

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

۱- علی به همراه چند نفر از دوستان خود، ماهانه یک مجله‌ی ادبی ۱۶ صفحه‌ای منتشر می‌کنند. پس از حروف‌چینی مطالب، او معمولاً ۲ ساعت برای ویرایش ادبی مجله وقت صرف می‌کند. اگر رضا به او کمک کند، کار ویرایش حدود ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه به طول می‌انجامد. حال اگر رضا بخواهد به تنهایی کار ویرایش یک شماره از مجله را انجام دهد، نیازمند چه میزان وقت خواهد بود؟

« پاسخ »

زمانی که علی برای ۱۶ صفحه صرف می‌کند: ۲ ساعت یا ۱۲۰ دقیقه پس در ۱ دقیقه $\frac{۱۶}{۱۲۰}$ صفحه ویرایش می‌کند.
زمانی که علی و رضا با هم صرف ویرایش ۱۶ صفحه می‌کنند: ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه یعنی ۸۰ دقیقه پس در ۱ دقیقه با هم $\frac{۱۶}{۸۰}$ صفحه ویرایش می‌کنند.

اگر زمانی را که رضا صرف ویرایش ۱۶ صفحه به تنهایی می‌کند X در نظر بگیریم پس در یک دقیقه $\frac{۱۶}{X}$ صفحه ویرایش می‌کند. پس داریم:

$$\frac{۱۶}{۱۲۰} + \frac{۱۶}{X} = \frac{۱۶}{۸۰} \Rightarrow \frac{۱}{۱۲۰} + \frac{۱}{X} = \frac{۱}{۸۰} \Rightarrow ۲۴۰ \times X \times \frac{۱}{۱۲۰} + ۲۴۰ \times X \times \frac{۱}{X} = ۲۴۰ \times X \times \frac{۱}{۸۰}$$

$$۲X + ۲۴۰ = ۳X \Rightarrow X = ۲۴۰$$

۲- هر یک از معادلات زیر را حل کنید.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = 5 \quad (\text{الف})$$

$$\frac{2x}{x-3} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{x-1}{x-3} \quad (\text{ب})$$

$$k = \sqrt{6k-8} \quad (\text{ث})$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1 \quad (\text{ج})$$

$$\frac{10}{r} - \frac{15}{2} = \frac{20}{3r} - 5 \quad (\text{ب})$$

$$\sqrt{t+4} = 3 \quad (\text{ت})$$

$$x + \sqrt{x} = 6 \quad (\text{ج})$$

$$\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}} = 2 \quad (\text{ح})$$

« پاسخ »

$$\text{الف)} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = 5$$

$$x(x-2) \times \frac{1}{x} + x(x-2) \times \frac{1}{(x-2)} = x(x-2) \times 5$$

$$x-2+x = 5x^2 - 10x \Rightarrow 5x^2 - 12x + 2 = 0$$

$$\Delta = 104 \Rightarrow x = \frac{12 \pm 2\sqrt{26}}{10}$$

هر دو جواب قابل قبول هستند زیرا هیچ یک مخرج را صفر نمی کنند.

$$\text{ب)} \quad \frac{10}{r} - \frac{15}{2} = \frac{20}{3r} - 5$$

$$6r \times \frac{10}{r} - 6r \times \frac{15}{2} = 6r \times \frac{20}{3r} - 6r \times 5$$

$$60 - 45r = 40 - 30r \Rightarrow 20 = 15r \Rightarrow r = \frac{4}{3}$$

$$\frac{10}{\frac{4}{3}} - \frac{15}{2} = \frac{20}{3 \times \frac{4}{3}} - 5 \Rightarrow \frac{30}{4} - \frac{30}{4} = 5 - 5 \Rightarrow 0 = 0$$

$$\text{پ)} \quad \frac{2x}{x-3} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{x-1}{x-3}$$

$$(x-3)(x+4) \times \frac{2x}{(x-3)} + (x-3)(x+4) \times \frac{(x+1)}{(x+4)} = (x-3)(x+4) \times \frac{(x-1)}{(x-3)}$$

$$2x^2 + 8x + x^2 - 2x - 3 = x^2 + 3x - 4 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\Delta = 1 \Rightarrow x = -1, x = -\frac{1}{2}$$

هر دو ریشه قابل قبول است زیرا هیچ یک باعث صفر شدن مخرج ها نمی شوند.

