

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

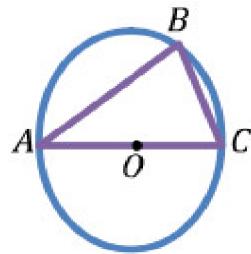
به جمع دهها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک بپیوندید.

لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک (کلیک کنید)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

مجموعه سوالات استادبانک

- ۱- در شکل مقابل نقطه O مرکز دایره و $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ اندازه زاویه‌های مثلث ABC را به دست آورید. (با راه حل) ①



پاسخ »

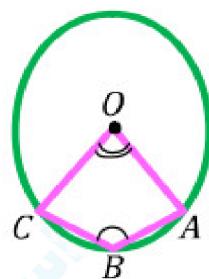
$$B = \frac{180}{2} = 90$$

\widehat{BC}	۱	۶۰
\widehat{AB}	۲	۱۲۰
	۳	۱۸۰

$$\Rightarrow \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

$$\Rightarrow \hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{120}{2} = 60$$

- ۲- در شکل مقابل نقطه O مرکز دایره و $\widehat{O} = 80^\circ$. تساوی‌های زیر را کامل کنید. ②/۷۵



$$\widehat{ABC} =$$

$$\widehat{AC} =$$

$$\hat{B} =$$

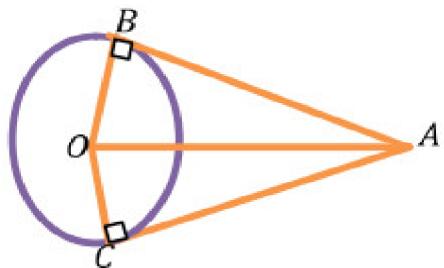
$$\widehat{ABC} = 80$$

$$AC = 360 - 80 = 280$$

$$B = \frac{280}{2} = 140$$

پاسخ »

- ۳- در شکل مقابل نقطه O مرکز دایره است و AB و AC بر دایره مماسند. چرا دو مثلث OAB و OAC همنهشت‌اند؟ (حالت همنهشتی را بنویسید.) ①



«پاسخ»

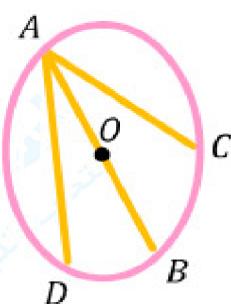
$$\left. \begin{array}{l} A = B = 90^\circ \\ OB = OC = R \\ OA = OA \end{array} \right\} \rightarrow \Delta OAB \cong \Delta OAC \quad (\text{وتر یک ضلع})$$

- ۴- در جای خالی عدد یا کلمه‌ی مناسب قرار دهید. ②/۲۵
در دایره، زاویه‌های محاطی مقابل به یک کمان، مساویند

«پاسخ»

مساویند

- ۵- با توجه به شکل جاهای خالی را پر کنید.



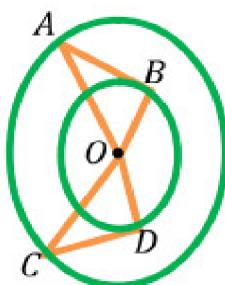
$$\widehat{DAC} = \widehat{DAB} + \dots = \frac{\dots}{2} + \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{\dots}{2}$$

$$\widehat{DAC} = \widehat{DAB} + \widehat{BAC} = \frac{\widehat{DB}}{2} + \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{\widehat{DC}}{2}$$

«پاسخ»

مجموعه سوالات استادبانک

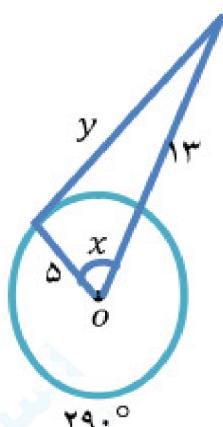
۶- نقطه‌ی O مرکز مشترک دو دایره و پاره خط‌های \overline{AB} و \overline{CD} به ترتیب بر OB و OD عمودند. چرا دو مثلث OAB و OCD همنهشتند هستند؟



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \\ OA = OC \\ OB = OD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وض}} \Delta OCD \cong \Delta OAD$$

«پاسخ»

۷- در شکل زیر، مقدار x و y را پیدا کنید.



