

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

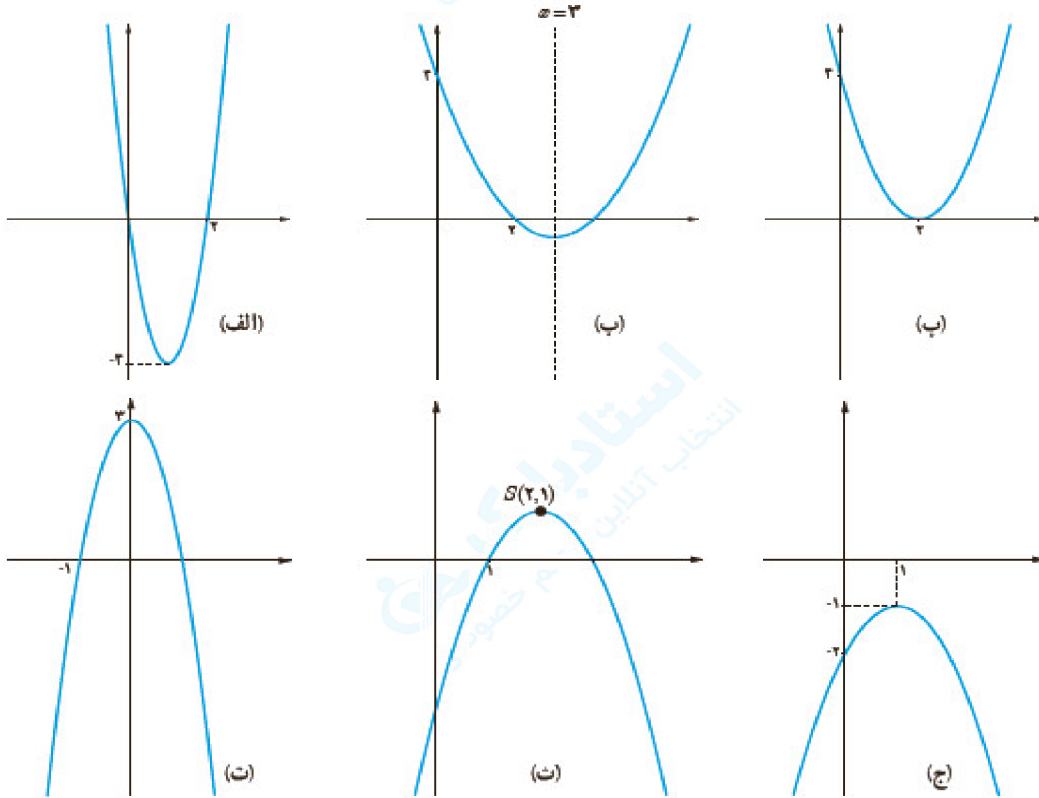
اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

۱- ضابطه‌ی جبری سهمی‌های زیر را بنویسید.



« پاسخ »

الف) راه اول:

$$f(0) = c \Rightarrow c = 0$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = 0$$

$$f(1) = -4$$

با توجه به این که دو نقطه‌ی 0 و 2 دارای عرض‌های برابر هستند پس می‌توانیم طول رأس سهمی را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\frac{1 + 0}{2} = 1$$

$$f(1) = -4 \Rightarrow a + b = -4$$

$$\begin{cases} a + b = -4 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 2b = 8 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -8$$

$$f(x) = 4x^2 - 8x$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -4 \Rightarrow a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) = -4 \Rightarrow \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} = -4 \Rightarrow b^2 = 16a$$

راه دوم:

$$\begin{cases} b^2 = 16a \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = 16a \\ 16a + 8b = 0 \end{cases} \Rightarrow b^2 + 8b = 0 \Rightarrow b(b + 8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 0 \Rightarrow a = 0 \\ b = -8 \Rightarrow a = 4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 4x^2 - 8x$$

$$y = f(x) = a(x - h)^2 + k$$

راه سوم:

$$k = -4$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow a(0 - h)^2 - 4 = 0 \Rightarrow ah^2 = 4$$

مجموعه سوالات استادبانک

۲- مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع با ضابطه‌های زیر را به دست آورید.