$$\text{ت)} \quad \sqrt{t+4} = 3$$

$$(\sqrt{t+4})^2 = 3^2 \Rightarrow t+4 = 9 \Rightarrow t = 5 \Rightarrow \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{ث)} \quad k = \sqrt{6k-8}$$

$$k^2 = (\sqrt{6k-8})^2 \Rightarrow k^2 = 6k-8 \Rightarrow k^2 - 6k + 8 = 0 \Rightarrow (k-4)(k-2) = 0$$

$$\Rightarrow k = 4, k = 2$$

۳- در یک مستطیل با طول L و عرض W ، اگر داشته باشیم $\frac{W}{L} = \frac{L}{W+L}$ ، آن‌گاه می‌گوییم در این مستطیل نسبت طولی برقرار است. اگر محیط یک زمین مستطیل شکل ۳۲۰ متر باشد و طول و عرض متناسب با نسبت طولی باشند، عرض و طول زمین چه قدر است؟

« پاسخ »

$$2(L + W) = 320$$

$$L + W = 160 \Rightarrow W = 160 - L$$

از سوی دیگر $\frac{W}{L} = \frac{L}{W+L}$ با جایگذاری

$$\frac{160 - L}{L} = \frac{L}{160} \Rightarrow (160)^2 - 160L = L^2$$

$$L^2 + 160L - (160)^2 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L = \frac{-160 + \sqrt{128000}}{2} = -80 + \frac{\sqrt{128000}}{2} = 80(\sqrt{5} - 1) \\ L = \frac{-160 - \sqrt{128000}}{2} = \text{جواب منفی غیرقابل قبول است} \end{array} \right.$$

$$L = 80(\sqrt{5} - 1)$$

$$W = 160 - L = 160 - 80(\sqrt{5} - 1) = 80(3 - \sqrt{5})$$

۴- اگر $x = 5$ یکی از ریشه‌های معادله گویای $\frac{k}{x} - \frac{12}{x-3} = -4$ باشد، k را یافته و سپس ریشه دیگر را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\frac{k}{5} - \frac{12}{2} = -4 \Rightarrow \frac{k}{5} = 2 \Rightarrow k = 10$$

$$\frac{10}{x} - \frac{12}{x-3} = -4 \Rightarrow 10(x-3) - 12x = -4x(x-3)$$

$$10x - 30 - 12x = -4x^2 + 12x$$

$$4x^2 - 14x - 30 = 0 \Rightarrow x = 5, x = \frac{-3}{4}$$

۵- معادله‌ی $\sqrt{x+2} = x-4$ را حل کنید.

« پاسخ »

$$\sqrt{x+2} = x-4 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} x+2 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0$$

ق ق $x=2$, غ ق $x=7$

۶- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $(x^2 + x)^2 + x^2 + x - 6 = 0$
ب) $2\sqrt{x} = \sqrt{5x-1}$

« پاسخ »

$$x^2 + x = t \Rightarrow t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow (t+3)(t-2) = 0 \Rightarrow t = 2, t = -3$$

(الف)

$$x^2 + x = 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 1$$

$$x^2 + x = -3 \Rightarrow x^2 + x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

(ب)

$$2\sqrt{x} = \sqrt{5x-1} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 4x = 5x-1 \Rightarrow x = 1$$

۷- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = 5$

ب) $\sqrt{2x+9} - \sqrt{x+1} = 2$

« پاسخ »

الف) $x-2+x = 5x(x-2) \Rightarrow 5x^2 - 12x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 + \sqrt{26}}{5}$ و $\frac{6 - \sqrt{26}}{5}$

ب) $\sqrt{2x+9} = 2 + \sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 2x+9 = 4+x+1+4\sqrt{x+1}$

$$\Rightarrow x+4 = 4\sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} x^2 + 8x + 16 = 16x + 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{ق ق} \\ x=8 & \text{ق ق} \end{cases}$$

۸- معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{8x+6}{x^2+x-6}$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} \frac{x+2}{x-2} + \frac{x-3}{x+3} &= \frac{8x+6}{x^2+x-6} \Rightarrow \frac{(x+2)(x+3) + (x-2)(x-3)}{(x-2)(x+3)} = \frac{8x+6}{x^2+x-6} \\ \Rightarrow \frac{x^2+5x+6+x^2-5x+6}{x^2+x-6} &= \frac{8x+6}{x^2+x-6} \Rightarrow 2x^2+12 = 8x+6 \Rightarrow 2x^2-8x+6=0 \\ \Rightarrow x^2-4x+3=0 &\Rightarrow (x-1)(x-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{ق ق} \\ x=3 & \text{ق ق} \end{cases} \end{aligned}$$

۹- الف) معادله $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-2} = \frac{9}{x^2-x-2}$ را حل کنید.
 ب) جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-7} = -3$ کدام است؟

« پاسخ »

$$\frac{x-2+2(x+1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{9}{x^2-x-2} \Rightarrow 3x=9 \Rightarrow x=3 \quad \text{الف)}$$

ب) جواب حقیقی ندارد.

