2 - 2a + 1 \\ - (5ax^2 - 10a) \\ \hline 8a + 1 \end{array}$$

خارج قسمت

باقی مانده $\rightarrow 8a + 1$

۴۵- حاصل تقسیم‌های زیر را بدست آورید:

$$\begin{aligned} & (36x^4zy^2 - 24xz^2y + 18x^3z^2y^2) \div (6xyz) \quad \text{(الف)} \\ & (15a^4b^2 - 20a^5b^3 + 55a^4b^7) \div (5a^3b^2) \quad \text{(ب)} \end{aligned}$$

« پاسخ »

$$\frac{36x^4zy^2}{6xyz} - \frac{24xz^2y}{6xyz} + \frac{18x^3z^2y^2}{6xyz} = 6x^3y - 4z + 3x^2yz$$

(الف)

$$\frac{15a^4b^2}{5a^3b^2} - \frac{20a^5b^3}{5a^3b^2} + \frac{55a^4b^7}{5a^3b^2} = 3a^{4-3} - 4a^{5-3} \cdot b^{3-2} + 11a^{4-3} \cdot b^{7-2} = 3a - 4a^2b + 11ab^5$$

(ب)

$$(2x^2 - 7 + x^4) \div (x^2 + 3)$$

۴۶- تقسیم را انجام داده و خارج قسمت و باقی‌مانده را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$\begin{array}{r} x^4 + 2x^2 - 7 \quad | \quad x^2 + 3 \\ - (x^4 + 3x^2) \\ \hline -x^2 - 7 \\ - (-x^2 - 3) \\ \hline -4 \end{array}$$

خارج قسمت $x^2 - 1$

باقی مانده -4

دقت کنید که قبل از شروع تقسیم حتماً چندجمله‌ای‌های مقسوم و مقسوم‌علیه را به صورت استاندارد (توان‌های نزولی) بنویسید.

مجموعه سوالات استادبانک

۴۷- اگر $A = \frac{5}{3x - 12}$ و $B = \frac{x}{x^2 + x - 20}$ باشند.

الف) دامنه‌ی A و B را تعیین کنید.

ب) مجموع $A + B$ را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

« پاسخ »

الف) $A = \frac{5}{3x - 12} \Rightarrow 3x - 12 \neq 0 \Rightarrow x \neq 4 \Rightarrow D_A = R - \{4\}$

$B = \frac{x}{x^2 + x - 20} \Rightarrow x^2 + x - 20 \neq 0 \Rightarrow (x + 5)(x - 4) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -5 \\ x \neq 4 \end{cases} \Rightarrow D_B = R - \{-5 \text{ و } 4\}$

ب) $A + B = \frac{5}{3x - 12} + \frac{x}{x^2 + x - 20} = \frac{5}{3(x - 4)} + \frac{x}{(x + 5)(x - 4)} = \frac{5(x + 5) + 3x}{3(x + 5)(x - 4)} = \frac{5x + 25 + 3x}{3(x + 5)(x - 4)} = \frac{8x + 25}{3(x + 5)(x - 4)}$

$\frac{2y^3 + 3y - 6}{y - 1}$

۴۸- تقسیم زیر را انجام دهید و خارج قسمت و باقی‌مانده را تعیین کنید.

« پاسخ »

$\begin{array}{r} 2y^3 + 3y - 6 \quad y - 1 \\ \underline{-(2y^3 - 2y^2)} \quad \text{خارج قسمت} \\ 2y^2 + 3y - 6 \\ \underline{-(2y^2 - 2y)} \\ 5y - 6 \\ \underline{-(5y - 5)} \\ -1 \end{array}$	$\begin{aligned} 2y^3 \div y &= 2y^2 \\ 2y^2(y - 1) &= 2y^3 - 2y^2 \\ 2y^2 \div y &= 2y \\ 2y(y - 1) &= 2y^2 - 2y \\ 5y \div y &= 5 \\ 5(y - 1) &= 5y - 5 \end{aligned}$
--	--

باقی مانده -۱

۴۹- اگر $A = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1}$ و $B = \frac{x + 3}{x^2 - 1}$ باشد:

الف) دامنه‌ی A را بدست آورید.
ب) حاصل کسر $\frac{A}{B}$ را به ساده ترین صورت بنویسید.

« پاسخ »

الف) $A = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1}$, $x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \Rightarrow D_A = R - \{1\}$

برای بدست آوردن دامنه‌ی A مقادیری را که مخرج کسر را صفر کنند از R حذف می‌کنیم.

ب) $\frac{A}{B} = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1} \div \frac{x + 3}{x^2 - 1} = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1} \times \frac{x^2 - 1}{x + 3} = \frac{(x + 3)(x - 2)}{(x - 1)} \times \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x + 3)}$

$= (x - 2)(x + 1) = x^2 - x - 2$ شرط: $x \neq \pm 1, 1, -3$

۵۰- مقدار m را به گونه‌ای بیابید که عبارت $m^3 x^2 + mx - 2m$ بر $x - 1$ بخش پذیر باشد.

« پاسخ »

ریشه مقسوم علیه یعنی $x - 1$ را می‌یابیم و مقدار مقسوم را به ازای آن محاسبه می‌کنیم.