$$g(x) = 3x^2 + 6x + 5 \quad \text{ب)}$$

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 5 \quad \text{الف)}$$

« پاسخ »

$$\text{الف) } f(x) = -2x^2 + 8x - 5$$

دهانه‌ی سهمی رو به پایین و نقطه‌ی ماکزیمم دارد $a = -2 < 0$

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = 2$$

$$f(2) = -2 \times 4 + 8 \times 2 - 5 = 3 \Rightarrow f(2) = 3$$

$$\text{ب) } g(x) = 3x^2 + 6x + 5$$

دهانه سهمی رو به بالا و نقطه‌ی مینیمم دارد $a = 3 > 0$

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -1$$

$$g(-1) = 3 \times 1 + 6(-1) + 5 = 2 \Rightarrow f(-1) = 2$$

۳- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$x^4 - 8x^2 + 8 = 0 \quad \text{الف)}$$

$$4x^6 + 1 = 5x^3 \quad \text{ب)}$$

« پاسخ »

$$\text{الف) } x^4 - 8x^2 + 8 = 0$$

$$x^2 = u \Rightarrow u^2 - 8u + 8 = 0$$

$$\Delta = 32 \Rightarrow u = \frac{8 \pm 4\sqrt{2}}{2}$$

$$u = 4 + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$$

$$u = 4 - 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$$

$$\text{ب) } 4x^6 + 1 = 5x^3$$

$$x^3 = u \Rightarrow 4u^2 - 5u + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 \Rightarrow u = \frac{5 \pm 3}{8}$$

$$u = 1 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$u = \frac{1}{4} \Rightarrow x^3 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{4}$$

مجموعه سوالات استادبانک

۴- معادله $8x^6 - 7x^3 = 1$ را به روش تغییر متغیر حل کنید.

« پاسخ »

$$8x^6 - 7x^3 - 1 = 0$$

$$t = x^3 \Rightarrow 8t^2 - 7t - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} t = 1 \Rightarrow x = 1 \\ t = -\frac{1}{8} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$t = -\frac{1}{8} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

۵- مقدار m را چنان بیابید که مجموع ریشه‌های معادله $2x^2 - (m+1)x - 3m = 0$ برابر با ۳ باشد.

« پاسخ »

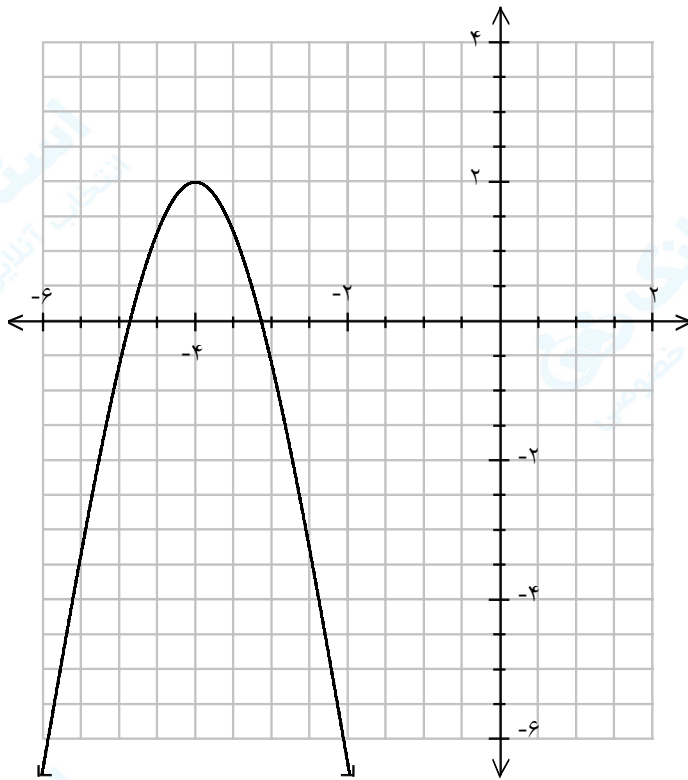
$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{m+1}{2} = 3 \Rightarrow m = 5$$

$$y = -2(x+4)^2 + 2$$

۶- سهمی زیر را رسم کنید و معادله محور تقارن را بنویسید.

« پاسخ »

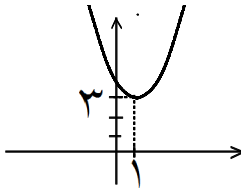
محور تقارن: $x = -4$



۷- مختصات رأس سهمی $y = (x - 1)^2 + 3$ را پیدا کرده و آن را رسم کنید. دامنه و برد این سهمی را بنویسید.

« پاسخ »

مختصات رأس: $(1, 3)$ دامنه: R برد: $[3, +\infty)$



۸- معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌های آن $2 \pm \sqrt{3}$ است به صورت می‌باشد.