۱۰- معادله‌ی $2\sqrt{x+1} = 2x-2$ را حل کنید.

« پاسخ »

$$\left(2\sqrt{x+1}\right)^2 = (2x-2)^2 \xrightarrow{\text{دو طرف معادله را به توان ۲ می‌رسانیم}} 4(x+1) = 4x^2 - 8x + 4$$

$$\Rightarrow 4x+4 = 4x^2 - 8x + 4 \Rightarrow 4x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 4x(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

$x=0$ در معادله‌ی $2\sqrt{x+1} = 2x-2$ صدق نمی‌کند، پس جواب معادله نیست. اما $x=3$ در معادله‌ی

$2\sqrt{x+1} = 2x-2$ صدق می‌کند و در نتیجه جواب معادله است.

۱۱- دو فرد A و B کاری را با هم در ۱۲ ساعت انجام می‌دهند، ولی اگر تک‌تک، این کار را انجام دهند. فرد A کار را ۱۰ ساعت زودتر از فرد B به اتمام می‌رساند. ساعت کار A و B را به دست آورید.

« پاسخ »

اگر زمان فرد A را x در نظر بگیریم، زمان فرد B برابر (x + ۱۰) خواهد بود، لذا:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12} \xrightarrow{\text{ضرب جملات در } 12x(x+10)} 12(x+10) + 12x = x(x+10)$$

$$\Rightarrow 12x + 120 + 12x = x^2 + 10x \Rightarrow x^2 - 14x - 120 = 0 \Rightarrow (x - 20)(x + 6) = 0$$

تجزیه

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 20 = 0 \Rightarrow x = 20 & (\text{ق ق}) \\ x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6 & (\text{غ ق ق}) \end{cases}$$

(ساعت) $x + 10 = 20 + 10 = 30$

پس زمان شخص B هم برابر است با:

تذکر: در ابتدای حل مسئله، می‌توانستید زمان فرد B را x و زمان فرد A را (x - ۱۰) فرض کنید.

در این‌گونه مسائل، معمولاً دو مجهول وجود دارد که باید یکی از آنها را x فرض کنید و دیگری را هم بر حسب x بنویسید، یعنی در معادله‌ای که می‌نویسید نباید دو تا مجهول مثل x و y وجود داشته باشد، چون معادله قابل حل نیست.

۱۲- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\sqrt{x-3} + \sqrt{5x+2} + 2 = 0$

ب) $\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} = 3$

« پاسخ »

الف) $\underbrace{\sqrt{x-3}}_{\text{نامنفی}} + \underbrace{\sqrt{5x+2}}_{\text{نامنفی}} + \underbrace{2}_{\text{مثبت}} = 0$

جمع دو عبارت نامنفی و یک عدد مثبت، هیچ‌گاه نمی‌تواند برابر صفر شود، پس این معادله جواب ندارد.

ب) $\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} = 3 \xrightarrow{\text{ضرب تمام جملات در } 3x(x-1)} 6x(3x) + (x-1)(x-1) = 3 \cdot 3x(x-1)$

$$= 3(3x)(x-1) \Rightarrow 18x^2 + x^2 - 2x + 1 = 9x^2 - 9x \Rightarrow 10x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4(10)(1) = 9 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{20} = \frac{-7 \pm 3}{20} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{-7+3}{20} = \frac{-4}{20} = \frac{-1}{5} \\ x'' = \frac{-7-3}{20} = \frac{-10}{20} = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول‌اند، چون هیچ مخرجی را صفر نمی‌کنند.

مجموعه سوالات استادبانک

۱۳- معادله $\sqrt{x+1} = x-1$ را به روش هندسی و جبری حل کنید.

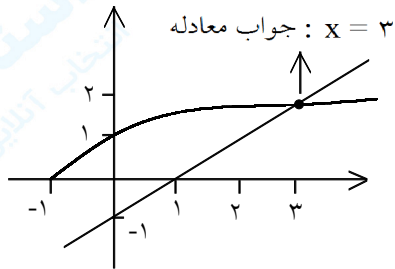
« پاسخ »

حل جبری:

$$\sqrt{x+1} = x-1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x+1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 & (\text{غ ق ق}) \\ x=3 & (\text{ق ق}) \end{cases}$$

حل هندسی:



$$y_1 = \sqrt{x+1} \quad \begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & 3 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 \end{array}$$

$$y_2 = x-1 \quad \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & 3 \\ \hline y & -1 & 0 & 2 \end{array}$$

باید اصول رسم نمودار را برای حل این جور سوالات، خوب یاد بگیرید مخصوصاً نمودار توابع $y = \frac{1}{x}$ ،

$y = \sqrt{x}$ ، $y = x^2$ ، $y = |x|$ و انتقال آنها را باید بلد باشید.

