

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

۱- مثلث ABC به ضلع‌های ۵، ۴، ۶ سانتی متر با مثلث MNO به ترتیب با ضلع‌های ۱۰، ۱-۳X، ۲+۵Y سانتی متر با هم متشابه‌اند. مقدار X، Y پیدا کنید.

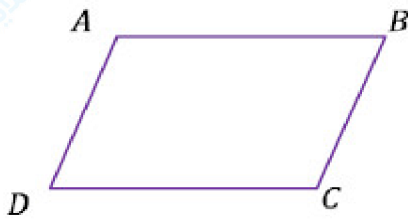
« پاسخ »

$$\frac{5}{10} \times \frac{4}{3X-1} = 15X - 5 = 40 = 15X = +5 + 40 = X = \frac{45}{15} = 3$$

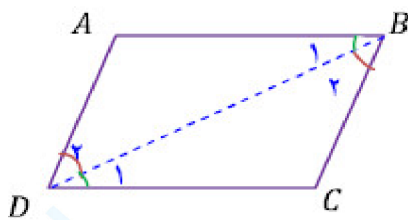
$$\frac{5}{10} \times \frac{6}{5Y+2} = 25Y + 10 = 60 = 25Y = -10 + 60 = Y = \frac{50}{25} = 2$$

$$\frac{5}{10}, \frac{4}{8}, \frac{6}{12}$$

۲- ثابت کنید در هر متوازی‌الاضلاع ضلع‌های مقابل با هم برابرند. (۱/۲۵ نمره)



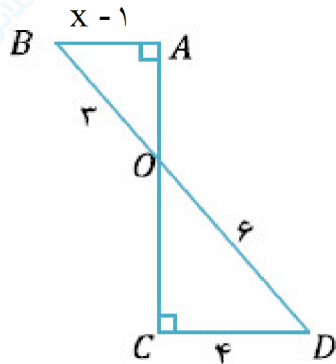
« پاسخ »



$$\left. \begin{array}{l} B_1 = D_1 \\ B_2 = D_2 \\ \text{مشترک } BD = BD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز ض ز}} \Delta ABD \cong \Delta CBD$$

$$\xrightarrow{\text{تساوی اجزا}} \left. \begin{array}{l} AB = DC \\ AD = BC \end{array} \right\}$$

۳- در شکل مقابل دو مثلث AOB و DOC متشابه هستند. مقدار X را به دست آورید. (۱ نمره)



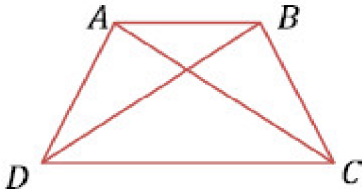
« پاسخ »

$$\text{نسبت تشابه} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{x-1}{4} \rightarrow 6x - 6 = 12 \rightarrow 6x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{6} \rightarrow x = 3$$

مجموعه سوالات استادبانک

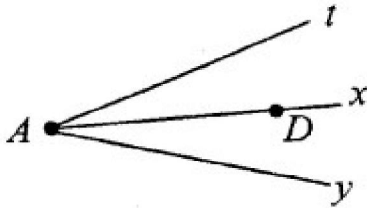
۴- چهارضلعی ABCD دوزنقه متساوی الساقین است. دلیل هم‌نهشتی دو مثلث ACD و BDC را بنویسید. سپس نتیجه بگیرید که دو قطر دوزنقه با هم مساویند. (۱ نمره)



« پاسخ »

$$\begin{cases} AD = BC \\ \hat{D} = \hat{C} \\ DC = DC \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} AC = BD$$

۵- در شکل Ax نیم‌ساز زاویه‌ی tAy می‌باشد. ثابت کنید فاصله‌ی نقطه‌ی D از دو ضلع زاویه‌ی tAy به یک اندازه است.

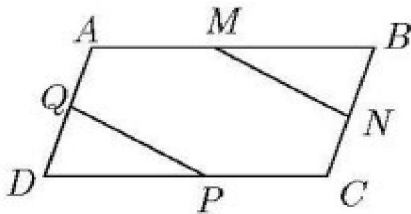


فرض	
حکم	

« پاسخ »

کامل کردن شکل ۰/۲۵ نمره نوشتن فرض و حکم ۰/۵ نمره اثبات و نوشتن نتیجه ۰/۷۵ نمره

۶- در شکل زیر ABCD متوازی‌الاضلاع است و M و N و P و Q وسط‌های اضلاع متوازی‌الاضلاع می‌باشند، ثابت کنید: MN = PQ.

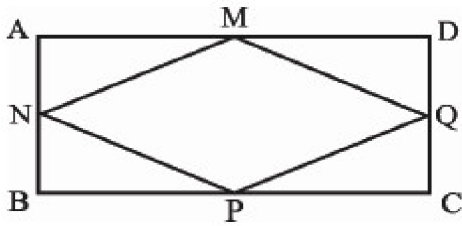


« پاسخ »

$$\begin{cases} MB = DP \\ BN = DQ \rightarrow \triangle MBN \cong \triangle QPD \text{ (ض ز ض)} \\ B = D \end{cases}$$