باقی مانده $m^3(1)^2 + m(1) - 2m = 0$ جای گذاری در مقسوم

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ شرط بخش پذیری $m^3 - m = 0 \Rightarrow m(m - 1)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$

۵۱- حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$\frac{3 - 2x}{2x + 3} - \frac{2x + 3}{3 - 2x} + \frac{36}{4x^2 - 9}$

« پاسخ »

$\frac{3 - 2x}{2x + 3} - \frac{2x + 3}{3 - 2x} + \frac{36}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{(3 - 2x)(2x - 3) + (2x + 3)^2 + 36}{(2x - 3)(2x + 3)}$
 $= \frac{-9 + 12x - 4x^2 + 4x^2 + 12x + 9 + 36}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{24x + 36}{(2x - 3)(2x + 3)}$
 $= \frac{12(2x + 3)}{(2x - 3)(2x + 3)} = \frac{12}{2x - 3}$

۵۲- عبارتهای زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{14a^2b^2}{5xy} \cdot \frac{10x^2y^3}{21a^3b^3}$

ب) $\frac{9cx^3}{16ab} \cdot \frac{2ab^2}{cy} \cdot \frac{4by^2}{3ax^2}$

« پاسخ »

الف) $\frac{14a^2b^2}{5xy} \cdot \frac{10x^2y^3}{21a^3b^3} = \frac{2 \times \cancel{7} \times a^2 \times b^2 \times 2 \times \cancel{5} \times \cancel{x} \times x \times y \times y^3}{\cancel{5} \times \cancel{x} \times y \times 3 \times \cancel{7} \times a^3 \times a \times b^3 \times b} = \frac{4xy^2}{3ab}$

ب) $\frac{9cx^3}{16ab} \cdot \frac{2ab^2}{cy} \cdot \frac{4by^2}{3ax^2} = \frac{\cancel{3} \times 3 \times \cancel{c} \times x^3 \times x \times \cancel{2} \times a \times b^2 \times \cancel{4} \times b \times y \times y^2}{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{4} \times a \times b \times \cancel{c} \times y \times \cancel{3} \times a \times x^2} = \frac{3b^2xy}{2a}$

$$A = \frac{x}{x^3 - 5x^2 + 6x}$$

۵۳- دامنه تعریف عبارت مقابل را به دست آورید.

« پاسخ »

$$x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 5x + 6) = 0 \Rightarrow x(x-2)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 2 \text{ یا } x = 3$$

$$\Rightarrow D_A = \mathbb{R} - \{0 \text{ و } 2 \text{ و } 3\}$$

ریشههای منخرج کسر را از مجموعهی اعداد حقیقی حذف می‌کنیم:

$$A = \frac{x^5(x^2 - 4)}{x^3 - 4x}$$

۵۴- دامنه تعریف عبارت مقابل را به دست آورید و سپس ساده نمایید.

« پاسخ »

برای به دست آوردن دامنه تعریف یک عبارت گویا مقادیری را که منخرج کسر به ازای آنها صفر می‌شود از \mathbb{R} حذف می‌کنیم.

$$\text{منخرج کسر} = x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x(x+2)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -2 \text{ یا } x = 2$$

$$\Rightarrow D_A = \mathbb{R} - \{0 \text{ و } -2 \text{ و } 2\} \Rightarrow A = \frac{x^5(x^2 - 4)}{x^3 - 4x} = \frac{x^5(x^2 - 4)}{x(x^2 - 4)} = x^4$$

۵۵- مخرج کسر مقابل را گویا کنید:

$$\frac{\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$$

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \times \frac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(3 + \sqrt{5})}{3^2 - 5} = \frac{3\sqrt{5} + 5}{4}$$

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

۵۶- مخرج کسر مقابل را گویا کنید (رادیکالها را با معنی فرض کنید).

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{a - b} = \frac{a + b - 2\sqrt{ab}}{a - b}$$

$$\frac{4}{\sqrt{7} - 2}$$

۵۷- مخرج کسر مقابل را گویا کنید (رادیکالها را با معنی فرض کنید).

« پاسخ »

$$\frac{4}{\sqrt{7} - 2} = \frac{4}{\sqrt{7} - 2} \times \frac{\sqrt{7} + 2}{\sqrt{7} + 2} = \frac{4(\sqrt{7} + 2)}{7 - 4} = \frac{4(\sqrt{7} + 2)}{3}$$

$$2x^4 - x^3 - 3x^2 + x - 1 \quad | \quad 2x^2 - x + 1$$

۵۸- تقسیم مقابل را انجام دهید:

« پاسخ »

$$\begin{array}{r} 2x^4 - x^3 - 3x^2 + x - 1 \quad | \quad 2x^2 - x + 1 \\ \underline{-(2x^4 - x^3 + x^2)} \\ -4x^2 + x - 1 \\ \underline{-(-4x^2 + 2x - 2)} \\ -x + 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x^4 \div 2x^2 = x^2 \\ x^2(2x^2 - x + 1) = 2x^4 - x^3 + x^2 \\ -4x^2 \div 2x^2 = -2 \\ -2(2x^2 - x + 1) = -4x^2 + 2x - 2 \end{array}$$

درجه باقیمانده کوچکتر از مقسوم علیه است پس تقسیم خاتمه می یابد.

۵۹- دامنه‌ی عبارت گویای مقابل را تعیین کنید.

$$\frac{n}{n^3 + n} \quad (n \in \mathbb{Z})$$

« پاسخ »

$$n^3 + n = 0 \Rightarrow n(n^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n^2 + 1 = 0 \rightarrow \text{غیر ممکن} \end{cases} \Rightarrow D = \mathbb{Z} - \{0\}$$

$$\frac{-9c^4 d^5}{-45c^3 d^3}$$

۶۰- ساده کنید:

« پاسخ »

$$\frac{-9c^4 d^5}{-45c^3 d^3} = \frac{-9}{-45} \cdot \frac{c^4}{c^3} \cdot \frac{d^5}{d^3} = \frac{1}{5} \cdot c^{4-3} \cdot d^{5-3} = \frac{cd^2}{5}$$