

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

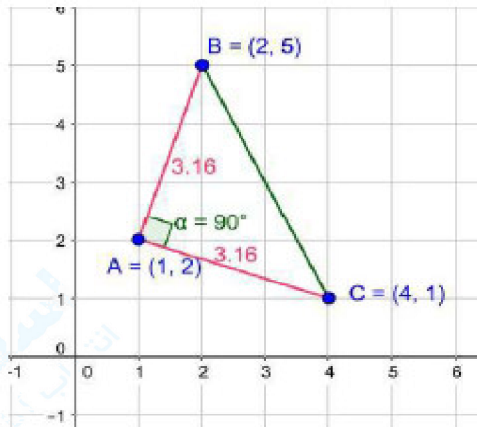
به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

۱- نشان دهید مثلث با رأس‌های $A(1, 2)$ ، $B(2, 5)$ و $C(4, 1)$ یک مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است.

« پاسخ »



$$\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{(2-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \\ AC &= \sqrt{(4-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \end{aligned} \right\}$$

$$AB = AC$$

$$m_{AB} = \frac{5-2}{2-1} = 3, \quad m_{AC} = \frac{1-2}{4-1} = -\frac{1}{3}$$

$$m_{AB} \times m_{AC} = 3 \times -\frac{1}{3} = -1$$

راه اول:

$$BC = \sqrt{(4-2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

راه دوم:

$$(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 = (\sqrt{20})^2 \Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

۲- دو نقطه‌ی $A(14, 3)$ و $B(10, -13)$ را در نظر بگیرید. فاصله‌ی مبدأ مختصات را از وسط پاره‌خط AB به دست آورید.

« پاسخ »

$$M\left(\frac{14+10}{2}, \frac{3-13}{2}\right) \Rightarrow M(12, -5)$$

اگر نقطه‌ی M وسط پاره‌خط AB باشد. پس:

$$OM = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144+25} = 13$$

فاصله‌ی مبدأ از نقطه‌ی M :

۳- وضعیت هر جفت از خطوط زیر را نسبت به هم مشخص کنید:

$$L: 2x - y = 1 \quad T: y = 2x - 3 \quad \Delta: x + 2y = 0$$

« پاسخ »

$$L: 2x - y = 1 \Rightarrow m_L = 2$$

$$T: y = 2x - 3 \Rightarrow m_T = 2$$

$$\Delta: x + 2y = 0 \Rightarrow m_\Delta = -\frac{1}{2}$$

با توجه به شیب‌های خط‌ها: خط L موازی خط T است و خط Δ بر دو خط L و T عمود است.

۴- در مثلث ABC که $A(2, 3)$ و $B(5, 7)$ و $C(7, 10)$ ، اگر ارتفاع مثلث باشد، مختصات H را به دست آورید؟

« پاسخ »

$$BC \text{ معادله} \Rightarrow m_{BC} = \frac{3}{2} \xrightarrow{B(5, 7)} y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

خط AH بر BC عمود است بنابراین شیب آن قرینه و معکوس شیب BC است.

$$AH \text{ معادله} \Rightarrow m_{AH} = -\frac{2}{3} \xrightarrow{A(2, 3)} y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3}$$

$$H \text{ مختصات} \Rightarrow \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3} \Rightarrow \frac{13}{6}x = \frac{29}{6} \Rightarrow x = \frac{29}{13} \Rightarrow y = \frac{37}{13}$$

$$H\left(\frac{29}{13}, \frac{37}{13}\right)$$

۵- دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌ای نقاط $A(3, 6)$ و $B(-1, 2)$ است.
الف) مختصات مرکز دایره را بیابید.
ب) آیا نقطه $C(5, 4)$ روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟

« پاسخ »

$$x_O = \frac{(x_A + x_B)}{2} = \frac{3 - 1}{2} = 1 \Rightarrow O(1, 4)$$

$$y_O = \frac{(y_A + y_B)}{2} = \frac{6 + 2}{2} = 4$$

$$OA = \sqrt{(3-1)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

$$OC = \sqrt{(5-1)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{16} = 4$$

$OC > OA$ پس C خارج دایره است.