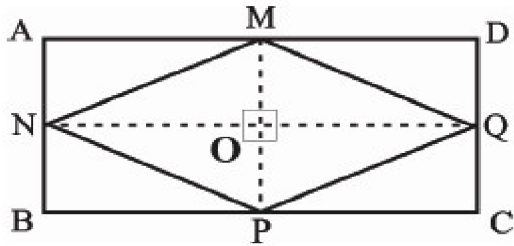
پس سایر اجزا متناظر مساویند. بنابراین MN = PQ

۷- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است و M ، N ، P ، Q وسط های چهارضلع آن هستند. چرا چهارضلعی MNPQ یک لوزی است؟

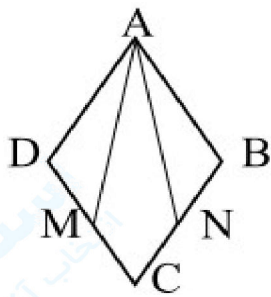


« پاسخ »

NQ و MP را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه‌ی O قطع کنند. این دو پاره‌خط بر هم عمود بوده و یکدیگر را نصف می‌کنند. در واقع این دو پاره‌خط، قطرهای چهارضلعی MNPQ هستند و همان طوری که می‌دانیم، چهارضلعی که اقطار آن بر هم عمود بوده و یکدیگر را نصف کنند، لوزی است. لذا چهارضلعی MNPQ، یک لوزی می‌باشد.

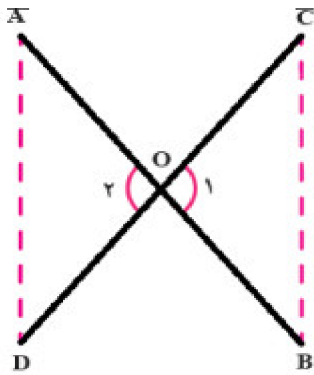


۸- در شکل مقابل ABCD لوزی است و نقطه‌های M, N وسط‌های اضلاع CD, CB هستند. نشان دهید $AN = AM$. (۱/۲۵)



« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} AD = AB \\ DM = NB \\ \hat{D} = \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow ADM \cong ABN \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow AM = AN$$



۹- در اثبات زیر، جاهای خالی را کامل کنید. (۱)
 «دو پاره خط AB و CD یک دیگر را در نقطه O نصف کرده‌اند. نشان دهید:
 «AD = BC»

$$\left. \begin{array}{l} AO = OB \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle COB \Rightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

(.....)

« پاسخ »

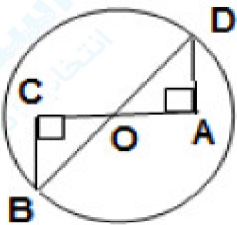
$$\left. \begin{array}{l} AO = OB \\ DO = OC \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle COB \Rightarrow AD = BC$$

۱۰- آیا استدلال زیر درست است؟ پاسخ خود را توضیح دهید. (۰/۵)
 هر مستطیل یک متوازی الاضلاع است
 چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است \Leftrightarrow ABCD مستطیل است.

« پاسخ »

تذکر: (هر مثال نقض درستی، قابل قبول است)
 خیر، نادرست است، زیرا ABCD می‌تواند لوزی باشد و مستطیل نباشد.

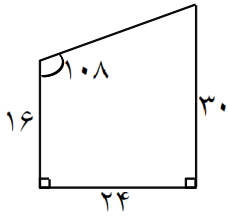
۱۱- دلیل هم‌نهشتی دو مثلث OAD و OBC را بنویسید. (۰/۷۵)



$$\left\{ \begin{array}{l} OB = OD \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (و ز)} \end{array} \right.$$

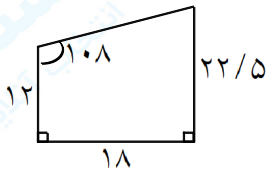
« پاسخ »

۱۲- شکل زیر را با دستگاه تکثیر کوچک کردیم اگر عدد روی دستگاه ۷۵٪ را نشان می‌دهد، تصویر خروجی را شما رسم کنید. آیا تصویر اصلی و تکثیر شده با هم متشابه هستند.



« پاسخ »

بله



$$\frac{75}{100} = \frac{x}{16} \Rightarrow x = \frac{16 \times 75}{100} = 12$$

$$\frac{75}{100} = \frac{y}{24} \Rightarrow y = \frac{24 \times 75}{100} = 18$$

$$\frac{75}{100} = \frac{z}{30} \Rightarrow z = \frac{30 \times 75}{100} = 22/5$$

۱۳- مختصات رئوس هر یک از مثلث‌های ABC و DEF داده شده است.

$$A = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(۱) طول ضلع‌های هر دو مثلث را بنویسید.

(۲) تشابه ۲ مثلث را بررسی کرده و در صورت متشابه بودن، نسبت تشابه آن‌ها را تعیین کنید.

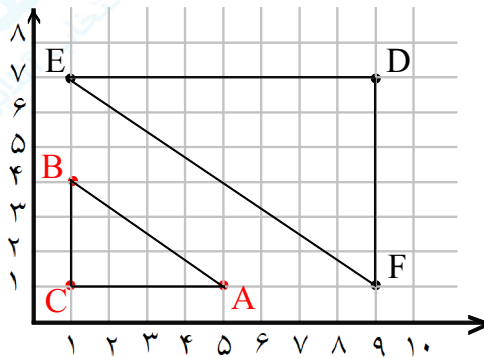
« پاسخ »

۱) $\overline{BC} = 3, \overline{AC} = 4 \Rightarrow \overline{AB} = 5$ (پیتاغورس)

$\overline{DF} = 6, \overline{DE} = 8 \Rightarrow \overline{EF} = 10$

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

(۲) بله متشابه هستند.



