

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

۱- مثلث ABC به ضلع‌های ۵، ۴، ۶ سانتی‌متر با مثلث MNO به ترتیب با ضلع‌های ۱۰، ۱-۳X، ۲+۵Y سانتی‌متر با هم متشابه‌اند. مقدار X و Y پیدا کنید.

« پاسخ »

$$\frac{5}{10} \times \frac{4}{3X-1} = 15X - 5 = 40 = 15X = +5 + 40 = X = \frac{45}{15} = 3$$

$$\frac{5}{10} \times \frac{6}{5Y+2} = 25Y + 10 = 60 = 25Y = -10 + 60 = Y = \frac{50}{25} = 2$$

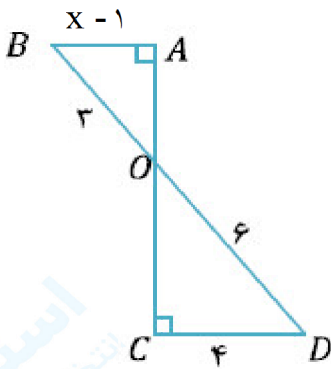
$$\frac{5}{10}, \frac{4}{8}, \frac{6}{12}$$

۲- آیا هر دو لوزی دلخواه متشابه هستند؟ چرا؟ (۰/۷۵ نمره)

« پاسخ »

خیر، زیرا زاویه‌های آنها همواره برابر نیستند.

۳- در شکل مقابل دو مثلث AOB و DOC متشابه هستند. مقدار X را به دست آورید. (۱ نمره)



« پاسخ »

$$\text{نسبت تشابه} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{X-1}{4} \rightarrow 6X - 6 = 12 \rightarrow 6X = 18 \rightarrow X = \frac{18}{6} \rightarrow X = 3$$

۴- الف) آیا هر دو لوزی دلخواه متشابه هستند؟

ب) مقیاس یک نقشه $\frac{1}{1000}$ است. فاصله‌ی دو نقطه روی نقشه $\frac{4}{5}$ سانتی‌متر است. فاصله‌ی این دو نقطه در طبیعت

(اندازه‌ی واقعی) چند سانتی‌متر است؟

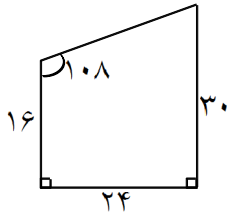
« پاسخ »

الف) خیر $\frac{0}{25}$ نمره

ب) $\frac{0}{5}$ نمره

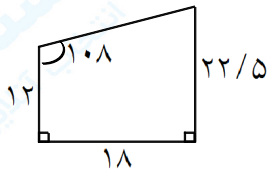
$$\text{متر } 45 = \text{سانتی‌متر } 4500 = \frac{4}{5} \times 1000$$

۵- شکل زیر را با دستگاه تکثیر کوچک کردیم اگر عدد روی دستگاه ۷۵٪ را نشان می‌دهد، تصویر خروجی را شما رسم کنید. آیا تصویر اصلی و تکثیر شده با هم متشابه هستند.



« پاسخ »

بله



$$\frac{75}{100} = \frac{x}{16} \Rightarrow x = \frac{16 \times 75}{100} = 12$$

$$\frac{75}{100} = \frac{y}{24} \Rightarrow y = \frac{24 \times 75}{100} = 18$$

$$\frac{75}{100} = \frac{z}{30} \Rightarrow z = \frac{30 \times 75}{100} = 22/5$$

