

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

۱- اگر دو پيشامد A و B مستقل باشند و $P(A) = \frac{1}{6}$ ، $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$ باشد، $P(A \cup B)$ را حساب كنيد.

« پاسخ »

$$A, B \text{ مستقل هستند} : P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow \frac{1}{15} = \frac{1}{6} P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{2}{5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{2}{5} - \frac{1}{15} = \frac{5 + 12 - 2}{30} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

۲- اگر A و B دو پيشامد مستقل باشند و $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{2}{7}$ باشد، $P(A \cap B)$ را حساب كنيد.

« پاسخ »

$$A, B \text{ مستقل هستند} : P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{21}$$

۳- اگر $P(A) = \frac{1}{5}$ ، $P(B) = \frac{1}{6}$ و $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ باشد، $P(A|B)$ و $P(B|A)$ را حساب كنيد.

« پاسخ »

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{11}{30} - \frac{1}{3} = \frac{11 - 10}{30} = \frac{1}{30}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} \\ P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6} \end{array} \right.$$

۴- ترکیبی از ۴ ماده‌ی شیمیایی داریم که دو تا از آن‌ها مواد A و B هستند. احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی A، $\frac{1}{5}$ و احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B، $\frac{1}{7}$ است. اگر ماده‌ی A واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B، $\frac{1}{4}$ خواهد شد. با چه احتمالی حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد؟

« پاسخ »

$$P(A) = \frac{1}{5} \quad P(B) = \frac{1}{7} \quad P(B|A) = \frac{1}{4} \quad P(A \cup B) = ?$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{n(A \cap B)}{\frac{1}{5}} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{20}$$

$$= \frac{28 + 20 - 7}{140} = \frac{41}{140}$$

۵- دو تاس با هم پرتاب شده‌اند. احتمال آن‌که هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرط این‌که بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است را به دست آورید.

« پاسخ »

A = هر دو عدد رو شده زوج B = مجموع اعداد رو شده برابر ۸

$$A = \{(2, 6), (6, 2), (5, 3), (3, 5), (4, 4)\}$$

$$(A \cap B) = \{(2, 6), (6, 2), (4, 4)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \Rightarrow P(A|B) = \frac{3}{5}$$

۶- احتمال این که رویا در درس ریاضی قبول شود، دو برابر احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال این که حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شوند، برابر $0/625$ باشد، رویا با چه احتمالی در این درس قبول خواهد شد؟

« پاسخ »

A = احتمال قبول شدن رویا در درس ریاضی B = احتمال قبول شدن دوستش در درس ریاضی

$P(A) = ?$ $P(A \cup B) = 0/625$

$P(A) = 2P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2}P(A)$

چون پیشامدهای A و B مستقل هستند، پس:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times \frac{1}{2}P(A) = \frac{1}{2}(P(A))^2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0/625 = P(A) + \frac{1}{2}P(A) - \frac{1}{2}(P(A))^2$$

$$\xrightarrow{\times 2} 1/25 = 2P(A) + P(A) - (P(A))^2 \Rightarrow (P(A))^2 - 3P(A) + 1/25 = 0$$

$$\xrightarrow{T = P(A)} t^2 - 3t + 1/25 = 0 \Rightarrow (t - 2/5)(t - 0/5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2/5 \\ t = 0/5 \Rightarrow P(A) = 0/5 \end{cases}$$

۷- احمد به احتمال $0/7$ در تیم کوهنوردی مدرسه‌شان و به احتمال $0/8$ در تیم ملی فوتبال نوجوانان انتخاب می‌شود. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید.

- الف) در هر دو تیم موردنظر انتخاب شود.
- ب) در هیچ کدام از دو تیم انتخاب نشود.
- پ) فقط در تیم ملی فوتبال انتخاب شود.
- ت) فقط در یکی از تیم‌ها انتخاب شود.
- ث) حداقل در یکی از تیم‌ها انتخاب شود.