« پاسخ »

$$\begin{cases} \alpha = 2 + \sqrt{3} \\ \beta = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4 \\ P = \alpha \cdot \beta = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

۹- در معادله $2x^2 - 8x + m = 0$ ، اگر یکی از جواب‌ها دو واحد از جواب دیگر بزرگ‌تر باشد، m و هر دو جواب معادله را بیابید.

« پاسخ »

$$x^2 - 4x + \frac{m}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 4 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{m}{2} \end{cases}$$

$$\alpha = \beta + 2$$

$$\alpha + \beta = 2\beta + 2 = 4 \Rightarrow \beta = 1 \text{ و } \alpha = +3$$

$$\alpha\beta = 3 \Rightarrow \frac{m}{2} = 3 \Rightarrow m = 6$$

۱۰- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن ۷ و ۳ باشد.

« پاسخ »

$$\begin{cases} \alpha = 7 \\ \beta = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 7 + 3 = 10 \\ P = \alpha\beta = 7 \times 3 = 21 \end{cases}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0$$

۱۱- صفرهای تابع f با ضابطه $f(x) = (x^2 - 3x)^2 - 8(x^2 - 3x) - 20$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$f(x) = 0 \Rightarrow (x^2 - 3x)^2 - 8(x^2 - 3x) - 20 = 0 \xrightarrow{x^2 - 3x = t} t^2 - 8t - 20 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 10)(t + 2) = 0$$

$$\begin{cases} t = 10 \Rightarrow x^2 - 3x = 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases} \\ t = -2 \Rightarrow x^2 - 3x = -2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases}$$

۱۲- محیط یک زمین مستطیل شکل ۴۰ متر و مساحت آن ۹۲ متر مربع است. اندازه طول و عرض این زمین را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$\text{محیط} = 40 \Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 40 \Rightarrow \alpha + \beta = 20 \Rightarrow S = 20$$

$$\text{مساحت} = 92 \Rightarrow \alpha\beta = 92 \Rightarrow P = 92$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 20x + 92 = 0 \Rightarrow x^2 - 20x = -92 \xrightarrow{+100} x^2 - 20x + 100 = 8$$

$$\Rightarrow (x - 10)^2 = 8 \Rightarrow x - 10 = \pm\sqrt{8} \Rightarrow x = 10 \pm \sqrt{8} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 10 + \sqrt{8} \text{ (طول)} \\ \beta = 10 - \sqrt{8} \text{ (عرض)} \end{cases}$$

۱۳- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $3 \pm 2\sqrt{5}$ باشد.

« پاسخ »

$$\begin{cases} \alpha = 3 + 2\sqrt{5} \\ \beta = 3 - 2\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 3 + 2\sqrt{5} + 3 - 2\sqrt{5} = 6 \\ P = \alpha\beta = (3 + 2\sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) = 9 - 20 = -11 \end{cases}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 11 = 0$$

۱۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 7 = 0$ باشند، بدون یافتن ریشه‌ها، مقدار $2\alpha^2 + 6\beta + 3$ را حساب کنید.

« پاسخ »

$$x^2 - 3x - 7 = 0 \xrightarrow{x = \alpha} \alpha^2 - 3\alpha - 7 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 3\alpha + 7$$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{3}{1} = 3$$

$$2\alpha^2 + 6\beta + 3 = 2(3\alpha + 7) + 6\beta + 3 = 6\alpha + 6\beta + 14 + 3 = 6(\alpha + \beta) + 17$$

$$= 6 \times 3 + 17 = 35$$

۱۵- محیط یک زمین مستطیل شکل ۲۰ متر و مساحت آن ۲۳ متر مربع است. اندازه طول و عرض این زمین را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$\text{محیط} = ۲۰ \Rightarrow ۲(\alpha + \beta) = ۲۰ \Rightarrow \alpha + \beta = ۱۰ \Rightarrow S = ۱۰$$

$$\text{مساحت} = ۲۳ \Rightarrow \alpha\beta = ۲۳ \Rightarrow P = ۲۳$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 23 = 0 \Rightarrow x^2 - 10x = -23 \xrightarrow{+25} x^2 - 10x + 25 = 2$$

$$\Rightarrow (x - 5)^2 = 2 \Rightarrow x - 5 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = 5 \pm \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 5 + \sqrt{2} \text{ (طول)} \\ \beta = 5 - \sqrt{2} \text{ (عرض)} \end{cases}$$

۱۶- اگر α و β ریشه‌های معادله $۲x^2 - ۵x + ۱ = ۰$ باشند، بدون یافتن ریشه‌ها، مقدار $۲\alpha^2 + ۵\beta + ۳$ را حساب کنید.