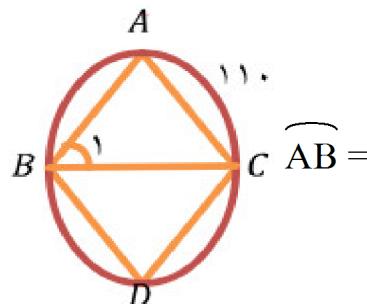
$$x = 360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$$

$$\begin{aligned} y^2 &= 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \\ y &= \sqrt{144} = 12 \end{aligned}$$

«پاسخ»

مجموعه سوالات استادبانک

-۸- با توجه به شکل، اندازه زاویه‌ها و کمان‌ها را به دست آورید.



$$\widehat{AB} =$$

$$\hat{A} + \hat{D} =$$

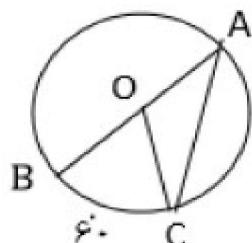
پاسخ

$$\widehat{AB} = 110^\circ$$

$$\hat{B}_1 = 55^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$$

-۹- در شکل زیر O مرکز دایره و کمان CB برابر ۶۰ درجه است. اندازه زاویه‌ها و کمان خواسته شده را بنویسید.



$$\begin{aligned}\widehat{BOC} &= \\ \widehat{AC} &= \\ \widehat{COA} &= \\ \hat{A} &= \end{aligned}$$

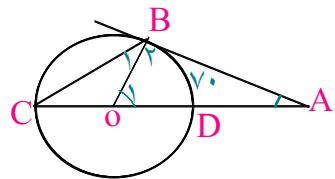
پاسخ

$$\begin{aligned}\widehat{AC} &= 120^\circ \\ \hat{A} &= 30^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\widehat{BOC} &= 60^\circ \\ \widehat{COA} &= 120^\circ\end{aligned}$$

مجموعه سوالات استادبانک

۱۰- در شکل کل مماس بر دایره است اندازه زاویه و کمانها و پاره خطها را به دست آورید.



$$\hat{B} = \dots \quad (\overline{AB} = 12 \text{ و } r = 5)$$

$$\hat{o_1} = \dots \quad \hat{A} = \dots \quad \widehat{BC} = \dots$$

$$\overline{AC} = \dots \quad \hat{C} = \dots \quad \widehat{BCD} = \dots$$

پاسخ »

$$B_2 = \boxed{90^\circ}$$

$$\hat{o_1} = \widehat{BD} = \boxed{70^\circ}$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{70}{2} = \boxed{35^\circ}$$

$$B_1 = \hat{C} = \boxed{35^\circ}$$

$$\hat{A} = 180 - (\cancel{90} + \cancel{70}) = \boxed{20^\circ}$$

$$\widehat{BCD} = 360 - 70 = \boxed{290^\circ}$$

$$\hat{B} = 90 + 35 = \boxed{125^\circ}$$

$$\widehat{BC} = 180 - 70 = \boxed{110^\circ}$$

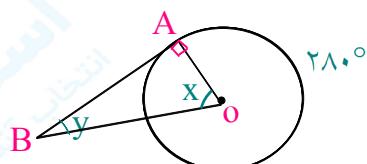
$$\text{ مثلث } O_1 B_2 A : B_2 = 90 \Rightarrow \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{AB}^2 \Rightarrow \overline{OA}^2 = 5^2 + 12^2$$

$$\Rightarrow \overline{OA}^2 = 25 + 144 = 169 \Rightarrow OA = \sqrt{169} = \boxed{13}$$

$$\overline{AC} = \overline{AO} + \overline{OC}$$

$$\overline{AC} = 13 + 5 = 18$$

۱۱- اندازه کمان و زاویه های مجهول را پیدا کنید.



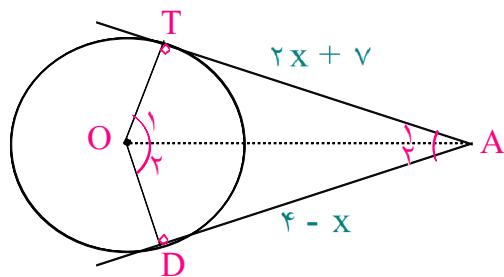
$$\widehat{AOB} = \hat{x} = 360 - 280 = 80^\circ \quad \text{محیط دایره}$$

$$\hat{B} = \hat{y} = 180 - (\cancel{90} + \cancel{80}) = 10^\circ$$

پاسخ »

مجموعه سوالات استادبانک

۱۲- در شکل زیر AD و AT مماس بر دایره هستند مقدار x را به دست آورید.



پاسخ »

مماس‌ها با هم برابرند.

$$AT = AD$$

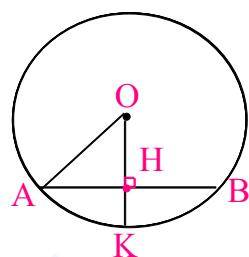
$$2x + v = 4 - x$$

$$2x + x = 4 - v$$

$$3x = -v$$

$$x = \frac{-v}{3} = -1$$

۱۳- در شکل مقابل اگر شعاع دایره 10 cm و $\overline{KH} = 4\text{ cm}$ باشد طول \overline{AH} را به دست آورید.