۱۴- مثلث ABC به اضلاع ۳، ۴ و ۵ با مثلث DEF به اضلاع $x + 4$ و ۱۲ و $2x + 5$ با هم متشابه هستند. مقدار x را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\frac{3}{x+4} = \frac{4}{12} = \frac{5}{2x+5}$$

$$\frac{3}{x+4} = \frac{4}{12}$$

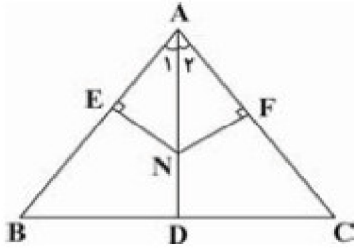
$$4(x+4) = 3 \times 12$$

$$4x + 16 = 36$$

$$4x = 36 - 16 = 20$$

$$x = \frac{20}{4} = 5$$

۱۵- در شکل زیر، AD نیم‌ساز زاویه‌ی A است. چرا دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی ANE و ANF برابرند؟



« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad \text{نیم‌ساز زاویه } \hat{A} \\ AN = AN \quad \text{در هر دو مثلث، مشترک} \\ \hat{E} = \hat{F} = 90^\circ \quad \text{زوایای قائمه} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{ANE} = \hat{ANF} \text{ (به حالت وتر و یک زاویه حاده)}$$

۱۶- مقیاس نقشه‌ای $\frac{1}{200000}$ است اگر فاصله دو نقطه روی نقشه ۲۳ سانتی‌متر باشد، فاصله این دو نقطه در طبیعت چه قدر است؟

« پاسخ »

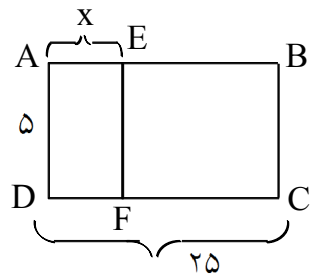
$$\frac{\text{۱ نقشه}}{200000 \text{ واقعی}} = \frac{23}{X} \Rightarrow X = 23 \times 200000 = 4600000 \text{ cm}$$

۱۷- مقیاس نقشه‌ای $\frac{1}{200000}$ است. اگر فاصله دو نقطه در طبیعت ۶۰۰۰۰۰ سانتی‌متر باشد، فاصله این دو نقطه در نقشه چه قدر است؟

« پاسخ »

$$\frac{\text{۱ نقشه}}{200000 \text{ واقعی}} = \frac{X}{600000} \Rightarrow X = \frac{1 \times 600000}{200000} = 3$$

۱۸- دو مستطیل ABCD و AEFD متشابه‌اند. با توجه به شکل



(۱) طول AE را به دست آورید.

(۲) نسبت محیط این دو شکل را به دست آورید.

(۳) نسبت به مساحت‌های این دو مستطیل چه قدر است؟

« پاسخ »

(۱)

$$\frac{\text{طول } ABCD}{\text{طول } AEFD} = \frac{AB}{EF} \Rightarrow \frac{AB}{EF} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow \frac{25}{5} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \times 5}{25} = 1$$

(۲)

$$P_{ABCD} = (25 + 5) \times 2 = 60$$

$$P_{(AEFD)} = (5 + 1) \times 2 = 12$$

$$\frac{P}{P} = \frac{60}{12} = 5$$

(۳)

$$S_{ABCD} = 25 \times 5 = 125, S_{AEFD} = 5 \times 1 = 5, \frac{S_{ABCD}}{S_{AEFD}} = \frac{125}{5} = 25$$

۱۹- دو مربع متشابه هستند و نسبت تشابه به آن‌ها $\frac{2}{3}$ است اگر ضلع یکی از این مربع‌ها ۱۲ باشد ضلع دیگر مربع چه قدر

است؟ این سؤال چند جواب دارد؟

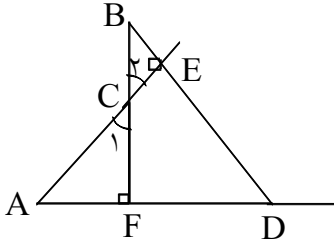
« پاسخ »

۲ جواب دارد.

$$\frac{2 \text{ کوچک}}{3 \text{ بزرگ}} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{3 \times 12}{2} = 18$$

$$\frac{2 \text{ کوچک}}{3 \text{ بزرگ}} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = \frac{2 \times 12}{3} = 8$$

۲۰- مطابق شکل اضلاع ۲ زاویه A و B بر هم عمودند. ثابت کنید که این دو زاویه با هم برابر می‌باشند.

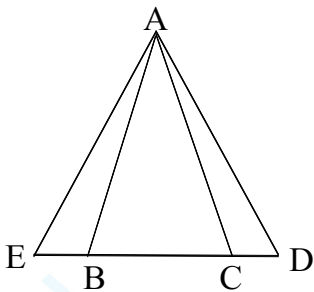


« پاسخ »

$\hat{C}_1 = \hat{C}_2$	$\hat{F} = \hat{E} = 90^\circ$	فرض
$\hat{A} = \hat{B}$		حکم

$$\left. \begin{array}{l} \hat{F} = \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{طبق اصل مجموع زوایای داخلی مثلث } 180^\circ \text{ است} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

۲۱- مثلث ABC متساوی‌الساقین است و $\overline{BE} = \overline{CD}$. ثابت کنید که \overline{AE} و \overline{AD} با هم برابرند.