« پاسخ »

$$۲x^2 - ۵x + ۱ = 0 \xrightarrow{x = \alpha} ۲\alpha^2 - ۵\alpha + ۱ = 0 \Rightarrow ۲\alpha^2 = ۵\alpha - ۱$$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{5}{2}$$

$$۲\alpha^2 + ۵\beta + ۳ = ۵\alpha - ۱ + ۵\beta + ۳ = ۵(\alpha + \beta) + ۲ = ۵\left(\frac{5}{2}\right) + ۲ = \frac{۲۹}{۲}$$

۱۷- نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط $(۱, -۱)$ و $(-۲, ۱۴)$ می‌گذرد و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع می‌کند، ضابطه‌ی این تابع را بنویسید.

« پاسخ »

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{\text{محور } y \text{ ها را در نقطه ای به عرض } ۲ \text{ قطع می کند}} A(0, 2)$$

$$\Rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 2$$

$$B(1, -1) \Rightarrow a(1)^2 + b(1) + 2 = -1 \Rightarrow a + b = -3$$

$$C(-2, 14) \Rightarrow a(-2)^2 + b(-2) + 2 = 14 \Rightarrow 4a - 2b = 12 \Rightarrow 2a - b = 6$$

$$\begin{cases} a + b = -3 \\ 2a - b = 6 \end{cases} \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 2$$

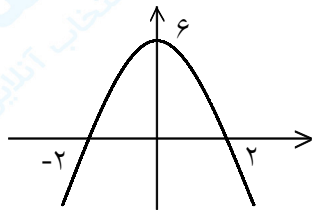
۱۸- m را طوری تعیین کنید که خط $y = -2x + m - 3$ بر سهمی $y = (m - 1)x^2 + 4x + 3m - 2$ در یک نقطه مماس باشد.

« پاسخ »

$$(m - 1)x^2 + 4x + 3m - 2 = -2x + m - 3 \Rightarrow (m - 1)x^2 + 6x + 2m + 1 = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow 36 - 4(m - 1)(2m + 1) = 0 \Rightarrow 36 - 4(2m^2 - m - 1) = 0 \xrightarrow{\div 4}$$

$$-2m^2 + m + 10 = 0 \xrightarrow{\times (-1)} 2m^2 - m - 10 = 0 \Rightarrow (2m - 5)(m + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2/5 \\ m = -2 \end{cases}$$



۱۹- معادله سهمی زیر را بنویسید.

« پاسخ »

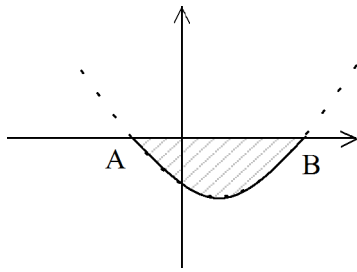
ریشه‌های معادله $x = 2$ و $x = -2$ است. بنابراین داریم:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \xrightarrow{\substack{x_1 = 2 \\ x_2 = -2}} y = a(x - 2)(x + 2)$$

سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۶ قطع می‌کند.

$$\frac{y = 6}{x = 0} \rightarrow 6 = a(0 - 2)(0 + 2) \Rightarrow a = \frac{6}{-4} \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}(x - 2)(x + 2) = -\frac{3}{2}(x^2 - 4) \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x^2 + 6$$



۲۰- شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله $y = x^2 - 2x - 8$ و مطابق شکل زیر مدل سازی می شود.
 الف) مختصات نقاط انتهای عدسی A و B را به دست آورید.
 ب) اگر X بر حسب سانتی متر باشد طول AB را به دست آورید.
 پ) اگر عدسی کاملاً متقارن و Y بر حسب میلی متر باشد بیشترین ضخامت آن چه قدر است؟

« پاسخ »

الف) در نقاط A و B سهمی صفر است.

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow A \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ب)

$$AB = |x_A - x_B| = 6 \text{ cm}$$

پ)

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow y_v = 1 - 2 - 8 = -9 \Rightarrow \text{بیشترین ضخامت} = 9 \text{ mm}$$

۲۱- اگر $S(-1, 4)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + 5$ باشد، a, b را حساب کنید.