« پاسخ »

A = انتخاب در تیم کوهنوردی B = انتخاب در تیم ملی فوتبال نوجوانان

الف) باید $P(A \cap B)$ را به دست آوریم و چون پیشامدهای A و B مستقل هستند، پس:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0/7 \times 0/8 = 0/56$$

ب) باید $P(A' \cap B')$ را به دست آوریم و چون پیشامدهای A' و B' مستقل هستند، پس:

$$P(A') = 1 - P(A) \Rightarrow P(A') = 1 - 0/7 = 0/3$$

$$P(B') = 1 - P(B) \Rightarrow P(B') = 1 - 0/8 = 0/2$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') \Rightarrow P(A' \cap B') = 0/3 \times 0/2 = 0/6$$

پ) باید $P(B - A)$ را به دست آوریم. پس:

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(B - A) = 0/8 - 0/56 = 0/24$$

ت) باید $P(A - B) + P(B - A)$ را به دست آوریم. پس:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A - B) = 0/7 - 0/56 = 0/14$$

$$P(A - B) + P(B - A) = 0/14 + 0/24 = 0/38$$

ث) باید $P(A \cup B)$ را به دست آوریم پس:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = 0/7 + 0/8 - 0/56 = 0/94$$

۸- فرض کنید A و B دو پیشامد ناتهی و مستقل از یکدیگرند.
الف) نشان دهید A' و B مستقل اند.
ب) با توجه به الف نشان دهید A' و B' نیز مستقل اند.

« پاسخ »

چون پیشامدهای A و B مستقل هستند. $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \iff$

الف) می‌خواهیم ثابت کنیم: $P(A' \cap B) = P(A') \times P(B)$

$$P(A') \times P(B) = (1 - P(A)) \times P(B) = P(B) - P(A) \times P(B) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(B - A) = P(B \cap A') = P(A' \cap B)$$

ب) می‌خواهیم ثابت کنیم: $P(A' \cap B') = P(A') \times P(B')$

$$P(A') \times P(B') = (1 - P(A)) \times (1 - P(B)) = 1 - \underbrace{P(B) - P(A) + P(A \cap B)}$$

$$= 1 - (P(B) + P(A) - P(A \cap B)) = 1 - P(A \cup B) = P(A \cup B)' = P(A' \cap B')$$

۹- یک سه را سه بار پرتاب می‌کنیم. احتمال رو آمدن سکه در پرتاب سوم را به دست آورید، به شرط این که در دو پرتاب اول و دوم، پشت ظاهر شده باشد.

« پاسخ »

$$S = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, پ, پ), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (ر, ر, ر)\}$$

$A =$ ظاهر شدن رو در پرتاب سوم سکه

$$A = \{(ر, ر, ر), (ر, ر, پ), (ر, پ, ر), (ر, پ, پ)\} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$B =$ ظاهر شدن پشت در دو پرتاب اول و دوم

$$B = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, ر)\} \Rightarrow P(A|B) = \frac{1}{2}$$

۱۰- در پرتاب یک تاس فرض کنید پیشامد A ظاهر شدن عدد زوج، پیشامد B ظاهر شدن عددی مضرب ۳ و پیشامد C ظاهر شدن عددی بزرگتر از ۲ باشد. مستقل یا غیرمستقل بودن هر دو پیشامد را بررسی کنید.

« پاسخ »

A = ظاهر شدن عدد زوج - B = ظاهر شدن عددی با مضرب ۳ - C = ظاهر شدن عددی بزرگتر از ۲

$$A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{3, 6\} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$C = \{3, 4, 5, 6\} \Rightarrow P(C) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

* ظاهر شدن عدد زوج به شرط ظاهر شدن مضرب ۳

$$B = \{3, 6\} \Rightarrow P(A|B) = P(A) \text{ چون } P(A|B) = P(A) \text{ پس پیشامد A و B مستقل هستند.}$$

** ظاهر شدن عدد زوج به شرط ظاهر شدن عددی بزرگتر از ۲

$$C = \{3, 4, 5, 6\} \Rightarrow P(A|C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = P(A) \text{ چون } P(A|C) = P(A) \text{ پس پیشامد A و C مستقل هستند.}$$

*** ظاهر شدن عددی با مضرب ۳ به شرط ظاهر شدن عددی بزرگتر از ۲

$$C = \{3, 4, 5, 6\} \Rightarrow P(B|C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \neq P(B) \text{ چون } P(B|C) \neq P(B) \text{ پس پیشامد B و C مستقل نیستند.}$$

۱۱- احتمال قبولی مهتاب در کنکور سراسری ۰/۸ و احتمال قبولی هیلا ۰/۷ است.