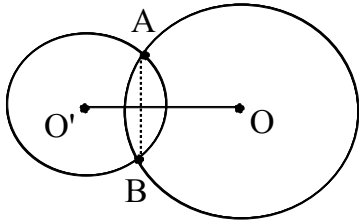


« پاسخ »

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BE} = \overline{CD}$	فرض
$\overline{AD} = \overline{AE}$	حکم

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABE : \overline{AB} = \overline{AC} \text{ ساق مثلث} \\ \triangle ACD : \overline{EB} = \overline{CD} \text{ فرض مسئله} \\ \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \\ \xrightarrow{\text{اجزای متناظر خارجی خارجی}} \overline{AE} = \overline{AD} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض)}} \triangle ABE \cong \triangle ACD$$

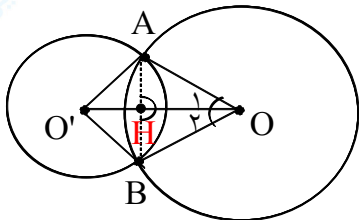
۲۲- در شکل پاره خط OO' مرکز دو دایره را بهم وصل کرده است. ثابت کنید پاره خط OO' عمود منصف پاره خط AB است.



« پاسخ »

$OA = OB, O'A = O'B$	فرض
$OO' \text{ عمود منصف } AB$	حکم

ابتدا هم‌نهشتی دو مثلث $OO'A$ و $OO'B$ را بررسی می‌کنیم.



$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} \text{ شعاع دایره} \\ \overline{O'A} = \overline{O'B} = \text{شعاع دایره} \\ \overline{O'O} = \overline{O'O'} \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \rightarrow$$

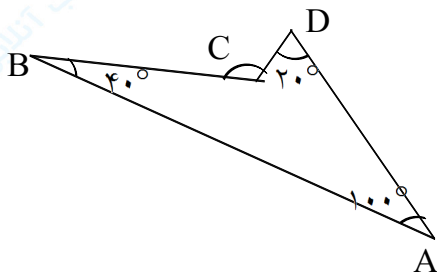
$$\triangle OO'A \cong \triangle OO'B \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

حالا هم‌نهشتی دو مثلث OAH و OHB را بررسی می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OH} = \overline{OH} \text{ ضلع مشترک} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \rightarrow \triangle OAH \cong \triangle OHB \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}}$$

$$\frac{\overline{OB} = \overline{OA}}{\overline{AH} = \overline{HB}}, \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \Rightarrow OO' \text{ عمود منصف } AB$$

۲۳- در شکل مقابل، اندازه زاویه \hat{BCD} چه قدر است؟



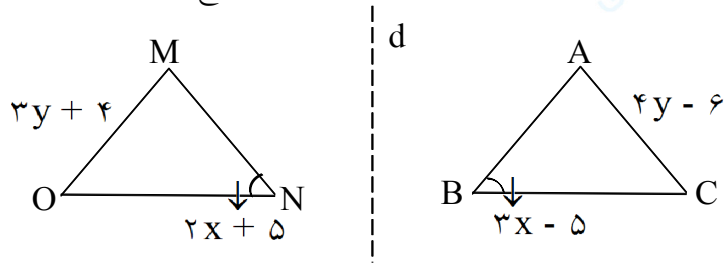
« پاسخ »

می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی ۴ ضلعی $360^\circ = (n - 2) \times 180^\circ$ است.

$$\hat{BCD} \text{ داخلی} = 360 - (40 + 20 + 100) = 200$$

$$\hat{BCD} \text{ داخلی} = 360 - 200 = 160^\circ$$

۲۴- مثلث MNO حاصل تقارن مثلث ABC نسبت به خط d است. مقادیرهای x و y و زاویه M و ضلع AC را بیابید.



« پاسخ »

$\overline{OM} = \overline{BC}, \overline{MN} = \overline{AB}, \overline{ON} = \overline{AC}$	فرض
$\overline{AC} = ?, x = ?, y = ?$	حکم

$$\overline{OM} = \overline{AC}$$

$$3y + 4 = 4y - 6$$

$$3y - 4y = -6 - 4$$

$$-y = -10$$

$$y = \frac{-10}{-1} = +10$$

$$\hat{N} = \hat{B}$$

$$2x + 5 = 3x - 5$$

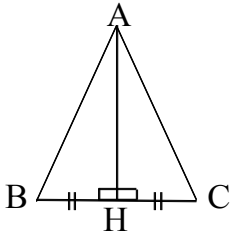
$$2x - 3x = -5 - 5$$

$$-x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-1} = +10$$

$$\overline{AC} = 4y - 6 = 4(10) - 6 = 34$$

۲۵- در مثلث $\triangle ABC$ ، AH عمود منصف پاره خط \overline{AB} است، چرا؟ $\overline{AB} = \overline{AC}$ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



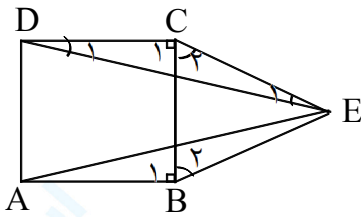
« پاسخ »

$\overline{BH} = \overline{HC}$ ، $H_2 = H_1 = 90^\circ$ فرض	فرض
$\overline{AB} = \overline{AC}$	حکم

$$\left. \begin{array}{l} \text{ضلع مشترک } AH \\ H_1 = H_2 = 90^\circ \\ \text{فرض مسئله } BH = HC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle ABH \cong \triangle AHC \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \overline{AB} = \overline{AC}$$

نتیجه می‌گیریم هر نقطه روی عمود منصف فاصله‌اش تا دو سر پاره خط به یک اندازه است.