۹- اگر نقطه‌ی $A(2, 3)$ رأس یک مربع و معادله‌ی یک ضلع مربع $3x - 4y = 9$ باشد، مساحت مربع چه قدر است؟

« پاسخ »

$$a = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (\text{طول ضلع})$$

$$A(2, 3) \quad 3x - 4y = 9 \Rightarrow 3x - 4y - 9 = 0$$

$$a = \frac{|3 \times 2 - 4 \times 3 - 9|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow S = a^2 = 9$$

۱۰- آیا نقطه‌ی $C(3, -7)$ روی عمودمنصف پاره‌خط واصل دو نقطه $A(1, 4)$ و $B(-7, -2)$ قرار دارد؟

« پاسخ »

ابتدا نقطه‌ی وسط پاره‌خط AB را حساب می‌کنیم.

$$M \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-7 + 1}{2} = -3 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1 \end{cases}$$

سپس شیب خط گذرنده از پاره‌خط AB را حساب کرده و قرینه و معکوس می‌کنیم.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 - 4}{-7 - 1} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{قرینه و معکوس}} m' = -\frac{4}{3}$$

معادله خط عمودمنصف برابر است با:

$$y - y_M = m'(x - x_M) \Rightarrow y - 1 = -\frac{4}{3}(x + 3) \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x - 3$$

برای مشخص کردن آن که نقطه‌ی C روی عمودمنصف است باید x را در معادله‌ی خط عمودمنصف قرار داده و y به دست آمده با y نقطه‌ی C برابر باشد.

$$x = 3 \Rightarrow y = -\frac{4}{3}(3) - 3 \Rightarrow y = -7$$

نقطه C روی عمودمنصف قرار دارد.

۱۱- مساحت مربعی که یک رأس آن $A(-1, 5)$ و معادله یک ضلع آن $7x - y - 3 = 0$ است، را بیابید.

« پاسخ »

فاصله نقطه A تا خط موردنظر برابر است با طول ضلع مربع

$$7x - y - 3 = 0, A(-1, 5)$$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|7(-1) - 5 - 3|}{\sqrt{7^2 + (-1)^2}} = \frac{15}{\sqrt{50}} \Rightarrow S = d^2 = \left(\frac{15}{\sqrt{50}}\right)^2 = \frac{225}{50} = \frac{9}{2}$$

۱۲- مساحت مربعی که یک رأس آن $A(-5, 2)$ و معادله یک ضلع آن $2x + y - 1 = 0$ است، بیابید.

« پاسخ »

فاصله نقطه‌ی A تا خط موردنظر برابر است با طول ضلع مربع $A(-5, 2)$ و $2x + y - 1 = 0$

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-10 + 2 - 1|}{\sqrt{(2)^2 + (1)^2}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$$

$$S = d^2 = \frac{81}{5}$$

۱۳- محیط دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $A(1, 2)$ و بر خط گذرنده از $B(1, -1)$ و $C(2, 4)$ مماس باشد.

« پاسخ »

ابتدا باید معادله‌ی خط گذرنده از B و C را حساب کنیم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-1)}{2 - 1} = 5 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y + 1 = 5(x - 1)$$

$$\Rightarrow y = 5x - 6 \Rightarrow 5x - y - 6 = 0$$

باید فاصله خط $5x - y - 6 = 0$ تا نقطه‌ی $A(1, 2)$ که مرکز دایره است را حساب کنیم که جواب آن شعاع دایره است.

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|5 - 2 - 6|}{\sqrt{25 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{26}}$$

$$\text{محیط } P = 2\pi r = 2\pi \times \frac{3}{\sqrt{26}} \times \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{26}} = \frac{6\sqrt{26}\pi}{26} = \frac{3\sqrt{26}\pi}{13}$$

۱۴- اگر خط $2x - y = 5$ بر دایره C به مرکز $O(-2, 3)$ مماس باشد، طول شعاع دایره چه قدر است؟

« پاسخ »

فاصله خط تا نقطه O برابر است با شعاع دایره

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-4 - 3 - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

بنابراین شعاع دایره $\frac{12}{\sqrt{5}}$ است.

۱۵- مساحت مستطیلی را حساب کنید که یک راس آن $A(2, -1)$ باشد و دو ضلع آن واقع بر خطوط $4x - 3y - 1 = 0$ و $3x + 4y + 2 = 0$ باشد.

« پاسخ »

فاصله نقطه A تا دو خط موردنظر طول و عرض مستطیل را می‌سازد.

$$d_1 = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4(2) - 3(-1) - 1|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{10}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$d_2 = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3(2) + 4(-1) + 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{4}{5}$$

$$S = d_1 \times d_2 = 2 \times \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$$

۱۶- مثلث با رئوس $A\left(-1, 1\right)$, $B\left(3, 1\right)$, $C\left(-1, 3\right)$ مفروض است. معادله میانه CM را به دست آورید.