(الف) با چه احتمالی حداقل یکی از این دو نفر در کنکور سراسری قبول می‌شوند؟

(ب) با چه احتمالی فقط یکی از این دو نفر در کنکور سراسری قبول می‌شوند؟

« پاسخ »

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/8 + 0/7 - 0/8 \times 0/7 = 0/94 \quad (\text{الف})$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A \cap B') + P(B \cap A') = 0/8 \times 0/3 + 0/7 \times 0/2 = 0/38 \quad (\text{ب})$$

۱۲- احتمال برد استقلال در برابر پرسپولیس ۰/۷ است. اگر هنگام بازی یک تاس و یک سکه هم بیاندازیم. احتمال برد

استقلال و رو آمدن سکه و کمتر از ۵ آمدن تاس چند است؟

« پاسخ »

$$\frac{7}{10} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{6} = \frac{7}{30}$$

۱۳- احتمال وقوع نوعی بیماری در یک جامعه مشخص برابر $0/04$ و احتمال این که فردی هم دچار این بیماری شود و هم درمان یابد برابر $0/02$ است. اگر فردی به بیماری مذکور دچار شده باشد، احتمال درمان یافتن او چه قدر است؟

« پاسخ »

A بیماری

B درمان

$$P(A) = 0/04, P(A \cap B) = 0/02$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0/02}{0/04} = \frac{1}{2}$$

۱۴- یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می کنیم:

الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را بنویسید.

ب) پیشامد A که در آن تاس عدد فرد بیاید را مشخص کنید.

ج) پیشامد B که در آن سکه «رو» و تاس عدد کوچک‌تر از پنج بیاید را مشخص کنید.

د) آیا دو پیشامد A و B مستقل‌اند؟ چرا؟

« پاسخ »

الف) $S = \{(1, ر), (2, ر), (3, ر), (4, ر), (5, ر), (6, ر), (1, پ), (2, پ), (3, پ), (4, پ), (5, پ), (6, پ)\}$

ب) $A = \{(1, ر), (3, ر), (5, ر), (1, پ), (3, پ), (5, پ)\}$

ج) $B = \{(1, ر), (2, ر), (3, ر), (4, ر)\}$

د) $P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$$A \cap B = \{(1, ر), (3, ر)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\begin{cases} P(A \cap B) = \frac{1}{6} \\ P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow A \text{ و } B \text{ دو پیشامد مستقل از هم‌اند}$$

۱۵- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، به طوری که $P(A | B) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{1}{3}$ ، آن‌گاه $P(A \cup B)$ را بیابید.

« پاسخ »

دو پیشامد مستقل: $P(A | B) = P(A) = \frac{1}{2}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B), P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

۱۶- ترکیبی از ۴ ماده‌ی شیمیایی داریم که دو تا از آن‌ها مواد A و B هستند. احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی A، $\frac{1}{5}$ و احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B، $\frac{1}{10}$ است. اگر ماده‌ی A واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده‌ی B $\frac{1}{4}$ خواهد شد. با چه احتمالی حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد؟

« پاسخ »

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20} \quad (0/5)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \quad (0/5)$$

۱۷- احتمال آن‌که علی در درس فیزیک قبول شود $0/5$ و احتمال آن‌که رضا در همین درس قبول شود $0/6$ است. احتمال‌های زیر را حساب کنید:
الف) علی و رضا در درس فیزیک قبول شوند.
ب) حداقل یکی در درس فیزیک قبول شوند.
ج) فقط یکی از این دو نفر در درس فیزیک قبول شوند.