« پاسخ »

$$x_v = \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2a$$

$$S(-1, 4) \xrightarrow{\substack{x = -1 \\ y = 4 \\ b = 2a}} 4 = a(-1)^2 + b(-1) + 5 \Rightarrow a - b + 5 = 4 \Rightarrow a - b = -1$$

$$a - b = -1 \xrightarrow{b = 2a} a - 2a = -1 \Rightarrow -a = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$y = x^2 + 2x + 5$$

۲۲- اگر خط $y = -x + m$ از رأس سهمی و یکی از نقاط سهمی $y = \frac{x^2}{2} + x + \frac{m}{2}$ بگذرد، m را مشخص کنید.

« پاسخ »

این دو تابع دو نقطه تلاقی دارند بنابراین با یکدیگر برابر قرار داده و سپس برای معادله ایجاد شده باید $\Delta > 0$ باشد.

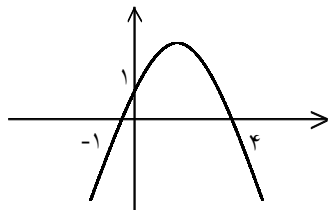
$$\frac{x^2}{2} + x + \frac{m}{2} = -x + m \Rightarrow \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{m}{2} = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$$

$$\Rightarrow 4 - 4\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{m}{2}\right) > 0 \Rightarrow 4 + m > 0 \Rightarrow m > -4$$

یکی از نقاط تلاقی این دو تابع رأس سهمی است بنابراین مختصات رأس سهمی را در خط $y = -x + m$ قرار می‌دهیم.

$$y = \frac{x^2}{2} + x + \frac{m}{2} \Rightarrow x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{1} = -1 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2} - 1 + \frac{m}{2} = \frac{-1 + m}{2}$$

$$\begin{array}{l} x_0 = -1 \\ y_0 = \frac{-1 + m}{2} \end{array} \xrightarrow{\text{ق ق}} \frac{-1 + m}{2} = 1 + m \Rightarrow 2 + 2m = -1 + m \Rightarrow m = -3$$



۲۳- معادله‌ی سهمی شکل مقابل را حساب کنید.

« پاسخ »

$$y = ax^2 + bx + c \text{ معادله سهمی}$$

$$A(0, 1) \Rightarrow 1 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 1$$

$$B(-1, 0) \Rightarrow 0 = a(-1)^2 + b(-1) + 1 \Rightarrow a - b = -1$$

$$C(4, 0) \Rightarrow 0 = a(4)^2 + b(4) + 1 \Rightarrow 16a + 4b = -1$$

$$4 \times \begin{cases} a - b = -1 \\ 16a + 4b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 4b = -4 \\ 16a + 4b = -1 \end{cases} \Rightarrow 20a = -5 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}, b = \frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + 1$$

۲۴- معادلات زیر را حل کنید.

الف) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

ب) $(2x-4)^4 - (2x-4)^2 - 2 = 0$.

« پاسخ »

الف) $x^2 = t \Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+1) = 0$.

$$\begin{cases} t=4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \\ t=-1 \Rightarrow x^2=-1 \Rightarrow \text{جواب حقیقی ندارد} \end{cases}$$

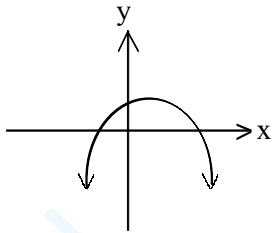
(الف)

(ب)

ب) $(2x-4)^2 = t \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+1) = 0$.

$$\begin{cases} t=2 \Rightarrow (2x-4)^2=2 \Rightarrow 2x-4=\pm\sqrt{2} \Rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{2}}{2} \\ t=-1 \Rightarrow \text{جواب حقیقی ندارد} \end{cases}$$

۲۵- سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، به صورت روبه‌رو است. علامت ضرایب a ، b و c را مشخص کنید.



« پاسخ »

سهمی رو به پایین است، پس a عددی منفی است. رأس سهمی در ناحیه‌ی اول قرار دارد، پس طول آن عددی مثبت می‌باشد.

$$x = -\frac{b}{2a} > 0, \quad a < 0 \Rightarrow b > 0$$

$$f(0) = c > 0$$

سهمی، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض مثبت قطع کرده است. بنابراین:

۲۶- در معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ بدون یافتن ریشه‌ها مقادیر زیر را حساب کنید. (α و β ریشه‌ها هستند).