۱۴- معادله $\sqrt{x+8} = x+2$ را حل کنید.

« پاسخ »

$$(x+2)^2 = (\sqrt{x+8})^2 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = x+8 \quad (0/25) \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \quad (0/25)$$

$$\Delta = 9 - (-16) = 25 \quad (0/25) \quad x = \frac{-3 \pm 5}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{-8}{2} = -4 \quad (0/25) \quad x_2 = 1 \quad (0/25)$$

۱۵- معادله $\sqrt{x+12} = x$ را حل کنید.

« پاسخ »

صفحه ۷۴ کتاب

$$x + 12 = x^2 \quad (0/5) \quad x^2 - x - 12 = 0 \quad (0/25)$$

$$(x+3)(x-4) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x=4 & (0/25) \\ x=-3 & \text{غیرقابل قبول} & (0/25) \end{cases}$$

۱۶- حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$\frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} - \frac{6(a^2+2)}{a^3-1}$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} \frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} - \frac{6(a^2+2)}{(a-1)(a^2+a+1)} & \quad (0/25) \\ = \frac{(a+5)(a^2+a+1) - 6(a-1) - 6a^2 - 12}{(a-1)(a^2+a+1)} = (0/5) \frac{a^3-1}{(a-1)(a^2+a+1)} = 1 & \quad (0/25) \end{aligned}$$

مثال صفحه ۱۴

۱۷- اگر $x = 2$ یک جواب معادله $\frac{2x^2}{a+x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ باشد،

الف) a را تعیین کنید.

ب) به ازای $a = 0$ ریشه دیگر این معادله را در صورت وجود به دست آورید.

« پاسخ »

الف) $\frac{8}{a+2} + \frac{a-2}{2} = \frac{a}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \frac{8}{a+2} = \frac{2}{2} \Rightarrow a = 6 \quad (0/25)$

ب) $\frac{2x^2}{x} + \frac{-x}{x} = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \frac{2x^2 - x}{x} = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \quad x = 0$ غ.ق.ق.

صفحه ۲۸

۱۸- به ازای چه مقدار a ، معادله $\frac{x+a}{x} - \frac{x}{x+a} = \frac{4a}{x+a}$ دارای جواب $x = 1$ است؟

« پاسخ »

$$\frac{1+a}{1} - \frac{1}{1+a} = \frac{4a}{1+a} \Rightarrow \frac{a^2+2a+1-1-4a}{1+a} = 0 \Rightarrow \frac{a^2-2a}{1+a} = 0$$

$a = 2 \quad (0/25), \quad a = 0 \quad (0/25)$

مجموعه سوالات استادبانک

۱۹- معادله‌ی $\frac{5}{x} - \frac{4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$ را حل کنید.

« پاسخ »

$$\frac{5(x-2) - 4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2} \quad (0/25) \Rightarrow 5x - 14 = x^2 - 4x \quad (0/25) \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} x = 2 & \text{غ ق ق} & (0/25) \\ x = 7 & (0/25) \end{matrix}$$

۲۰- به ازای چه مقدار k معادله‌ی $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{k} = \frac{3x}{x+2}$ دارای جواب $x = 1$ است؟

« پاسخ »

$$-1 + \frac{1}{k} = 1 \quad (0/25) \Rightarrow \frac{1}{k} = 2 \quad (0/25) \Rightarrow k = \frac{1}{2} \quad (0/25)$$

۲۱- معادله‌ی $\sqrt{3x+1} = 4$ را حل کنید.

« پاسخ »

$$\text{دامنه: } 3x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\sqrt{3x+1} = 4 \Rightarrow 3x+1 = 16 \Rightarrow x = 5 \quad \text{قابل قبول} \quad (0/75)$$

(0/5)

۲۲- معادله‌ی $\sqrt{2x-1} = 3$ را حل کنید.