« پاسخ »

احتمال قبولی علی و رضا مستقل هستند.

$$P(A) = 0/5 \quad \text{علی قبول شود}$$

$$P(B) = 0/6 \quad \text{رضا قبول شود}$$

$$\text{الف) } P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0/5 \times 0/6 = 0/3$$

$$\text{ب) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/5 + 0/6 - 0/3 = 0/8$$

$$\text{ج) } P(A - B) + P(B - A) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0/8 - 0/3 = 0/5$$

۱۸- دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم حداقل یکی از اعداد رو شده ۵ است، احتمال این‌که هر دو عدد متوالی باشد را به دست آورید.

« پاسخ »

$$B = \{(1, 5), (5, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5)\}$$

$$A \Rightarrow A \cap B = \{(4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$$

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{11}$$

۱۹- دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو عدد متوالی باشد، احتمال این که حداقل یکی ۵ باشد را به دست آورید.

« پاسخ »

$B = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$ هر دو عدد متوالی باشد.

$A \Rightarrow A \cap B = \{(4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 5)\}$ حداقل یکی ۵ باشد

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

۲۰- دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو تاس زوج باشد، احتمال این که حداقل یکی مضرب ۳ باشد را به دست آورید.

« پاسخ »

$B = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$ هر دو عدد زوج باشد

$A \Rightarrow A \cap B = \{(2, 6), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$ حداقل یکی ۵ باشد

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{5}{9}$$

۲۱- دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع دو تاس برابر ۷ باشد، احتمال این که حداقل یکی مضرب ۳ باشد را به دست آورید.

« پاسخ »

$B = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$ مجموع ۷ باشد

$A \Rightarrow A \cap B = \{(1, 6), (6, 1), (3, 4), (4, 3)\}$ حداقل یکی مضرب ۳ باشد

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۲۲- احتمال آن که شخص A عمل جراحی موفقیت‌آمیز داشته باشد $0/7$ و احتمال آن که شخص B عمل جراحی موفقیت‌آمیز داشته باشد $0/5$ است. احتمال‌های زیر را حساب کنید.

الف) شخص A و B عمل موفقیت‌آمیز داشته باشند.

ب) حداقل یکی عمل موفقیت‌آمیز داشته باشد.

ج) فقط یکی عمل موفقیت‌آمیز داشته باشد.

« پاسخ »

عمل جراحی شخص A و B مستقل هستند.

$$P(A) = 0/7$$

$$P(B) = 0/5$$

$$\text{الف) } P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0/7 \times 0/5 = 0/35$$

$$\text{ب) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/7 + 0/5 - 0/35 = 0/185$$

$$\text{ج) } P(A - B) + P(B - A) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0/185 - 0/35 = 0/5$$

۲۳- دو پیشامد A و B مستقل هستند و $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ است. احتمال‌های زیر را حساب کنید.

(الف) پیشامدهای A و B اتفاق بیفتند.

(ب) حداقل یکی از پیشامدهای A یا B اتفاق بیفتند.

(ج) فقط یکی از پیشامدهای A یا B اتفاق بیفتند.

« پاسخ »

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4} \quad (\text{الف})$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{4 + 3 - 1}{12} = \frac{1}{2} \quad (\text{ب})$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{6 - 1}{12} = \frac{5}{12} \quad (\text{ج})$$

۲۴- احتمال آن‌که علی در کنکور انسانی قبول شود $0/5$ و احتمال آن‌که رضا در کنکور تجربی قبول شود $0/6$ است.

احتمال‌های زیر را محاسبه کنید:

(الف) علی و رضا در کنکور قبول شوند.

(ب) حداقل یکی در کنکور قبول شوند.