۲۶- در شکل مقابل ABCD مربع و مثلث EBC متساوی‌الاضلاع است. دلیل هم‌نهشتی دو مثلث ABE و ECD را بنویسید.



« پاسخ »

$\overline{EC} = \overline{BC} = \overline{EB}$ متساوی‌الاضلاع EBC، $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{BC} = \overline{AD}$ مربع ABCD	فرض
$\triangle ABE \cong \triangle ECD$	حکم

$$\left. \begin{array}{l} \overline{DC} = \overline{AB} \text{ مربع} \\ \overline{CE} = \overline{EB} \text{ متساوی‌الاضلاع} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle ABE \cong \triangle DCE$$

$$\widehat{DCE} = \widehat{ABE}$$

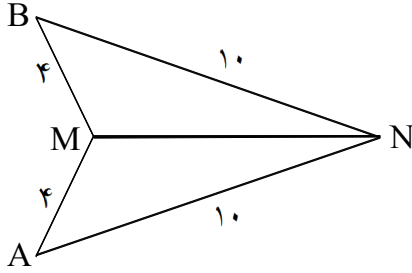
$$\widehat{C}_2 = \widehat{B}_2 = 90^\circ \text{ در مربع}$$

$$\widehat{C}_1 = \widehat{B}_1 = 60^\circ \text{ مثلث متساوی‌الاضلاع}$$

$$\widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 = \widehat{B}_1 + \widehat{B}_2$$

$$\widehat{DCE} = \widehat{ABE}$$

۲۷- چرا دو مثلث AMN و BMN هم‌نهشت‌اند؟

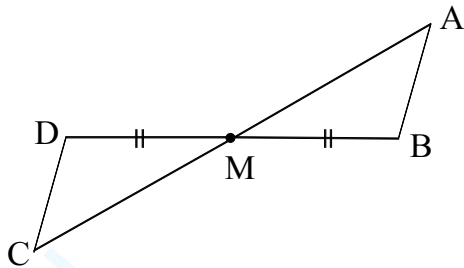


« پاسخ »

$BM = 4, AM = 4, BN = 10, AN = 10$	فرض
$\triangle BMN \cong \triangle AMN$	حکم

$$\left. \begin{array}{l} BM = AM = 4 \text{ cm} \\ BN = AN = 10 \text{ cm} \\ MN = MN \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle AMN \cong \triangle BMN$$

۲۸- در شکل، M وسط پاره خط BD و $AB \parallel CD$. چرا $\hat{A} = \hat{C}$ ؟

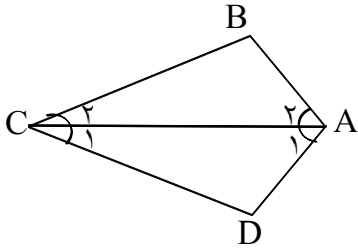


« پاسخ »

$\overline{DM} = \overline{MB} \quad \overline{AB} \parallel \overline{CD}$	فرض
$\hat{A} = \hat{C}$	حکم

$$\left. \begin{array}{l} DM = MB \text{ وسط } M \\ DC \parallel AB \\ DB \text{ مورب} \Rightarrow \hat{D} = \hat{B} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \text{ متقابل به راس} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \triangle ABM \cong \triangle MDC \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \hat{A} = \hat{C}$$

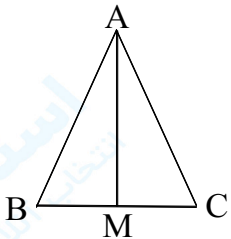
۲۹- در شکل زیر AC نیم‌ساز زاویه‌های \hat{A} و \hat{C} است ثابت کنید $\overline{BC} = \overline{CD}$ و $\overline{AB} = \overline{AD}$



« پاسخ »

$\hat{C}_1 = \hat{C}_2, \hat{A}_1 = \hat{A}_2$	فرض
$\overline{BC} = \overline{CD}, \overline{AB} = \overline{AD}$	حکم
$\overline{CA} = \overline{CA}$ ضلع مشترک $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ نیم‌ساز $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ نیم‌ساز اجزای متناظر	$\xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \triangle ABC \cong \triangle ACD$
$\xrightarrow{\hspace{10em}} \overline{BC} = \overline{CD}, \overline{AB} = \overline{AD}$	

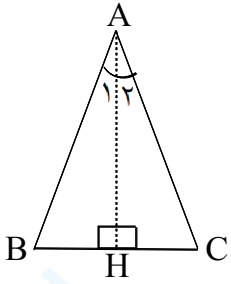
۳۰- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، میانه AM را رسم کرده‌ایم. دو مثلث $\triangle ABM$ و $\triangle ACM$ به چه حالتی هم‌نهشت هستند.