« پاسخ »

$$M = \begin{cases} \frac{1+3}{2} = 2 \\ \frac{1-1}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow m_{MC} = \frac{y_C - y_M}{x_C - x_M} = \frac{3-0}{-1-2} = -1$$

$$y - y_M = m(x - x_M) \Rightarrow y - 0 = -1(x - 2) \Rightarrow y = -x + 2$$

۱۷- مثلث ABC با رأس‌های $A(1, 3)$, $B(1, 1)$ و $C(5, 1)$ را در نظر بگیرید.
الف) مختصات نقطه M وسط پاره‌خط BC را بیابید.
ب) طول میانه‌ی AM را بیابید.

« پاسخ »

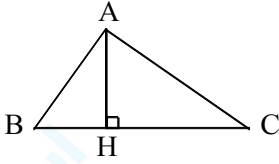
$$M = (3, 1)$$

$$AM = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2} = 2\sqrt{2}$$

۱۸- اگر $A(-1, 2)$ ، $B(3, 0)$ و $C(1, -2)$ سه رأس مثلث ABC باشند، آنگاه:
الف) معادله‌ی ارتفاع AH را به دست آورید.
ب) طول ارتفاع AH را بیابید.

« پاسخ »

الف) مطابق شکل فرض روبه‌رو، AH خطی است با دو ویژگی زیر:



(۱) بر BC عمود است، پس $m_{AH} \cdot m_{BC} = -1$.

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-2 - 0}{1 - 3} = \frac{-2}{-2} = 1 \Rightarrow m_{AH} = -1$$

(۲) از نقطه‌ی A می‌گذرد، بنابراین باید معادله‌ی خط به شیب $m_{AH} = -1$ گذرنده از نقطه‌ی $A(-1, 2)$ را بنویسیم:

$$AH: y - y_A = m_{AH}(x - x_A) \Rightarrow AH: y - 2 = -1(x + 1) \Rightarrow AH: y = -x + 1$$

ب) طول ارتفاع AH برابر با فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط گذرنده از B و C است، ابتدا معادله‌ی این خط را به دست می‌آوریم. همان‌طور که در قسمت قبل محاسبه کردیم، $m_{BC} = 1$ ، پس می‌توان گفت:

$$BC: y - y_B = m_{BC}(x - x_B) \Rightarrow BC: y = 1(x - 3) \Rightarrow BC: y - x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow AH = \frac{|y_A - x_A + 3|}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = \frac{|2 + 1 + 3|}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

۱۹- اگر رأس مربعی $A(-1, 3)$ باشد و ضلع مقابل آن $x + 2y = 3$ باشد، مساحت مربع را بیابید.

« پاسخ »

$$d = \frac{|-1 + 2 \times 3 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = d^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5}$$

۲۰- قرینه‌ی نقطه‌ی $A(1, 4)$ نسبت به نقطه‌ی $B(b, 2a + 1)$ برابر $A'(7, 2)$ است. a و b را حساب کنید.

« پاسخ »

اگر A' قرینه‌ی A نسبت به B باشد، باید B در وسط A و A' قرار داشته باشد.

$$x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow b = \frac{1 + 7}{2} \Rightarrow b = 4$$

$$y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow 2a + 1 = \frac{4 + 2}{2} \Rightarrow 2a + 1 = 3 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

۲۱- معادله‌ی عمودمنصف برای پاره‌خط $A(1, -2)$ و $B(3, 4)$ را بنویسید.

« پاسخ »

خط موردنظر باید از مرکز AB بگذرد و بر پاره‌خط AB عمود باشد.

$$(AB \text{ وسط}) M \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3+1}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow M(2, 1)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - (-2)}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3 \xrightarrow{\text{شیب عمودمنصف}} m' = -\frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{معادله عمودمنصف}} y - y_M = m'(x - x_M) \Rightarrow y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 2) \Rightarrow 3y - 3 = -x + 2$$

$$\Rightarrow 3y + x - 5 = 0$$

۲۲- در مثلث ABC که $A(1, 2)$ ، $B(3, 5)$ و $C(-4, 1)$ هستند:

(الف) طول ارتفاع AH را حساب کنید.

(ب) طول ضلع BC را به دست آورید.

(ج) مساحت مثلث ABC را محاسبه کنید.