پاسخ »

$$\text{OA : OAH : } OA^2 = OH^2 + AH^2$$

$$\begin{cases} OA = OK = 10 \\ OH = 10 - 4 = 6 \end{cases}$$

$$10^2 = 6^2 + AH^2$$

$$100 = 36 + AH^2$$

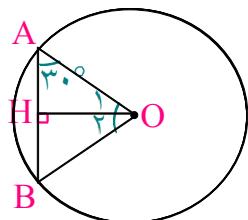
$$100 - 36 = AH^2$$

$$AH^2 = 64$$

$$AH = \sqrt{64} = 8$$

مجموعه سوالات استادبانک

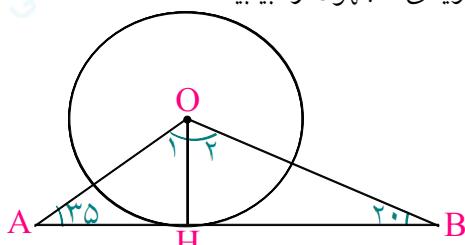
۱۴- در شکل‌های زیر اندازه‌ی زاویه‌ی مجهول را بیابید.



(الف)

$$\hat{O}_2 = \dots$$

$$\hat{B} = \dots$$



(ب)

$$\hat{O}_1 = \dots$$

$$\hat{O}_2 = \dots$$

پاسخ

(الف)

$$OAH : \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 180 - (90 + 20) = 60^\circ$$

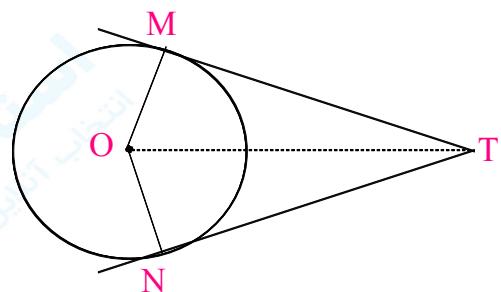
$$OAB : \hat{A} = \hat{B} = 30^\circ \Rightarrow \hat{O}_2 = 180 - (90 + 30) = 60^\circ$$

(ب)

$$OAH : \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 180 - (90 + 35) = 55^\circ$$

$$OBH : \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow \hat{O}_2 = 180 - (90 + 20) = 70^\circ$$

۱۵- در شکل مقابل $OT = \sqrt{29}$ است محیط چهارضلعی $OMTN$ چه قدر است؟ (شعاع دایره برابر ۲ است).



پاسخ

چهارضلعی $OMTN$ را به ۲ مثلث قائم‌الزاویه تقسیم می‌کنیم و از رابطه‌ی فیثاغورس استفاده می‌کنیم. (زیرا خط مماس TM در نقطه‌ی تماس بر شعاع دایره عمود است).

$$OT^2 = OM^2 + MT^2$$

$$(\sqrt{29})^2 = 2^2 + MT^2$$

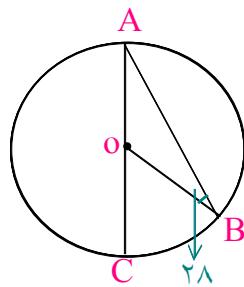
$$29 = 4 + MT^2$$

$$29 - 4 = MT^2 \Rightarrow MT^2 = 25 \Rightarrow MT = \boxed{5}$$

$$P = 5 + 2 + 2 + 5 = 14$$

مجموعه سوالات استادبانک

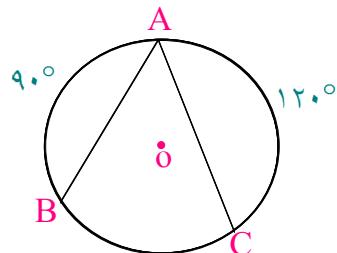
۱۶- در شکل مقابل، اندازه‌ی کمان BC را به دست آورید.



پاسخ

$$\begin{aligned} \text{مثلاً } \widehat{AB} &= \widehat{A} = \widehat{B} = 28^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 2\widehat{A} = 2(28) = 56^\circ \\ \widehat{AB} &= 180 - 56 = 124^\circ \end{aligned}$$

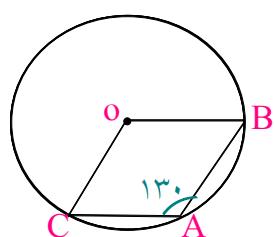
۱۷- در شکل رویه‌رو، زاویه‌ی A چند درجه است؟



پاسخ

$$\begin{aligned} \widehat{BC} &= 360 - (90 + 120) = 210^\circ \\ \widehat{A} &= \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{150}{2} = 75^\circ \end{aligned}$$

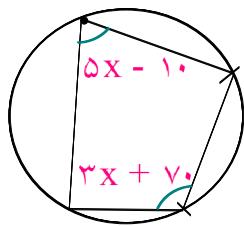
۱۸- در شکل زیر، O مرکز دایره می‌باشد. زاویه‌ی \widehat{COB} چند درجه است؟



پاسخ

$$\begin{aligned} \widehat{CAB} &= 130 \Rightarrow \widehat{CB} = 2(\widehat{CAB}) = 2(130) = 260^\circ \\ \widehat{COB} &= \widehat{CAB} = 360 - 260 = 100^\circ \end{aligned}$$

۱۹- با توجه به شکل، مقدار x را به دست آورید.