۶- مثلث ABC به اضلاع ۳، ۴ و ۵ با مثلث DEF به اضلاع $x + 4$ و ۱۲ و $2x + 5$ با هم متشابه هستند. مقدار x را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\frac{3}{x+4} = \frac{4}{12} = \frac{5}{2x+5}$$

$$\frac{3}{x+4} = \frac{4}{12}$$

$$4(x+4) = 3 \times 12$$

$$4x + 16 = 36$$

$$4x = 36 - 16 = 20$$

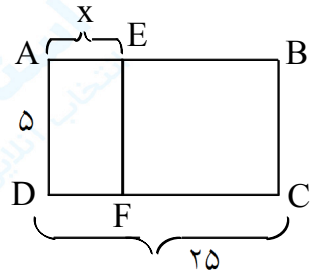
$$x = \frac{20}{4} = 5$$

۷- مقیاس نقشه‌ای $\frac{1}{200000}$ است اگر فاصله دو نقطه روی نقشه ۲۳ سانتی‌متر باشد، فاصله این دو نقطه در طبیعت چه قدر است؟

« پاسخ »

$$\frac{\text{نقشه}}{\text{واقعی}} = \frac{23}{x} \Rightarrow x = 23 \times 200000 = 4600000 \text{ cm}$$

۸- دو مستطیل ABCD و AEFD متشابه‌اند. با توجه به شکل



(۱) طول AE را به دست آورید.

(۲) نسبت محیط این دو شکل را به دست آورید.

(۳) نسبت به مساحت‌های این دو مستطیل چه قدر است؟

« پاسخ »

(۱)

$$\frac{\text{طول } ABCD}{\text{طول } AEFD} = \frac{AB}{EF} \Rightarrow \frac{25}{5} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow \frac{25}{5} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \times 5}{25} = 1$$

(۲)

$$P_{ABCD} = (25 + 5) \times 2 = 60$$

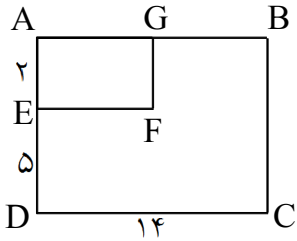
$$P_{(AEFD)} = (5 + 1) \times 2 = 12$$

$$\frac{P}{P} = \frac{60}{12} = 5$$

(۳)

$$S_{ABCD} = 25 \times 5 = 125, S_{AEFD} = 5 \times 1 = 5, \frac{S_{ABCD}}{S_{AEFD}} = \frac{125}{5} = 25$$

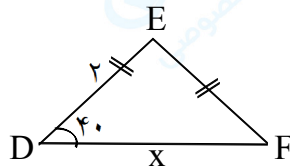
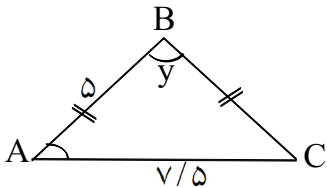
۹- اگر دو مستطیل ABCD و AEFB با یکدیگر متشابه باشند. اندازه ضلع AG در مستطیل کوچک چه قدر است؟



« پاسخ »

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AG}{AB} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{x}{14} \Rightarrow x = \frac{2 \times 14}{5} = \frac{28}{5}$$

۱۰- دو مثلث متساوی الساقین ABC و DEF متشابه هستند. مقدار X و Y را تعیین کنید.



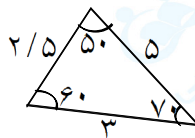
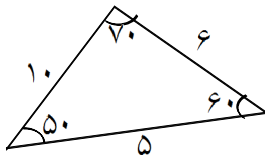
« پاسخ »

$$\hat{D} = 40^\circ \Rightarrow \hat{A} = 40^\circ \Rightarrow y = 180 - (40 + 40) = 100^\circ$$

$$\frac{AB}{ED} = \frac{5}{2} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{7/5}{x} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = 3$$

۱۱- تحقیق کنید که آیا دو مثلث زیر با هم متشابه هستند؟



« پاسخ »

بله زیرا اندازه‌های زاویه‌ها تغییر نکرده و نسبت اضلاع برابر است.

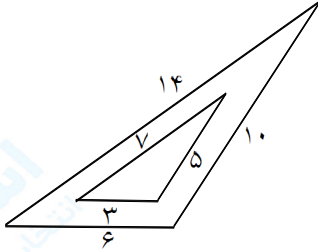
$$\frac{10}{5} = \frac{6}{3} = \frac{5}{2/5} = 2$$

۱۲- آیا دو لوزی همواره متشابه است؟

« پاسخ »

خیر. از نظر نسبت اضلاع همواره متشابه هستند ولی زاویه‌ها همیشه یکسان نیست.