« پاسخ »

(الف)

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{1 - 5}{-4 - 3} = \frac{-4}{-7} = \frac{4}{7}$$

$$(BC \text{ خط}) y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - 5 = \frac{4}{7}(x - 3) \Rightarrow 7y - 35 = 4x - 12$$

$$\Rightarrow 7y - 4x - 23 = 0$$

$$AH = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|14 - 4 - 23|}{\sqrt{49 + 16}} = \frac{13}{\sqrt{65}}$$

(ب)

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-4 - 3)^2 + (1 - 5)^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$$

(ج)

$$S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{\frac{13}{\sqrt{65}} \times \sqrt{65}}{2} = \frac{13}{2}$$

۲۳- اگر نقاط $A(1, 2)$ و $B(2, 3)$ و $C(-1, 4)$ سه رأس یک مثلث باشند، طول میانه BM را حساب کنید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} M \text{ (نقطه وسط } AC) \quad & \begin{cases} x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1 + 1}{2} = 0 \\ y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 \end{cases} \\ BM = & \sqrt{(x_M - x_B)^2 + (y_M - y_B)^2} = \sqrt{(0 - 2)^2 + (3 - 3)^2} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

۲۴- مثلث ABC با رأس‌های $A(2, 0)$ ، $B(1, 4)$ و $C(-3, 2)$ مفروض است.
الف) طول میانه AM را به دست آورید.
ب) فاصله‌ی رأس A تا ضلع BC را به دست آورید.

« پاسخ »

(الف)

$$\begin{aligned} M \text{ (وسط } BC) \quad & M = \frac{B + C}{2} = \left(\frac{1 - 3}{2}, \frac{4 + 2}{2} \right) = (-1, 3) \Rightarrow AM = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (3 - 0)^2} \\ & = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{2 \times 9} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

ب) معادله‌ی ضلع BC به صورت زیر است:

$$m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 4}{-3 - 1} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}, \quad B(1, 4)$$

$$BC \text{ معادله ضلع: } y - 4 = \frac{1}{2}(x - 1) \xrightarrow{\times 2} 2(y - 4) = x - 1 \Rightarrow 2y - 8 = x - 1 \Rightarrow 2y - x - 7 = 0$$

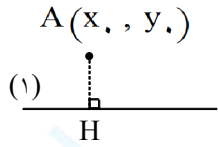
فاصله‌ی نقطه‌ی $A(2, 0)$ تا خط به معادله‌ی $2y - x - 7 = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|2(0) - 2 - 7|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2}} = \frac{9}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}}{5}$$

۲۵- ثابت کنید فاصله‌ی دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ برابر $\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ است.

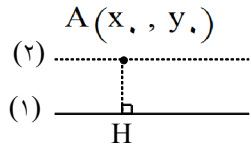
« پاسخ »

فاصله‌ی نقطه‌ی $A(x_0, y_0)$ از خط (۱) به معادله‌ی $ax + by + c = 0$ عبارت است از:



$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

حال فرض کنید خط ۲ عمود بر AH (موازی با خط ۱) گذرنده از نقطه‌ی A به معادله‌ی $ax + by + c' = 0$ را رسم کنیم.



چون خط از نقطه‌ی A می‌گذرد، پس مختصات $A(x_0, y_0)$ در معادله‌ی خط ۲ صدق می‌کند، یعنی:

$$ax_0 + by_0 + c' = 0$$

$$AH = \frac{\overbrace{|ax_0 + by_0 + c|}^{-c'}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-c' + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

۲۶- فاصله‌ی نقطه‌ی $A(1, -2)$ از خط $6x + 8y = k$ برابر ۳ است. مقدار k را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \end{array}$$

$$6x + 8y = k \Rightarrow 6x + 8y - k = 0$$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|6(1) + 8(-2) - k|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{|-10 - k|}{10}$$

$$\frac{AH = 3}{\rightarrow} \frac{|-10 - k|}{10} = 3 \Rightarrow |k + 10| = 30 \Rightarrow \begin{cases} k + 10 = 30 \Rightarrow k = 20 \\ k + 10 = -30 \Rightarrow k = -40 \end{cases}$$

در محاسبات بالا از دو ویژگی قدرمطلق استفاده کردیم:

$$(1) |-a| = |a|, (2) |x| = a \Rightarrow x = \pm a$$

۲۷- معادله‌ی خطی را بیابید که مختصات هر نقطه‌ی متساوی‌فاصله تا دو نقطه‌ی $A(-3, 2)$ و $B(4, 6)$ در آن صدق کند.