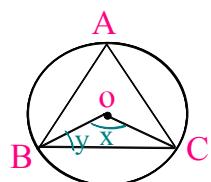


پاسخ

می‌دانیم در چهارضلعی‌هایی که داخل دایره قرار گرفته‌اند زاویه‌های مقابل مکمل‌اند.

$$\begin{aligned} 5x - 10 + 3x + 7 &= 180 \\ 8x + 60 &= 180 \\ 8x &= 180 - 60 = 120 \\ x &= \frac{120}{8} = 15 \end{aligned}$$

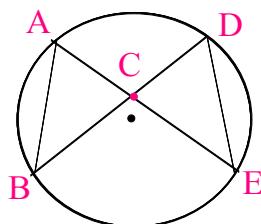
۲۰- در شکل مقابل زاویه $\hat{A} = 48^\circ$ است. اندازه‌ی x و y را به دست آورید.



پاسخ

$$\begin{aligned} \hat{A} = 48^\circ \Rightarrow \hat{B}C = 2\hat{A} &= 2(48) = 96^\circ \\ x = \hat{O} = \hat{B}C &= \boxed{96^\circ} \quad \hat{B} = y = \frac{180 - 96}{2} = \frac{84}{2} = \boxed{42^\circ} \end{aligned}$$

۲۱- در شکل مقابل $\hat{E} = 30^\circ$ و $\hat{ACD} = 100^\circ$. اندازهی هریک از زاویه‌ها و کمان‌های زیر چند درجه است؟



$$\hat{B} = \dots$$

$$\hat{D} = \dots$$

$$\widehat{AD} = \dots$$

$$\widehat{BE} = \dots$$

پاسخ »

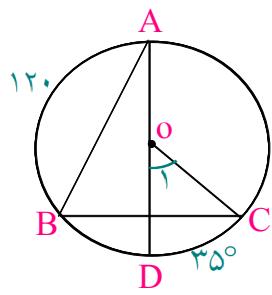
$$\hat{B} = \hat{E} = \boxed{30^\circ}$$

$$\widehat{AD} = 2\hat{B} = 2(30) = \boxed{60^\circ}$$

$$\hat{D} = \hat{ACD} - \hat{E} = 100 - 30 = \boxed{70^\circ}$$

$$\widehat{BE} = 2\hat{D} = 2(70) = 140^\circ$$

۲۲- در شکل مقابل O مرکز دایره است اندازهی زاویه و کمان‌های خواسته شده را بنویسید.



$$\hat{B} = \dots$$

$$\hat{A} = \dots$$

$$\hat{o_1} = \dots$$

$$\widehat{AC} = \dots$$

$$\hat{o_1} = \widehat{DC} = 35^\circ$$

$$\widehat{AC} = 180 - 35^\circ = 145^\circ$$

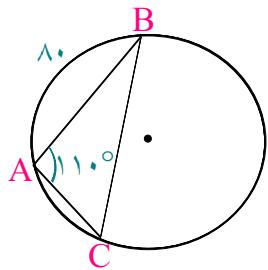
$$\hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{145}{2} = 72.5^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{180 - 120}{2} = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

پاسخ »

مجموعه سوالات استادبانک

۲۳- با توجه به شکل اندازه‌ی زاویه و کمان خواسته شده را به دست آورید.



$$\hat{B} = \dots$$

$$\hat{C} = \dots$$

$$\widehat{BC} = \dots$$

$$\widehat{AC} = \dots$$

پاسخ

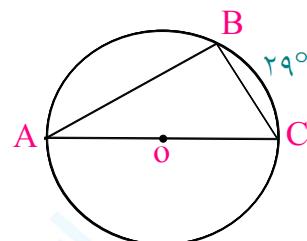
$$\widehat{BC} = 2\hat{A} = 2(110) = 220^\circ$$

$$\widehat{AC} = 360 - (\underline{220 + 80}) = 300 - 300 = 60^\circ$$

$$\hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{80}{2} = 40^\circ$$

۲۴- اندازه‌های زاویه‌ی مثلث ABC را به دست آورید.



$$\hat{B} = \frac{180}{2} = 90^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{29}{2} = 14.5^\circ$$

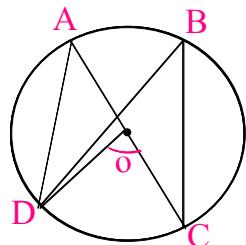
$$\hat{C} = 180 - (90 + \underline{14.5}) = 75.5^\circ$$