« پاسخ »

$MC = BM, AB = AC$	فرض
$\triangle ABM \cong \triangle AMC$	حکم
$AM = AM$ ضلع مشترک $AB = AC$ ساق مثلث $BM = MC$ وسط M	$\xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle ABM \cong \triangle AMC$

۳۱- در مثلث متساوی الساقین ABC ، ارتفاع AH را رسم کردیم دو مثلث ABH و ACH به چه حالتی هم‌نهشت هستند؟ چرا $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ؟



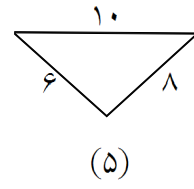
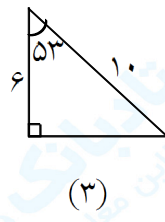
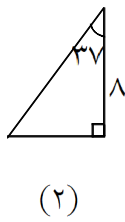
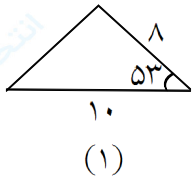
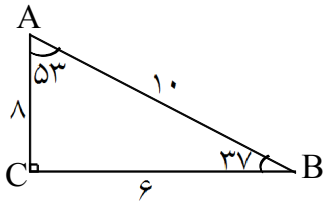
« پاسخ »

$AB = AC$ ساق مثلث	فرض
$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$, $\triangle ABH \cong \triangle ACH$	حکم

$\left. \begin{array}{l} AB = AC \text{ ساق مثلث} \\ AH = AH \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{وتر و یک ضلع} \Rightarrow \triangle ABH \cong \triangle ACH \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$ اجزای متناظر

۳۲- با توجه به اندازه‌های نوشته شده در مثلث ABC ، مشخص کنید کدام یک از مثلث‌های زیر با آن هم‌نهشت است؟

سپس حالت هم‌نهشتی را بنویسید.

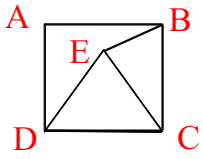


« پاسخ »

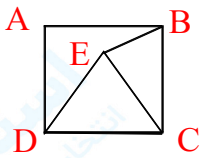
مثلث ۲: هم‌نهشت نیست.
مثلث ۴: هم‌نهشت نیست.

مثلث ۱: (ض ز ض) هم‌نهشت است.
مثلث ۳: هم‌نهشت نیست.
مثلث ۵: (ض ض ض) هم‌نهشت است.

۳۳- چهارضلعی ABCD مربع و CDE مثلث متساوی الاضلاع است. ثابت کنید مثلث BEC متساوی الساقین است. (ابتدا فرض و حکم مسئله را بنویسید.)



« پاسخ »

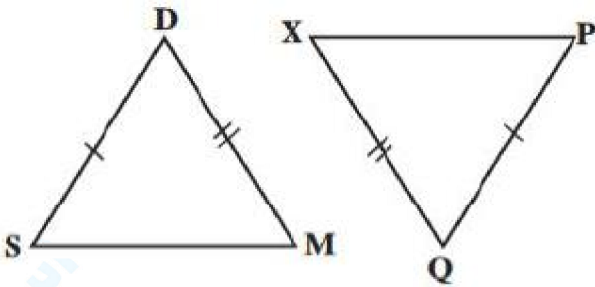


فرض	ABCD مربع (چهار ضلع برابر) و DEC متساوی الاضلاع (ضلع ها برابر)
حکم	BEC مثلث متساوی الساقین یعنی $\overline{CE} = \overline{BC}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مربع } ABCD \Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD} \\ \text{مثلث متساوی الاضلاع } DEC \Rightarrow \overline{DE} = \overline{DC} = \overline{CE} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{DC} = \overline{CE} = \overline{CB} = \overline{AB} = \overline{AD}$$

مثلث CEB متساوی الساقین است $\Rightarrow \overline{CE} = \overline{BC}$

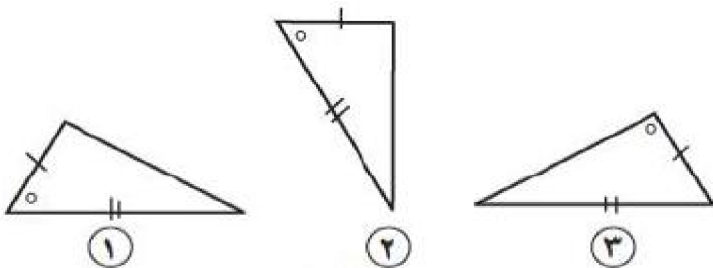
۳۴- با توجه به شکل های زیر، تساوی کدام یک از اجزا، همنهشتی مثلث ها را نتیجه می دهد؟



« پاسخ »

به حالت دو ضلع و زاویه ی بین، همنهشت اند. $\hat{Q} = \hat{D} \rightarrow$
 به حالت سه ضلع، همنهشت اند. $SM = XP \rightarrow$

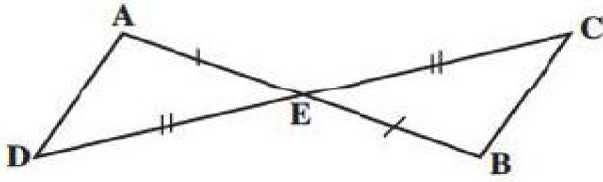
۳۵- مثلث های همنهشت را مشخص کنید و حالت همنهشتی آنها را بیان نمایید.