« پاسخ »

(الف)

$$P(A) = 0/5 \quad \text{علی در کنکور انسانی قبول شود}$$

$$P(B) = 0/6 \quad \text{رضا در کنکور تجربی قبول شود}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0/5 \times 0/6 = 0/3$$

(ب)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/5 + 0/6 - 0/3 = 0/8$$

۲۵- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ آن‌گاه $P(B')$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (0/25)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{5} + P(B) - \frac{2}{5} \times P(B) \quad (0/25)$$

$$P(B) = \frac{1}{6} \quad (0/25) \quad \text{و} \quad P(B') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \quad (0/25)$$

صفحه ۷

۲۶- یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم.

(۱) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را بنویسید.

(۲) پیشامد A که در آن تاس عدد فرد بیاید را مشخص کنید.

(۳) پیشامد B که در آن سکه «رو» و تاس عدد کوچک‌تر از ۵ بیاید را مشخص کنید.

(۴) آیا دو پیشامد A و B مستقل‌اند؟ چرا؟

« پاسخ »

$$۱) S = \{(1, R), (2, R), (3, R), (4, R), (5, R), (6, R), (1, P), (2, P), (3, P), (4, P), (5, P), (6, P)\} \quad (۰/۵)$$

$$۲) A = \{(1, R), (3, R), (5, R), (1, P), (3, P), (5, P)\} \quad (۰/۵)$$

$$۳) B = \{(1, R), (2, R), (3, R), (4, R)\} \quad (۰/۲۵)$$

$$۴) A \cap B = \{(1, R), (3, R)\}$$

$$P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = P(A \cap B) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow B, A \text{ مستقل‌اند} \quad (۰/۲۵)$$

۲۷- احتمال قبولی علی و محمد در المپیاد زیست‌شناسی به ترتیب برابر ۸۰٪ و ۶۰٪ است. احتمال هریک از پیشامدهای زیر را به دست آورید.

الف) هر دوی آنها در المپیاد قبول شوند.

ب) حداقل یکی از آنها در المپیاد قبول شود.

« پاسخ »

$$\text{الف) } P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.60 \times 0.80 = 0.48 \quad (۰/۲۵)$$

$$\text{ب) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.60 + 0.80 - 0.48 = 0.92 \quad (۰/۲۵)$$

۲۸- ۵۲٪ جمعیت کشوری را زنان و ۴۸٪ بقیه را مردان تشکیل می‌دهند. اگر ۶۰٪ زنان و ۶۸٪ مردان باسواد باشند، چند درصد افراد این جامعه باسوادند؟

« پاسخ »

$$P(A) = \frac{52}{100} \times \frac{60}{100} + \frac{48}{100} \times \frac{68}{100} = 0.312 + 0.3264 = 0.6384$$

۲۹- خانواده‌ای دارای چهار فرزند است، مطلوب است احتمال آنکه فرزند اول و دوم پسر و فرزند سوم و چهارم دختر باشد.

« پاسخ »

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

جنسیت فرزندان مستقل از یکدیگر است پس:

۳۰- اگر فرزند اول خانواده‌ای دارای RH مثبت باشد احتمال آنکه فرزند دوم دارای RH منفی باشد چقدر است؟ (RH خون فرزندان را مستقل فرض کنید).

« پاسخ »

$$A, B \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = 0.16$$

↓
فرزند دوم

۳۱- میانگین، میانه و انحراف معیار نرخ تورم سال‌های ۹۴ - ۸۴ را براساس جدول زیر محاسبه کنید.

سال	۱۳۸۴	۱۳۸۵	۱۳۸۶	۱۳۸۷	۱۳۸۸	۱۳۸۹	۱۳۹۰	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴
نرخ تورم	۱۰/۴	۱۱/۹	۱۸/۴	۲۵/۴	۱۰/۸	۱۲/۴	۲۱/۵	۳۰/۵	۳۴/۷	۱۵/۶	۱۱/۹