پاسخ

قطر و زاویه‌ی B رو به رو به قطر دایره است، پس:

مجموعه سوالات استادبانک

۲۵- در شکل مقابل O مرکز دایره و $\hat{A} = 55^\circ$ است. اندازهٔ زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



$$\hat{B} = \dots$$

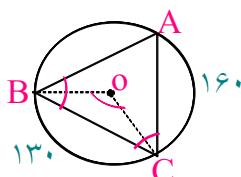
$$\hat{D} \text{ o } \hat{C} = \dots$$

پاسخ

چون زاویه‌های \hat{A} و \hat{B} هر دو زاویهٔ محاطی و رو به رو به یک کمان هستند پس با هم برابرند.

$$\hat{A} = \hat{B} = 55^\circ$$

$$\hat{D} \text{ o } \hat{C} = \hat{DC} = 2\hat{A} = 2(55) = 110^\circ$$



$$\hat{O} = \dots$$

$$\hat{B} = \dots$$

$$\hat{AB} = \dots \quad \hat{C} = \dots$$

پاسخ

$$\hat{O} = \hat{BC} = \boxed{130^\circ}$$

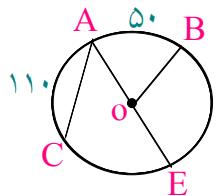
$$\hat{B} = \frac{\hat{AC}}{2} = \frac{160}{2} = \boxed{80^\circ}$$

$$\hat{AB} = 360 - (\cancel{130} + \cancel{160}) = \boxed{70^\circ}$$

$$\hat{C} = \frac{\hat{AB}}{2} = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

مجموعه سوالات استادبانک

-۲۷- با توجه به شکل مقابل، اندازه‌ی زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$\widehat{BE} = \dots \quad \widehat{CE} = \dots \quad \widehat{AOB} = \dots$$

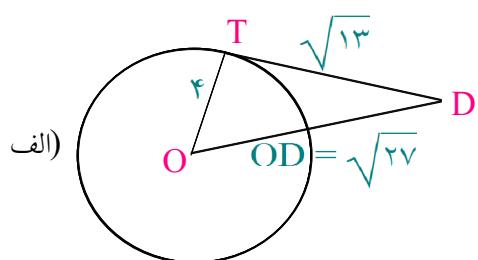
$$\widehat{A} = \dots$$

پاسخ

$$AE \Rightarrow \begin{cases} \widehat{CE} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \\ \widehat{BE} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \end{cases}$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{CE}}{2} = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

$$\widehat{AOB} = \widehat{AB} = 50^\circ$$



(الف)

$$OD^2 = OT^2 + TD^2$$

$$(\sqrt{27})^2 = 4^2 + (\sqrt{13})^2$$

$$27 = 16 + 13$$

$$27 \neq 29$$

خیر

(ب)

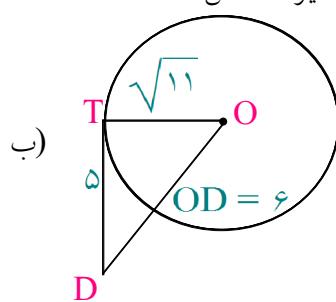
$$OD^2 = OT^2 + TD^2$$

$$6^2 = (\sqrt{11})^2 + 5^2$$

$$36 = 11 + 25$$

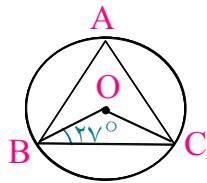
$$36 = 36 \checkmark$$

-۲۸- در کدام شکل DT بر دایره مماس است؟



پاسخ

-۲۹- در شکل زیر مقدار زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$\hat{O} = \dots$$

$$\hat{BCO} = \dots$$

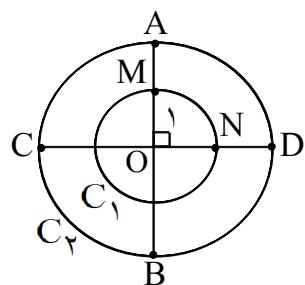
$$\hat{A} = \dots$$

$$\widehat{BC} = \dots$$

پاسخ

$\triangle OBC$ مثلث متساوی الساقین $\Rightarrow \hat{B} = \hat{OCB} = 27^\circ$

$$\hat{O} = 180 - (27 + 27) = \boxed{126^\circ} \quad \widehat{BC} = \hat{O} = \boxed{126^\circ} \quad \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{126}{2} = 63$$



-۳۰- در شکل مقابل دو قطر \overline{AB} و \overline{CD} بر هم عمودند و از نقطه O مرکز دو دایره گذشته‌اند.