« پاسخ »

نقطه‌ی موردنظر را (x, y) در نظر می‌گیریم. طبق فرض فاصله‌ی این دو نقطه از دو نقطه‌ی A و B یکسان است، داریم:

$$(x, y), (4, 6): \sqrt{(x-4)^2 + (y-6)^2} \quad (1)$$

$$(x, y), (-3, 2): \sqrt{(x+3)^2 + (y-2)^2} \quad (2)$$

$$(1), (2): \sqrt{(x-4)^2 + (y-6)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + (y-2)^2}$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} x^2 - 8x + 16 + y^2 - 12y + 36 = x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 \\ \Rightarrow 14x + 8y - 39 = 0 \end{array}$$

۲۸- دو نقطه $A(m-1, 3m+7)$ و $B(2m+3, -m+4)$ مفروضاند. مقدار m را چنان تعیین کنید که نقطه C وسط پاره خط AB روی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

« پاسخ »

نکته: معادله نیمساز ربع اول و سوم $y = x$ است. یعنی نقاط روی این خط x و y برابر دارند.

$$x_C = y_C$$

$$\left. \begin{aligned} x_C &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{m-1 + 2m+3}{2} = \frac{3m+2}{2} \\ y_C &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3m+7 - m+4}{2} = \frac{2m+11}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3m+2 = 2m+11 \Rightarrow m=9$$

معادله نیمساز ربع اول و سوم $y = x$ می باشد.

۲۹- نقاط $A(2, a)$ و $B(-b+1, 7)$ مفروضند.

الف) مقدار a و b چه باشد تا مختصات وسط پاره خط AB نقطه $M(1, 5)$ باشد؟
ب) با معلوم بودن a و b طول پاره خط AB را بدست آورید.

« پاسخ »

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow 1 = \frac{2 - b + 1}{2} \Rightarrow 2 = -b + 3 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow (b, a) = (1, 3) \quad \text{الف)}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow 5 = \frac{a + 7}{2} \Rightarrow 10 = a + 7 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow A(2, 3) \text{ و } B(0, 7)$$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(2 - 0)^2 + (3 - 7)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} \quad \text{ب)}$$

$$= 2\sqrt{5}$$

۳۰- فاصله‌ی نقطه $A(1, -2)$ را از خط $3x - 4y + 1 = 0$ بدست آورید.

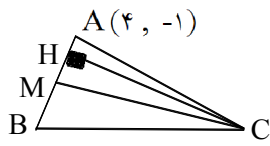
« پاسخ »

$$ax + by + c = 0 \text{ از خط } A(x, y) \text{ فاصله نقطه } = d = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow d = \frac{|3(1) - 4(-2) + 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{12}{\sqrt{25}} = \frac{12}{5}$$

۳۱- در مثلث ABC رأس A(۴, -۱) و معادلات ارتفاع CH و میانه CM به ترتیب عبارت‌اند از:
 CH: $2x - 3y + 1 = 0$ و CM: $2x = -3y$ مطلوب است:
 الف) معادله ضلع AB (ب) مختصات رأس B

« پاسخ »



$$m_{AB} \times m_{CH} = -1 \Rightarrow m_{AB} \times \frac{2}{3} = -1 \Rightarrow m_{AB} = -\frac{3}{2} \quad \text{الف)}$$

$$\text{معادله AB: } y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y + 1 = -\frac{3}{2}(x - 4) \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 5$$

ب) برای بدست آوردن مختصات نقطه B کافی است مختصات نقطه M را داشته باشیم. می‌دانیم M محل برخورد CM و AB می‌باشد پس معادله این دو را در دستگاه حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} \text{CM: } 2x = -3y \Rightarrow 2x = -3\left(-\frac{3}{2}x + 5\right) \Rightarrow 2x = \frac{9}{2}x - 15 \Rightarrow x = 6 \\ \text{AB: } y = -\frac{3}{2}x + 5 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}(6) + 5 \Rightarrow y = -4 \end{cases} \Rightarrow M(6, -4)$$

نقطه M وسط ضلع AB است پس داریم:

$$\begin{cases} x_B = 2x_M - x_A \Rightarrow x_B = 2(6) - 4 = 8 \\ y_B = 2y_M - y_A \Rightarrow y_B = 2(-4) + 1 = -7 \end{cases} \Rightarrow B(8, -7)$$

۳۲- نقاط A(۱, -۱) و B(-۲, ۳) و C(۳, ۵) مختصات سه رأس متوازی الاضلاعی هستند. مختصات نقطه D رأس چهارم این متوازی الاضلاع را بدست آورید.

« پاسخ »

در متوازی الاضلاع ABCD رابطه‌های زیر بین مختصات رئوس برقرار است:

$$\begin{aligned} x_A + x_C &= x_B + x_D & \text{و} & & y_A + y_C &= y_B + y_D \\ 1 + 3 &= -2 + x_D & & & -1 + 5 &= 3 + y_D \\ x_D &= 6 & & & y_D &= 1 \Rightarrow D(6, 1) \end{aligned}$$