« پاسخ »

$$Q_2 = 15/6$$

$$\bar{x} = \frac{10/4 + 10/8 + 11/9 + 11/9 + 12/4 + 15/6 + 18/4 + 21/5 + 25/4 + 30/5 + 34/7}{11}$$

$$= \frac{203/5}{11} = 18/5$$

$$\sigma^2 = \frac{(10/4 - 18/5)^2 + (10/8 - 18/5)^2 + 2(11/9 - 18/5)^2 + (12/4 - 18/5)^2 + (15/6 - 18/5)^2}{11}$$

$$+ \frac{(18/4 - 18/5)^2 + (21/5 - 18/5)^2 + (25/4 - 18/5)^2 + (30/5 - 18/5)^2 + (34/7 - 18/5)^2}{11}$$

$$= \frac{65/61 + 43/56 + 0.1 + 47/61 + 59/29 + 37/21 + 9 + 144 + 262/44 + 8/41}{11}$$

$$= \frac{677/14}{11} \approx 61/56$$

$$\sigma = \sqrt{61/56} \approx 7/15$$

۳۲- درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- اگر مقدار ثابت و مثبت C از داده‌ها کم شود، انحراف معیار به اندازه‌ی \sqrt{C} کاهش می‌یابد.
- اگر مقدار ثابت و مثبت C به داده‌ها اضافه شود، ضریب تغییر بزرگ‌تر می‌شود.
- اگر مقدار ثابت و مثبت C در داده‌ها ضرب شود، انحراف معیار C برابر می‌شود.
- اگر مقدار ثابت و مثبت C در داده‌ها ضرب شود، ضریب تغییر ثابت می‌ماند.

« پاسخ »

با فرض مثبت بودن C

- نادرست
- نادرست
- درست
- درست

۳۳- میانگین، میانه، مد و چارک‌های اول و سوم داده‌های زیر را به دست آورید. کدام معیار به عنوان معیار گرایش به مرکز برای این داده‌ها مناسب است؟ چرا؟
 $7, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 36$

« پاسخ »

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

$$7, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 36 \Rightarrow \begin{cases} Q_2 = 9, Q_1 = \frac{7+8}{2} = 7.5, Q_3 = \frac{10+10}{2} = 10 \\ \bar{x} = \frac{7+7+8+8+9+9+10+10+36}{9} \\ \frac{94}{9} \cong 10.44 \end{cases}$$

با توجه به این که به غیر از داده‌ی پرت ۳۶، بقیه داده‌ها هر کدام دو بار تکرار شده‌اند، این داده‌ها مد ندارند. هم‌چنین از آن‌جا که در داده‌ها، داده پرت ۳۶ وجود دارد، میانگین معیار خوبی برای شاخص گرایش به مرکز نمی‌باشد، بنابراین میانه به عنوان معیار مناسب در این داده‌ها می‌باشد.

۳۴- اگر واریانس داده‌های ۱۰ و $\frac{C}{3}$ و $2b$ و $5a - 5$ برابر صفر باشد. میانگین این داده‌ها را به دست آورید.

« پاسخ »

تمام داده‌ها با هم برابرند.

$$5a - 5 = 10 \Rightarrow a = 3$$

$$2b = 10 \Rightarrow b = 5$$

$$\frac{C}{3} = 10 \Rightarrow C = 30$$

$$\frac{3 + 5 + 30}{3} = \frac{38}{3}$$

۳۵- اگر میانگین ده داده‌ی آماری برابر ۵ و ضریب تغییرات ۳ باشد:

الف) واریانس داده‌ها کدام است؟

ب) اگر دو داده‌ی ۵ به داده‌های قبلی اضافه شود، ضریب تغییرات ۱۲ داده را بیابید.

« پاسخ »

الف) رابطه ضریب تغییرات را می‌نویسیم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \Rightarrow 3 = \frac{\sigma}{5} \Rightarrow \sigma = 15$$

ب) مجموع ۱۰ داده‌ی اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \Rightarrow 5 = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \Rightarrow x_1 + \dots + x_{10} = 50$$

حال با دو داده‌ی ۵ محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{X}' = \frac{x_1 + \dots + x_{10} + 5 + 5}{12} \Rightarrow \bar{X}' = \frac{50 + 5 + 5}{12} = 5$$