الف) اندازه‌ی کمان \widehat{MN} چه قدر است؟

ب) اندازه‌ی کمان \hat{AD} چند درجه است؟

ج) اندازه‌ی زاویه‌ی $\hat{O_1}$ چند درجه است؟

د) اگر شعاع دایره‌ها ۲ و ۴ سانتی‌متر باشد طول کمان‌های AD و MN را به دست آورده و با هم مقایسه کنید.

پاسخ

(الف) $\widehat{MN} = 90^\circ$

(ب) $\widehat{AD} = 90^\circ$

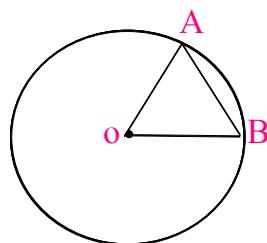
(ج) $\hat{O_1} = \widehat{MN} = 90^\circ$

(د) محیط دایره : دایره $C_2 = 2\pi r = 2 \times 3 / 14 \times 4 = 25 / 12 \div 4 = 6 / 28 = \widehat{AD}$

محیط دایره : دایره $C_1 = 2\pi r = 2 \times 3 / 14 \times 2 = 12 / 56 \div 4 = 3 / 14 = \widehat{MN}$

با تقسیم نمودن کمان‌های دو دایره ملاحظه می‌کنیم که طول کمان AD دقیقاً ۲ برابر طول کمان MN می‌باشد چون شعاع آن‌ها دو برابر است.

-۳۱- در شکل زیر $\angle AOB = 60^\circ$ ، چرا مثلث $\triangle AOB$ متساوی‌الاضلاع است؟

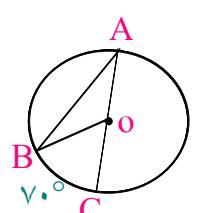


پاسخ »

$$\widehat{AB} = \widehat{AOB} = 60^\circ \Rightarrow 180 - 60 = 120^\circ$$

مثلث AOB متساوی‌الساقین است زیرا $\overline{OB} = \overline{OA}$ پس زاویه‌های مجاور به ساق با هم برابرند.
 $120 \div 2 = 60 = \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{O} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{O}$ مثلث متساوی‌الاضلاع

-۳۲- با توجه به شکل اندازه‌ی زوایا و کمان‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$\widehat{BOC} = \dots$$

$$\widehat{AB} = \dots$$

$$\widehat{A} = \dots$$

$$\widehat{OBA} = \dots$$

پاسخ »

$$\widehat{BOC} = \widehat{BC} = \boxed{70^\circ} \quad \widehat{AB} = \widehat{AC} - \widehat{BC} = 180 - 70 = \boxed{110^\circ}$$

$$\widehat{AOB} = \widehat{AB} = 110^\circ \Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{A} = \frac{180 - 110}{2} = \frac{70}{2} = \boxed{35^\circ}$$

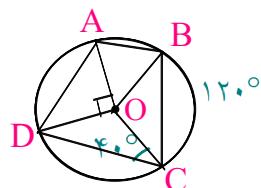
یا می‌توان گفت در مثلث OAB زاویه‌ی \widehat{BOC} خارجی است و زاویه‌ی خارجی برابر است با مجموع ۲ زاویه‌ی

داخلی غیرمجاور و چون مثلث OAB متساوی‌الساقین است، پس زاویه‌های \widehat{A} و \widehat{OBA} با هم برابرند پس:

$$\widehat{A} = \widehat{OBA} = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

مجموعه سوالات استادبانک

۳۳- با توجه به شکل اگر کمان $\widehat{AO} + \widehat{OD} = 40^\circ$ و زاویهی $\widehat{DCO} = 40^\circ$ باشد، اندازهی کمان‌ها و زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$\widehat{AB} = \dots$$

$$\widehat{AD} = \dots$$

$$\widehat{DC} = \dots$$

$$\widehat{BOC} = \dots$$

$$\widehat{AOB} = \dots$$

پاسخ

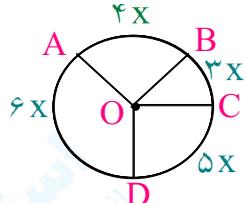
$$\widehat{AOD} = 40 \Rightarrow \widehat{AD} = \boxed{40^\circ}$$

$$\widehat{OCD} = 40 = \widehat{ODC} \Rightarrow \widehat{DOC} = 180 - (\cancel{40} + \cancel{40}) = \boxed{100^\circ}$$

$$\widehat{BOC} = \widehat{BC} = \boxed{120^\circ}$$

$$\widehat{DC} = \widehat{DOC} = \boxed{100^\circ} \quad \widehat{AB} = 360 - (\cancel{90^\circ} + \cancel{100^\circ} + \cancel{120^\circ}) = \boxed{50^\circ} \quad \widehat{AOB} = \widehat{AB} = \boxed{50^\circ}$$