۱۳- در شکل مقابل نسبت مساحت‌ها را بیابید.



« پاسخ »

اضلاع دو مثلث نظیر به نظیر متناسب هستند. $\frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{7}{14}$ در نتیجه دو مثلث متشابه هستند و نسبت تشابه آنها

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ می‌باشد. پس نسبت مساحت‌های آنها } \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ می‌باشد.}$$

۱۴- طول ضلع‌های مثلث ABC ، ۷، ۹ و ۱۴ سانتی‌متر است. مثلث PQR با مثلث ABC متشابه است و طول بزرگترین ضلع آن ۲۱ سانتی‌متر است. محیط مثلث PQR را به دست آورید.

« پاسخ »

در دو مثلث متشابه نسبت محیطها با نسبت اضلاع نظیر برابر است.

$$\frac{\text{محیط } PQR}{\text{محیط } ABC} = \frac{21}{14} \Rightarrow \frac{\text{محیط } PQR}{30} = \frac{21}{14} \Rightarrow \text{محیط } PQR = \frac{30 \times 21}{14} \Rightarrow \text{محیط } PQR = 45$$

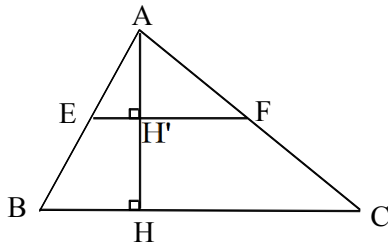
۱۵- مثلث‌های ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند. اگر طول ضلع‌های مثلث ABC ، ۵، ۸ و ۱۱ سانتی‌متر و محیط مثلث $A'B'C'$ برابر ۶۰ سانتی‌متر باشد. طول ضلع‌های مثلث $A'B'C'$ را به دست آورید.

« پاسخ »

در دو مثلث متشابه نسبت اضلاع نظیر با نسبت محیطها برابر است.

اگر a و b و c اضلاع مثلث ABC و a' و b' و c' اضلاع مثلث $A'B'C'$ و P و P' محیطهای آنها باشند داریم:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{p}{p'} \Rightarrow \frac{5}{a'} = \frac{8}{b'} = \frac{11}{c'} = \frac{24}{60} \Rightarrow \begin{cases} a' = \frac{5 \times 60}{24} = 12.5 \\ b' = \frac{8 \times 60}{24} = 20 \\ c' = \frac{11 \times 60}{24} = 27.5 \end{cases}$$



۱۶- در شکل زیر، $EF \parallel BC$. اگر نسبت مساحت‌های مثلث‌های AEF و ABC برابر $\frac{1}{6}$ باشد، نسبت ارتفاع‌های متناظر را به دست آورید.

« پاسخ »

در دو مثلث متشابه نسبت مساحتها با توان دوم نسبت ارتفاعها برابر است.

$$\left. \begin{array}{l} EF \parallel BC \\ AB \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{E} = \hat{B} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AH'}{AH} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} = \left(\frac{AH'}{AH} \right)^2 \Rightarrow \frac{AH'}{AH} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

۱۷- محیطهای دو مثلث متشابه ۲۵ و ۴۵ سانتی‌متری است. اگر مساحت مثلث کوچکتر، ۵۰ سانتی‌متر مربع باشد، مساحت بزرگتر را بیابید.

« پاسخ »

در دو مثلث متشابه نسبت مساحتها برابر توان دوم نسبت تشابه و نسبت محیطها، مساوی نسبت تشابه است. اگر S و S' مساحت‌های دو مثلث و P و P' محیطهای آنها باشد داریم.

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{P}{P'} \right)^2 \Rightarrow \frac{S}{50} = \left(\frac{45}{25} \right)^2 \Rightarrow S = \frac{50 \times 45 \times 45}{25 \times 25} \Rightarrow S = 162$$

۱۸- نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه $\frac{81}{121}$ است. نسبت محیطها را پیدا کنید.