« پاسخ »

مثلث های ۱ و ۲ به حالت دو ضلع و زاویه ی بین، همنهشت اند.

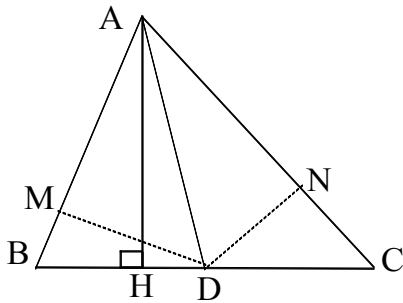
۳۶- ابتدا دلیل همنهشت بودن مثلث‌ها را بگویید، سپس تساوی ضلع‌ها و زاویه‌های متناظر را بنویسید.



« پاسخ »

دو مثلث به حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین برابر با هم، همنهشت‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} AE = BE \\ DE = CE \\ \hat{A}ED = \hat{C}EB \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}ED = \hat{B}EC$$



در مثلث ABC، AH ارتفاع و AD نیمساز است. مساحت مثلث ABD و ACD را به ترتیب با S و S' نشان می‌دهیم. به ۲ سوال بعدی جواب دهید.

۳۷- با در نظر گرفتن BD و DC به عنوان قاعده‌های این مثلث‌ها نسبت $\frac{S}{S'}$ را به دست آورید.

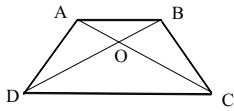
« پاسخ »

$$\frac{S}{S'} = \frac{\frac{BD \times AH}{2} \quad (0/25)}{\frac{DC \times AH}{2} \quad (0/25)} = \frac{BD}{DC} \quad (0/25)$$

۳۸- از D عمودهایی بر اضلاع AB و AC رسم کنید و پای آنها را M و N بنامید. DM و DN چه رابطه‌ای با هم دارند؟

« پاسخ »

با هم برابرند (0/25). نقطه‌ی D روی نیمساز زاویه‌ی A قرار دارد، پس فاصله‌ی آن از دو ضلع زاویه به یک اندازه است. (0/25)



۳۹- اگر ABCD ذوزنقه باشد و مساحت مثلث‌های AOB و ODC و OBC به ترتیب S_1 و S_2 و S_3 باشند ثابت کنید:
 $S_3^2 = S_1 \times S_2$

« پاسخ »

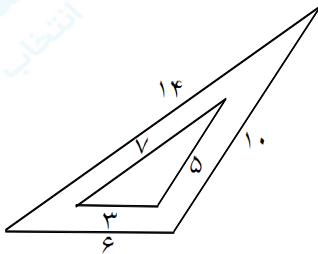
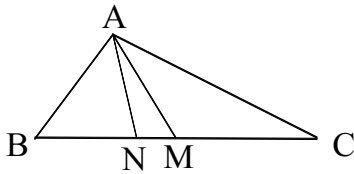
در دو مثلث که دارای ارتفاع‌های مساوی هستند نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌های نظیر می‌باشد در این مسئله دو مثلث AOB و BOC و همچنین دو مثلث BOC و DOC دارای ارتفاع‌های مساوی هستند. داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_1}{S_3} &= \frac{AO}{OC} \\ \frac{S_3}{S_2} &= \frac{OB}{OD} \\ \frac{AO}{OC} &= \frac{OB}{OD} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{S_1}{S_3} = \frac{S_3}{S_2} \Rightarrow S_3^2 = S_1 \times S_2$$

۴۰- زوایای مثلث ABC در نامساوی $\hat{B} < \hat{C} < \hat{A}$ صدق می‌کنند روی ضلع BC نقاط M و N را طوری اختیار می‌کنیم که $BAN = C$ و $CAM = B$ باشد. ثابت کنید مثلث MAN متساوی‌الساقین است.

« پاسخ »

دو مثلث ABN و AMC متشابه هستند. چون با توجه به فرض دارای دو زاویه مساوی هستند پس زاویه سوم آنها یعنی زوایای ANB و AMC مساویند پس مکمل آنها یعنی زوایای AMN و ANM مساویند در نتیجه مثلث AMN متساوی‌الساقین است.

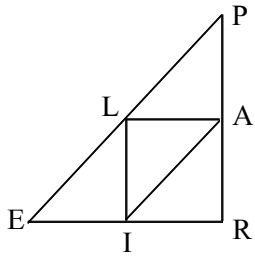


۴۱- در شکل مقابل نسبت مساحت‌ها را بیابید.