۳۴- در شکل مقابل، مقادیر خواسته شده را بنویسید.



$$\widehat{AOB} = \dots$$

$$\widehat{BC} = \dots$$

$$\widehat{COD} = \dots$$

$$\widehat{AD} = \dots$$

پاسخ

محیط دایره 360° است.

$$4x + 3x + 5x + 6x = 360$$

$$18x = 360$$

$$x = \frac{360}{18} = 20$$

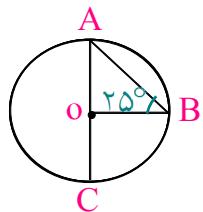
$$\widehat{AB} = \widehat{AOB} = 4(20) = 80^\circ$$

$$\widehat{BC} = 3(20) = 60^\circ$$

$$\widehat{DC} = \widehat{COD} = 5(20) = 100^\circ$$

$$\widehat{AD} = 6(20) = 120$$

۳۵- در شکل مقابل اندازهی کمان \widehat{BC} را به دست آورید.

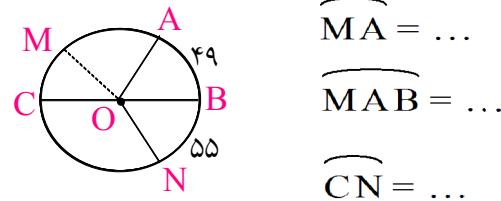


پاسخ »

مثلث OAB یک مثلث متساویالساقین است (زیرا $OA = OB$ شعاع دایره) و چون زاویه‌های مجاور به قاعده با هم برابرند پس $\hat{A} = \hat{B} = 25^\circ$. پس می‌توان گفت زاویهی \hat{BOC} چون زاویهی خارجی است و با مجموع ۲ زاویهی داخلی غیرمجاور برابر است پس: $\hat{BOC} = \hat{A} + \hat{B} = 50^\circ$. در نتیجه کمان BC با زاویهی مرکزی روبرویش برابر است.

$$\widehat{BC} = \hat{BOC} = 50^\circ$$

۳۶- در شکل زیر OM نیمساز زاویهی \hat{AOC} می‌باشد. اندازهی کمان‌های خواسته شده را بنویسید.



$$MA = \dots$$

$$\widehat{MAB} = \dots$$

$$\widehat{CN} = \dots$$

پاسخ »

چون CB وتر دایره از مرکز دایره گذشته شده است پس قطر است و قطر دایره را به ۲ نیم صفحه تبدیل می‌کند پس:

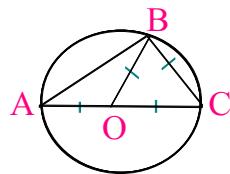
$$\widehat{CNB} = 180^\circ \text{ و } \widehat{CAB} = 180^\circ$$

$$\widehat{CA} = 180^\circ - 49^\circ = 131^\circ \Rightarrow MA = \frac{131}{2} = \underline{\underline{65/5^\circ}}$$

$$\widehat{MAB} = \widehat{MA} + \widehat{AB} = 65/5 + 49 = \underline{\underline{114/5}}$$

$$\widehat{CN} = 180^\circ - 55^\circ = \underline{\underline{125^\circ}}$$

-۳۷- در شکل زیر مثلث $\triangle B\overset{\triangle}{O}C$ متساوی‌الاضلاع است. مقدار زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را بنویسید.



$$\widehat{AB} = \dots$$

$$\widehat{AOB} = \dots$$

$$\widehat{BC} = \dots$$

پاسخ »

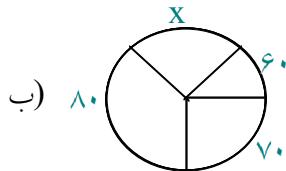
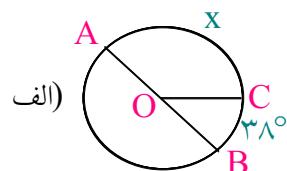
$$\widehat{OCB} = \widehat{OBC} = \widehat{BOC} = 60^\circ$$

می‌دانیم هر زاویه در مثلث متساوی‌الاضلاع 60° است پس:

و چون زاویه \widehat{BOC} یک زاویه مرکزی است و با کمان روبرو برابر است پس $\widehat{BC} = 60^\circ$ و چون AC قطر است پس $\widehat{AOB} = 120^\circ$

$$AB = 180 - 60 = 120^\circ \text{ و در نتیجه:}$$

-۳۸- در هر شکل، اندازه‌ی کمان X را حساب کنید.