حال رابطه‌ی انحراف معیار را برای ۱۰ داده‌ی اولیه می‌نویسیم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2}{10}} \Rightarrow 15 = \sqrt{\frac{(x_1 - 5)^2 + \dots + (x_{10} - 5)^2}{10}} = 2250$$

رابطه‌ی انحراف معیار را برای ۱۲ داده‌ی جدید می‌نویسیم:

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2 + (5 - \bar{X})^2 + (5 - \bar{X})^2}{12}}$$

$$\Rightarrow \sigma' = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{10} - \bar{X})^2 + 0 + 0}{12}}$$

$$\sigma' = \sqrt{\frac{2250}{12}} = \sqrt{187.5}$$

رابطه‌ی ضریب تغییرات را می‌نویسیم:

$$CV' = \frac{\sigma'}{\bar{X}'} = \frac{\sqrt{187.5}}{5}$$

۳۶- برای اعداد زیر مطلوب است واریانس، انحراف معیار، ضریب تغییرات.

۶۳ - ۵۰ - ۶۴ - ۲۳ - ۴۵ - ۱۷ - ۷۴ - ۵۳ - ۲۶ - ۵۹ - ۳۲

« پاسخ »

$$\bar{x} = \frac{۳۲ + ۵۹ + ۲۶ + ۵۳ + ۷۴ + ۱۷ + ۴۵ + ۲۳ + ۶۴ + ۵۰ + ۶۳}{۱۱} = \frac{۵۰۶}{۱۱} = ۴۶$$

$$\sigma^2 = \frac{(۳۲ - ۴۶)^2 + (۵۹ - ۴۶)^2 + \dots + (۶۳ - ۴۶)^2}{۱۱}$$

$$= \frac{۱۹۶ + ۱۶۹ + ۴۰۰ + ۴۹ + ۷۸۴ + ۸۴۱ + ۱ + ۵۲۹ + ۳۲۴ + ۱۶ + ۲۸۹}{۱۱} = \frac{۳۵۹۸}{۱۱} = ۳۲۷$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = ۳۲۷/۰.۹ \Rightarrow \sigma = ۱۸/۰.۸ \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۱۸/۰.۸}{۴۶} = ۰/۳۹$$

۳۷- طبق نمرات زیر معدل دانش‌آموزان کلاسی در درس آمار ۱۶/۹۵ است. نمره دانش‌آموزی که با X نشان داده شده است را محاسبه کنید.

X - ۱۷/۵ - ۱۹ - ۱۷ - ۱۶ - ۲۰ - ۱۶ - ۱۵ - ۱۸ - ۱۸

« پاسخ »

$$\bar{x} = ۱۶/۹۵$$

$$\bar{x} = \frac{۱۷/۵ + ۱۹ + ۱۷ + ۱۶ + ۲۰ + ۱۶ + ۱۵ + ۱۸ + ۱۸ + X}{۱۰} \Rightarrow ۱۶/۹۵ = \frac{۱۵۶/۵ + X}{۱۰}$$

$$۱۶۹/۵ - ۱۵۶/۵ = X \Rightarrow X = ۱۳$$

۳۸- در داده‌های آماری زیر ابتدا چارک اول و سوم را مشخص کنید. سپس میانگین داده‌ها بین چارک اول و سوم را به دست آورید.

۸, ۱۴, ۱۵, ۲, ۷, ۱۱, ۱, ۳, ۵, ۱۳, ۴, ۱۹, ۱۷

« پاسخ »

۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۷, ۸, ۱۱, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۱۹

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

$$Q_2 = ۸ \Rightarrow Q_1 = \frac{۳ + ۴}{۲} = ۳/۵, Q_3 = \frac{۱۴ + ۱۵}{۲} = ۱۴/۵$$

بنابراین داده‌های بین ۳/۵ و ۱۴/۵ برابر است با:

$$۴, ۵, ۷, ۸, ۱۱, ۱۳, ۱۴ \Rightarrow \bar{x} = \frac{۶۲}{۷} = ۸/۸۵$$

۳۹- کارخانه‌ای دو نوع موتور ماشین تولید می‌کند که میانگین طول عمر محصول A و B به ترتیب ۱۵ و ۱۸ سال است. اگر انحراف معیار برای نوع A و B به ترتیب ۳ و ۵ سال باشد، کدام موتور محصول بهتری است؟

« پاسخ »

هر کدام که ضریب تغییرات کم‌تری داشته باشد محصول بهتری است.