۱) $(\alpha^2 - 5\alpha + 4)(\beta^2 - 5\beta + 3)$

۲) $\alpha^3\beta - 5\alpha^2\beta$

« پاسخ »

$$x^2 - 5x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{چون } \alpha \text{ و } \beta \text{ ریشه‌ها هستند}} \begin{cases} \alpha^2 - 5\alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 5\alpha = -1 \\ \beta^2 - 5\beta + 1 = 0 \Rightarrow \beta^2 - 5\beta = -1 \end{cases}$$

۱) $(\underbrace{\alpha^2 - 5\alpha + 4}_{-1})(\underbrace{\beta^2 - 5\beta + 3}_{-1}) = (-1 + 4)(-1 + 3) = 3 \times 2 = 6$

۲) $\alpha\beta(\underbrace{\alpha^2 - 5\alpha}_{-1}) = 1 \times -1 = -1$

۲۷- در معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ بدون یافتن ریشه‌ها مقادیر زیر را حساب کنید؟ (α و β ریشه‌ها هستند).

۱) $|\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}|$

۲) $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$

« پاسخ »

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 5$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 1$$

۱) $|\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}| = t \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = t^2 \Rightarrow 5 - 2 = t^2$

$$t = \sqrt{3}$$

۲) $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = t \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + 2\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \times \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = t^2$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + 2 = t^2 \Rightarrow \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} + 2 = t^2 \Rightarrow \frac{(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta}{\alpha\beta} + 2 = t^2$$

$$\Rightarrow \frac{25 - 2}{1} + 2 = t^2 \Rightarrow t^2 = 25 \Rightarrow t = 5$$

۲۸- در معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ بدون یافتن ریشه‌ها مقادیر زیر را حساب کنید؟ (α و β ریشه‌ها هستند).

۱) $\alpha^2 + \beta^2$

۲) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

« پاسخ »

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 5$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 1$$

۱) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 25 - 2 = 23$

۲) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{1} = 5$

۲۹- جای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

کم‌ترین مقدار تابع $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$ برابر با است.

« پاسخ »

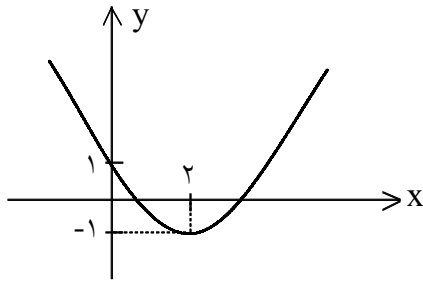
۰/۲۵ -۱۱

۳۰- در معادله $2x^2 - 8x + m = 0$ اگر یکی از جواب‌ها دو واحد از جواب دیگر بزرگ‌تر باشد، m و هر دو جواب را پیدا کنید.

« پاسخ »

$$\alpha = 2 + \beta, \quad S = 4 \quad (0/25)$$

$$S = \alpha + \beta = 2 + 2\beta \quad (0/25) \Rightarrow 4 = 2 + 2\beta \Rightarrow \beta = 1 \quad (0/25) \Rightarrow \alpha = 3 \quad (0/25), \quad m = 6 \quad (0/25)$$



۳۱- در شکل مقابل نمودار سهمی به معادله $p(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است، ضرایب a, b, c را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$(0, 1) \Rightarrow P(0) = 0 + 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1 \quad (0/25)$$

$$(2, -1) \Rightarrow P(2) = 4a + 2b + 1 = -1 \Rightarrow 4a + 2b = -2 \quad (0/25)$$

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow -b - 4a = 0 \quad (0/25)$$

$$\begin{cases} 4a + 2b = -2 \\ -b - 4a = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -2 \quad (0/25), \quad a = \frac{1}{2} \quad (0/25)$$

۳۲- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 5x + 3 = 0$ باشند، بدون یافتن ریشه‌ها مقدار عددی $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ را محاسبه کنید.

« پاسخ »

$$A = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = 5 \text{ و } \alpha\beta = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow A = \frac{19}{3}$$

$$-5 \pm 2\sqrt{5}$$

۳۳- برای دسته جواب مقابل، یک معادله‌ی درجه‌ی دوم بنویسید.

« پاسخ »

$$x + x' = S \Rightarrow (-5 + 2\sqrt{5}) + (-5 - 2\sqrt{5}) = -10$$

$$x \cdot x' = P \Rightarrow (-5 + 2\sqrt{5})(-5 - 2\sqrt{5}) = (-5)^2 - (2\sqrt{5})^2 = 25 - 20 = 5$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + 10x + 5 = 0$$