« پاسخ »

اضلاع دو مثلث نظیر به نظیر متناسب هستند. $\frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{7}{14}$ در نتیجه دو مثلث متشابه هستند و نسبت تشابه آنها

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ می‌باشد. پس نسبت مساحت‌های آنها } \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ می‌باشد.}$$



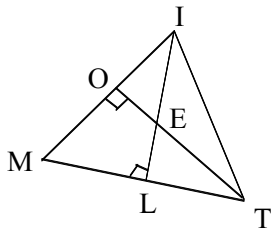
۴۲- در شکل زیر، نقاط A، L و I به ترتیب نقاط وسط ضلع‌های PR، PE و ER هستند. چرا دو مثلث ALI و PRE متشابه‌اند؟ دلیل خود را توضیح دهید؟

« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} \text{A وسط PR} \\ \text{L وسط PE} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{PA}{AR} = \frac{PL}{LE} = 1 \xrightarrow{\text{عکس تالس}} AL \parallel ER$$

$$AL \parallel ER \Rightarrow \frac{PA}{PR} = \frac{AL}{ER} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AL}{ER} \Rightarrow AL = \frac{1}{2} ER$$

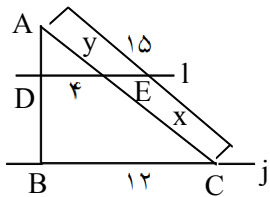
به همین ترتیب ثابت می‌شود: $AI = \frac{1}{2} EP$ و $LI = \frac{1}{2} PR$. پس اضلاع مثلث ALI و اضلاع مثلث PER متناسبند. پس این دو مثلث متشابه هستند.



۴۳- در شکل زیر، IL و TO، ارتفاع‌های مثلث MIT هستند. چرا دو مثلث IOE و ELT متشابه هستند؟

« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \\ \hat{O} = \hat{L} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle IOE \sim \triangle ELT$$



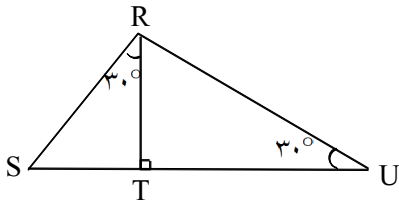
۴۴- در شکل زیر، خط l با خط j موازی است. طول‌های x و y را بیابید.

« پاسخ »

$$L \parallel j \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{y}{15} = \frac{4}{12} \Rightarrow y = 5$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 15 \\ y = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 10$$

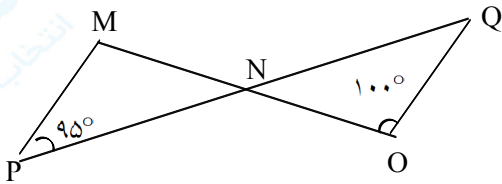
۴۵- آیا دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند؟



« پاسخ »

دو مثلث متشابه هستند زیرا زوایای نظیر در آنها برابرند.

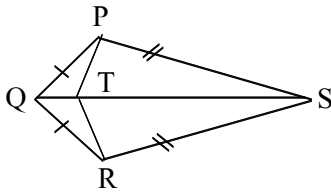
۴۶- آیا دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند؟



« پاسخ »

دو مثلث متشابه نیستند زیرا زوایای نظیر در آنها برابر نیستند.

۴۷- در چهار ضلعی PQRS، $PQ = RQ$ و $PS = RS$. اگر T نقطه‌ی دلخواهی روی قطر QS باشد، ثابت کنید $PT = RT$.

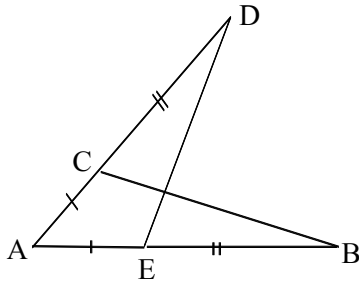


« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} PQ = RQ \\ PS = RS \\ QS = QS \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle PQS \cong \triangle QRS \Rightarrow \hat{S}_1 = \hat{S}_2$$

$$\left. \begin{array}{l} PS = RS \\ TS = TS \\ \hat{S}_1 = \hat{S}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle PTS \cong \triangle RTS \Rightarrow PT = RT$$

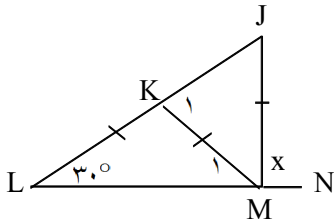
۴۸- در شکل زیر ثابت کنید $BC = DE$.



« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} AC = AE \\ CD = BE \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AD = AB \\ AC = AE \\ \hat{A} = \hat{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADE \cong \triangle ABC \Rightarrow BC = DE \quad (\text{ض ض ض})$$

۴۹- در شکل زیر، مقدار X را تعیین کنید.



« پاسخ »

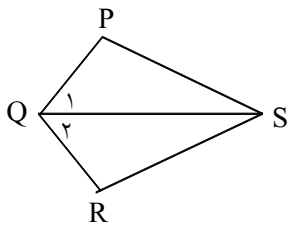
$$MK = KL \Rightarrow \hat{M}_1 = 30^\circ$$

$$\hat{K}_1 \text{ زاویه خارجی مثلث } KML \Rightarrow \hat{K}_1 = 30 + 30 \Rightarrow \hat{K}_1 = 60^\circ$$

$$MK = MJ \Rightarrow \hat{K}_1 = \hat{J} \Rightarrow \hat{J} = 60^\circ$$

$$\hat{L}_1 \text{ زاویه خارجی مثلث } LMJ \Rightarrow x = L + J \Rightarrow x = 30 + 60 \Rightarrow x = 90^\circ$$

۵۰- در چهار ضلعی PQRS، $PQ = QR$ و قطر QS، زاویه ی Q را نصف می کند. ثابت کنید $PS = RS$.



« پاسخ »

$$\left. \begin{array}{l} PQ = QR \\ \hat{Q}_1 = \hat{Q}_2 \\ QS = QS \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle PQS \cong \triangle RQS \Rightarrow PS = RS$$