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{x_A} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{x_B} = \frac{5}{18}$$

بنابراین محصول A کیفیت بهتری دارد. $CV_A < CV_B$

۴۰- در داده‌های آماری زیر ابتدا چارک اول و سوم را مشخص کنید. سپس میانگین داده‌ها بین چارک اول و سوم را به دست آورید.

۱, ۴, ۷, ۱۹, ۲۰, ۱۶, ۱۵, ۲۷, ۳۰, ۲۸, ۲۹, ۲, ۳

« پاسخ »

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

$$Q_2 = 16 \Rightarrow Q_1 = \frac{3+4}{2} = 3.5, Q_3 = \frac{27+28}{2} = 27.5$$

بنابراین داده‌های بین ۳/۵ و ۲۷/۵ برابر است با:

$$4, 7, 15, 16, 19, 20, 27 \Rightarrow \bar{x} = \frac{108}{7} = 15.42$$

۴۱- در داده‌های آماری زیر ابتدا چارک اول و سوم را مشخص کنید و سپس میانگین داده‌ها بین چارک اول و سوم را به دست آورید.

۱, ۵, ۲, ۳, ۷, ۷, ۷, ۸, ۱۰, ۱۱, ۱۳, ۱۹, ۱۹

« پاسخ »

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم.

$$Q_2 = 7 \Rightarrow Q_1 = \frac{3+5}{2} = 4 \text{ و } Q_3 = \frac{11+13}{2} = 12$$

بنابراین داده‌ها بین ۴ و ۱۲ برابر است با:

$$5, 7, 7, 7, 8, 10, 11 \Rightarrow \bar{x} = \frac{55}{7} = 7.85$$

۴۲- میانگین ۱۰ عدد ۳, ۸, ۵, ۹, ۳, ۷, ۸, a, ۳, ۴ برابر ۵/۵ است. میانه را به دست آورید.

« پاسخ »

a = 5 \Rightarrow ۳, ۳, ۳, ۴, ۵, ۵, ۷, ۸, ۸, ۹

$$\text{میانه} = \frac{5+5}{2} = 5$$

مجموعه سوالات استادبانک

۴۳- میانگین ۱۰ عدد ۳، ۸، ۵، ۹، ۳، ۷، ۸، a، ۳، ۴ برابر ۵/۵ است. a را پیدا کنید.

« پاسخ »

$$\bar{x} = \frac{۳ + ۸ + ۵ + ۹ + ۳ + ۷ + ۸ + a + ۳ + ۴}{۱۰}$$

$$۵/۵ = \frac{۵۰ + a}{۱۰} \Rightarrow ۵۵ = ۵۰ + a \rightarrow a = ۵$$

در یک امتحان ریاضی ۱۵ نفر نمرات زیر را کسب نمودند:

۰، ۱، ۳، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۱۸، ۱۸، ۱۸، ۱۹، ۲۰

به ۲ سوال بعد جواب دهید.
۴۴- میانگین و میانه را به دست آورید.

« پاسخ »

۰، ۱، ۳، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۶، ۱۷، ۱۷، ۱۸، ۱۸، ۱۸، ۱۹، ۲۰

میانه = ۱۶

$$\bar{x} = \frac{۰ + ۱ + ۳ + ۱۴ \times ۲ + ۱۵ + ۱۶ \times ۲ + ۱۷ \times ۲ + ۱۸ \times ۳ + ۱۹ + ۲۰}{۱۵} = \frac{۲۰۶}{۱۵} \approx ۱۳/۷۵$$

۴۵- کدام شاخص نمایانگر بهتری از وضع دانش آموزان این کلاس می باشد؟

« پاسخ »

میانه.