پاسخ »

الف) چون AB از مرکز عبور کرده است پس قطر است و قطر دایره را به ۲ نیم صفحه تبدیل می‌کند و اندازه‌ی هر قسمت 180° است، پس:

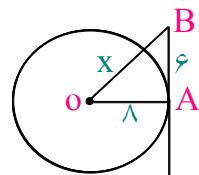
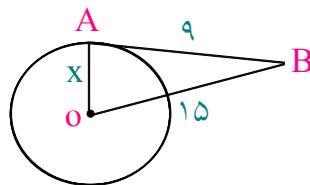
$$\widehat{AC} = 180 - 38 = 142^\circ$$

$$\begin{aligned} 60^\circ + 70^\circ + 80^\circ + X &= 360^\circ \\ \frac{210}{X} + \frac{X}{X} &= 360 - 210 = 150^\circ \end{aligned}$$

ب) محیط دایره 360° است، پس:

مجموعه سوالات استادبانک

۳۹- طول پاره خط X را در هر شکل به دست آورید.



یاسخ

خط مماس در نقطه‌ی تماس بر شعاع دایره عمود است پس زوایه‌ی قائمه به وجود می‌آید و مثلث قائم‌الزاویه ساخته می‌شود پس رابطه‌ی فیثاغورس برای به دست آوردن مقدار X به ما کمک می‌کند.

(الف)

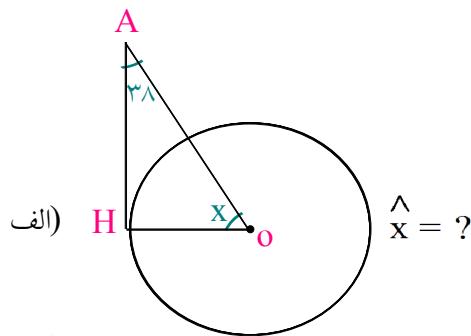
$$\begin{aligned} OB^2 &= OA^2 + AB^2 \\ 15^2 &= x^2 + 9^2 \\ 225 &= x^2 + 81 \\ 225 - 81 &= x^2 \\ x^2 = 144 &\Rightarrow x = \sqrt{144} = 12 \end{aligned}$$

(ب)

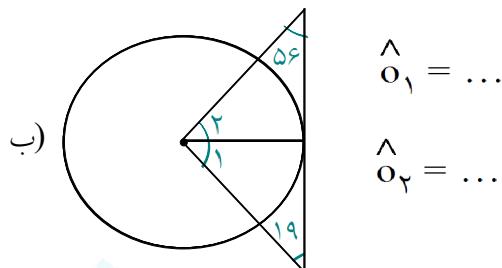
$$\begin{aligned} OB^2 &= OA^2 + AB^2 \\ x^2 &= 8^2 + 6^2 \\ x^2 &= 64 + 36 = 100 \\ x &= \sqrt{100} = 10 \end{aligned}$$

مجموعه سوالات استادبانک

۴۰- در هر شکل اندازه‌ی زاویه‌ی مجهول را به دست آورید.



(الف)



(ب)

$$\hat{O}_1 = \dots$$

$$\hat{O}_2 = \dots$$

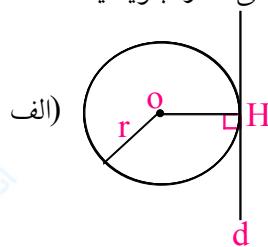
پاسخ

می‌دانیم خط مماس بر شعاع دایره عمود است و زاویه‌ی 90° به وجود می‌آید. پس در مثلث به وجود آمده مجموع زاویه‌ها چون 180° است، ۲ زاویه را جمع کرده و از 180° کم می‌کنیم.

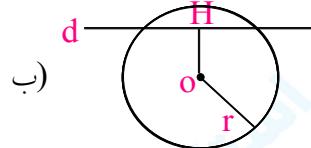
$$\hat{x} = 180 - (90 + 38) = 52^\circ \quad (\text{الف})$$

$$\begin{cases} O_1 = 180 - (90 + 56) = 34^\circ \\ O_2 = 180 - (90 + 19) = 71^\circ \end{cases} \quad (\text{ب})$$

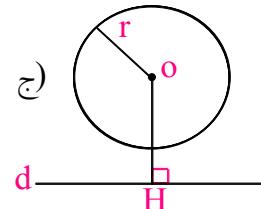
۴۱- در هر شکل فاصله‌ی مرکز دایره از خط d را با شعاع دایره مقایسه کنید و رابطه‌ی ریاضی آنرا بنویسید.



(الف)



(ب)



(ج)

پاسخ

(الف) شعاع با فاصله‌ی مرکز دایره تا خط برابر است و یک نقطه‌ی مشترک دارند (مماس).

(ب) شعاع دایره از فاصله‌ی مرکز دایره تا خط بیشتر است در این حالت ۲ نقطه‌ی مشترک وجود دارد.

(ج) فاصله‌ی مرکز دایره تا خط از شعاع دایره بیشتر است. در این حالت خط و دایره هیچ نقطه‌ی مشترکی ندارند.

$$OH > r$$