« پاسخ »

در دو مثلث متشابه نسبت مساحتها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. و نسبت محیطها با نسبت تشابه برابر است. اگر S و S' مساحت‌های دو مثلث و P و P' محیطهای دو مثلث باشند داریم:

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{P}{P'} \right)^2 \Rightarrow \frac{81}{121} = \left(\frac{P}{P'} \right)^2 \Rightarrow \frac{P}{P'} = \frac{9}{11}$$

پس نسبت محیطها $\frac{9}{11}$ می‌باشد.

۱۹- در دو مثلث متشابه مساحت یکی ۱۱ برابر دیگری است. اگر طول یک ضلع از مثلث کوچکتر ۷ سانتی متری باشد، طول ضلع متناظر در مثلث بزرگتر را بیابید.

« پاسخ »

در دو مثلث متشابه نسبت مساحتها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. اگر S و S' مساحت‌های دو مثلث a و a' اضلاع نظیر دو مثلث باشند داریم:

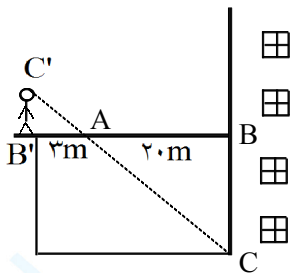
$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 \Rightarrow \frac{11 S'}{S'} = \left(\frac{a}{7}\right)^2 \Rightarrow 11 = \left(\frac{a}{7}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{11} = \frac{a}{7} \Rightarrow a = 7 \sqrt{11}$$

۲۰- اگر ضلع‌های کوچکتر دو مثلث متشابه ۵ و ۶ سانتی متر باشد. نسبت مساحت‌های آنها را به دست آورید.

« پاسخ »

در دو مثلث متشابه نسبت مساحتها با توان دوم نسبت تشابه برابر است.

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{S'} = \frac{36}{25}$$



دو قسمت مختلف یک بیمارستان به وسیله‌ی یک پل هوایی به هم مرتبط شده‌اند. محسن برای پیدا کردن ارتفاع این پل مانند شکل در یک انتهای آن ایستاده و شعاع دید خود را بر رأس زاویه بین سطح زمین و ساختمان قرار داد. به سوال بعدی پاسخ دهید:

۲۱- چرا دو مثلث ABC و $AB'C'$ متشابه‌اند؟

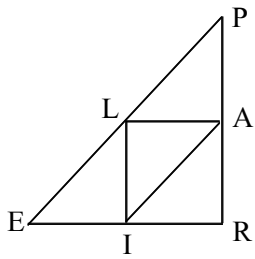
« پاسخ »

زوایای \hat{A}_1 و \hat{A}_2 در دو مثلث متقابل به راسند پس مساویند از طرفی $\hat{B} = \hat{B}' = 90^\circ$ پس دو مثلث دارای دو زاویه مساویند در نتیجه متشابه‌اند.

۲۲- با توجه به اندازه‌های مشخص شده در شکل و طول قد محسن که $\frac{1}{8}$ متر می‌باشد، ارتفاع پل یعنی اندازه‌ی BC را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\triangle ABC \sim \triangle AB'C' \Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \frac{20}{3} = \frac{BC}{\frac{1}{8}} \Rightarrow BC = \frac{20 \times \frac{1}{8}}{3} = 12$$



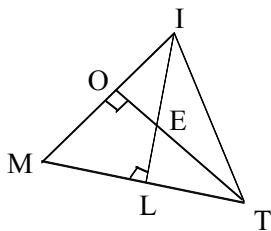
۲۳- در شکل زیر، نقاط A، L و I به ترتیب نقاط وسط ضلع‌های PR، PE و ER هستند. چرا دو مثلث ALI و PRE متشابه‌اند؟ دلیل خود را توضیح دهید؟

« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} \text{PR وسط A} \\ \text{PE وسط L} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{PA}{AR} = \frac{PL}{LE} = 1 \xrightarrow{\text{عکس تالس}} AL \parallel ER$$

$$AL \parallel ER \Rightarrow \frac{PA}{PR} = \frac{AL}{ER} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AL}{ER} \Rightarrow AL = \frac{1}{2} ER$$

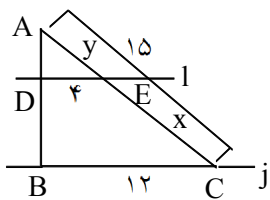
به همین ترتیب ثابت می‌شود: $AI = \frac{1}{2} EP$ و $LI = \frac{1}{2} PR$. پس اضلاع مثلث ALI و اضلاع مثلث PER متناسبند. پس این دو مثلث متشابه هستند.



۲۴- در شکل زیر، IL و TO، ارتفاع‌های مثلث MIT هستند. چرا دو مثلث IOE و ELT متشابه هستند؟

« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \\ \hat{O} = \hat{L} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle IOE \sim \triangle ELT$$



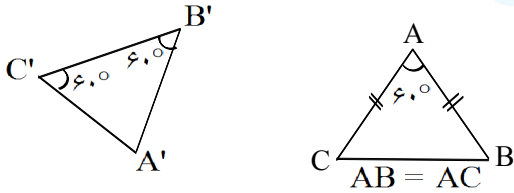
۲۵- در شکل زیر، خط l با خط j موازی است. طول‌های x و y را بیابید.

« پاسخ »

$$L \parallel j \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{y}{15} = \frac{4}{12} \Rightarrow y = 5$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 15 \\ y = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 10$$

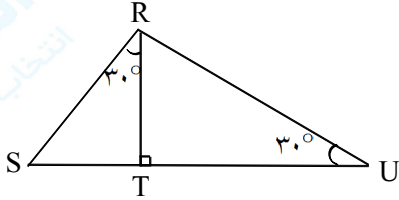
۲۶- آیا دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند؟



« پاسخ »

هر دو مثلث، متساوی الاضلاع هستند و متشابه می‌باشند زیرا زوایای نظیر با هم مساویند.

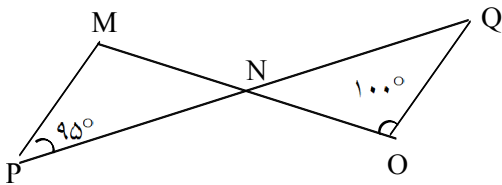
۲۷- آیا دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند؟



« پاسخ »

دو مثلث متشابه هستند زیرا زوایای نظیر در آنها برابرند.

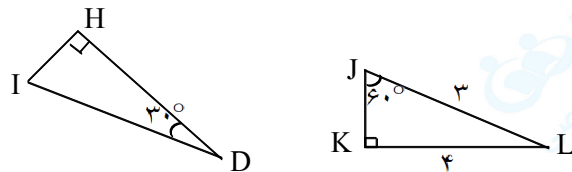
۲۸- آیا دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند؟



« پاسخ »

دو مثلث متشابه نیستند زیرا زوایای نظیر در آنها برابر نیستند.

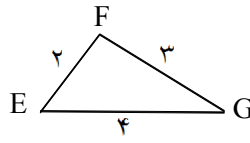
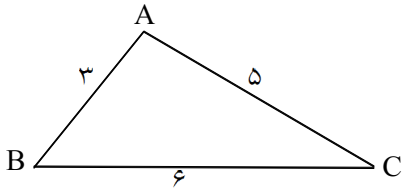
۲۹- آیا دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند؟



« پاسخ »

دو مثلث فوق متشابهند زیرا زوایای دو مثلث نظیر به نظیر مساویند.

۳۰- آیا دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند؟



« پاسخ »

$$\frac{3}{2} \neq \frac{5}{3} \neq \frac{6}{4} \Rightarrow \triangle ABC \not\sim \triangle EFG$$

باید اضلاع نظیر متناسب باشند. پس دو مثلث متشابه نیستند.