« پاسخ »

$$(\sqrt{2x-1})^2 = 9 \Rightarrow 2x - 1 = 9 \Rightarrow x = 5 \quad (0/25)$$

(0/25)

با جای‌گذاری در معادله $x=5$ قابل قبول است. (0/25)

۲۳- معادله‌ی زیر را حل کنید:

$$\frac{3}{3x^2 - 3x - 28} = \frac{5}{5x^2 - x - 20}$$

« پاسخ »

$$\frac{3}{3x^2 - 3x - 28} = \frac{5}{5x^2 - x - 20} \Rightarrow 15x^2 - 3x - 60 = 15x^2 - 15x - 140$$

$$\Rightarrow 12x = -80 \Rightarrow x = \frac{-20}{3}$$

۲۴- معادله‌ی گنگ مقابل را حل کنید.

$$\sqrt{1 + \sqrt{x^4 - x^2}} = x - 1$$

« پاسخ »

$$Df_1: x \geq 1 \Rightarrow 1 + \sqrt{x^2(x^2 - 1)} = x^2 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow x\sqrt{x^2 - 1} = x(x - 2) \xrightarrow{x \neq 0} \sqrt{x^2 - 1} = x - 2 \Rightarrow Df_2: x \geq 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x = \frac{5}{4} \text{ غ ق ق}$$

معادله جواب ندارد.

۲۵- معادله‌ی گنگ مقابل را حل کنید.

$$\sqrt{7x + 4} - \sqrt{x + 6} = \sqrt{x + 1}$$

« پاسخ »

$$Df_1: x \geq \frac{-4}{7} \Rightarrow \sqrt{7x + 4} = \sqrt{x + 6} + \sqrt{x + 1} \Rightarrow 7x + 4 = x + 6 + x + 1 + 2\sqrt{(x + 6)(x + 1)}$$

$$\Rightarrow 5x - 3 = 2\sqrt{x^2 + 7x + 6}$$

$$Df_2: x \geq \frac{3}{5} \Rightarrow 25x^2 - 30x + 9 = 4x^2 + 28x + 24 \Rightarrow 21x^2 - 58x - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x' = 3 \\ x'' = \frac{-5}{21} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$(2x + \sqrt{x})^2 + 4(2x + \sqrt{x})^2 = 5$$

۲۶- معادله‌ی گنگ مقابل را حل کنید.

« پاسخ »

$$D_f: x \geq 0 \Rightarrow 2x + \sqrt{x} = Z \Rightarrow Z^2 + 4Z^2 = 5 \Rightarrow (Z^2 + 5)(Z^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow Z^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x + \sqrt{x} = 1 \\ 2x + \sqrt{x} = -1 \end{cases} \Rightarrow 2x + \sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 - 2x$$

$$\Rightarrow D_f: 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{1}{4} \text{ ق ق} \\ x'' = 1 \text{ ق ق غ} \end{cases}$$

۲۷- مسئله‌ی خوارزمی: یک درم را بین چند مرد تقسیم کردیم ولی چون یک مرد به آنها افزوده شده تقسیم را دوباره بین همه‌ی مردها انجام دادیم. معلوم شد در تقسیم دوم به هر مرد $\frac{1}{6}$ درم کمتر از تقسیم اول رسیده است. در آغاز چند مرد بوده است؟

« پاسخ »

تعداد مردها را در آغاز برابر x فرض می‌کنیم:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x+1-x}{x(x+1)} = \frac{1}{6} \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

جواب منفی برای تعداد مردان قابل قبول نیست

۲۸- معادله‌ی زیر را حل کنید:

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2}$$

« پاسخ »

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} \Rightarrow \frac{x-x-1}{x(x+1)} = \frac{x-2-x+1}{(x-1)(x-2)} \Rightarrow \frac{-1}{x^2+x} = \frac{-1}{x^2-3x+2}$$

$$\Rightarrow -x^2 + 3x - 2 = -x^2 - x \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$D = \mathbb{R} - \{0, -1, 1, 2\}$$

۲۹- معادله‌ی گنگ زیر را حل کنید.

$$\sqrt{x} + \sqrt{x - \sqrt{1-x}} = 1$$

« پاسخ »

$$Df_1: 1 \geq x \geq \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow \sqrt{x - \sqrt{1-x}} = 1 - \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow x - \sqrt{1-x} = 1 + x - 2\sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{1-x} = 2\sqrt{x} - 1 \Rightarrow Df_2: \frac{1}{4} \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow 1-x = 4x + 1 - 4\sqrt{x} \Rightarrow 5x = 4\sqrt{x} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{16}{25} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{x-5}} = \sqrt{13-x}$$

۳۰- معادله‌ی اصم مقابل را حل کنید.

« پاسخ »

$$Df: 5 \leq x \leq 13 \Rightarrow 2 + \sqrt{x-5} = 13-x \Rightarrow \sqrt{x-5} = 11-x \Rightarrow D_f \text{ نهایی: } 5 \leq x \leq 11$$

$$\Rightarrow x-5 = 121 - 22x + x^2 \Rightarrow x^2 - 23x + 126 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 14 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$