

استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر یک تابع است؟

$$f = \{(2, 1), (3, -5), (3, 7)\}$$

$$g = \{(0, 1), (\frac{3}{5}, 1), (-5, 1), (8, 1)\}$$

$$h = \{(2, 3), (3, 2), (1, 1)\}$$

$$k = \{(2, 5)\}$$

$$r = \{(2, 0), (-7, 0)\}$$

$$l = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), \dots\}$$

« پاسخ »

۲- مجموعه‌های $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{1, 2\}$ داده شده‌اند.

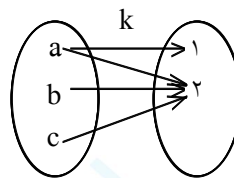
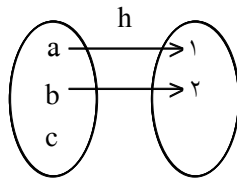
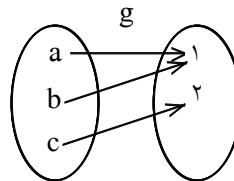
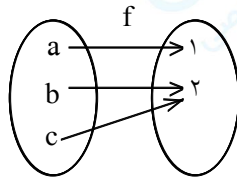
الف) به کمک نمودار بیکنانی دو رابطه از A به B ارائه کنید که تابع باشند.

ب) دو رابطه ارائه کنید که تابع نباشند.

ج) چهار رابطه‌ی به دست آمده را به کمک زوج‌های مرتب و نمودار نمایش دهید.

« پاسخ »

الف)



ب)

- ۳- کدام یک از روابط زیر یک تابع را معلوم می‌کند؟ توضیح دهید.
- (الف) رابطه‌ای که به ضلع یک مربع، محیط مربع را نسبت می‌دهد.
- (ب) رابطه‌ای که به هر فرد، دمای بدن او را در یک زمان معین نسبت می‌دهد.
- (ج) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.
- (د) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.
- (ه) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه‌های دوم آن عدد را نسبت می‌دهد.
- (و) رابطه‌ای که به عدد، ریشه‌ی سوم آن را نسبت می‌دهد.

« پاسخ »

- (الف) تابع است؛ به ضلع یک مربع فقط یک محیط را می‌توان نسبت داد.
- (ب) تابع است؛ در یک زمان معین به هر فرد فقط می‌توان یک دمای بدن را نسبت داد.
- (ج) تابع است؛ چون به هر فرد فقط یک گروه خونی می‌توان نسبت داد.
- (د) تابع نیست؛ ممکن است دانش‌آموزی بیش از یک دوست داشته باشد.
- (ه) تابع نیست؛ اعداد مثبت دارای دو ریشه‌ی دوم هستند.
- (و) تابع است؛ هر عدد حقیقی فقط دارای یک ریشه‌ی سوم است.

۴- الف) کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟ چرا؟

$$g = \{(1, 5), (2, 9), (2, 5), (3, 10)\}$$

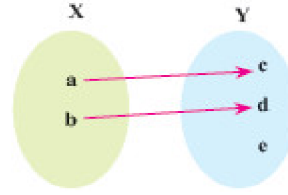
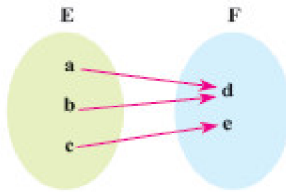
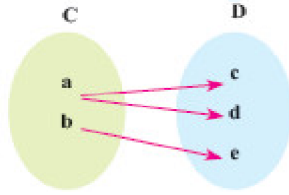
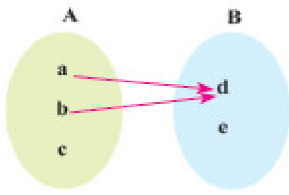
$$f = \{(1, 5), (2, 9), (3, 10)\}$$

- (ب) با تکمیل جمله‌ی زیر برای تشخیص تابع بودن یک رابطه، هنگامی که رابطه به صورت زوج مرتبی ارائه می‌شود، معیاری به دست آورید:
- اگر یک رابطه به صورت مجموعه زوج‌های مرتب داده شده باشد، هنگامی این رابطه یک تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن

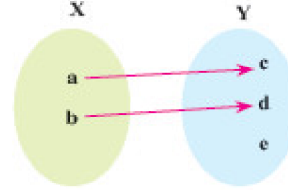
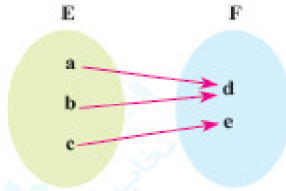
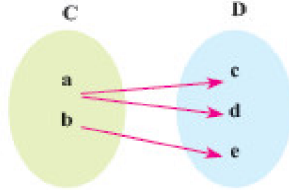
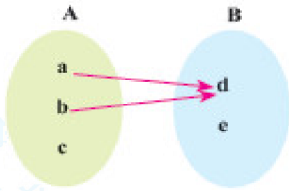
« پاسخ »

- (الف) g تابع نیست زیرا در آن عدد ۲ به دو عدد ۹ و ۵ نظیر شده است.
- (ب) اگر یک رابطه به صورت مجموعه زوج‌های مرتب داده شده باشد، هنگامی این رابطه یک تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن دارای مولفه‌های اول یکسان نباشند.

۵- کدام یک از نمودارهای پیکانی زیر یک تابع است؟



« پاسخ »



تابع نیست

تابع نیست

تابع است

تابع است

۶- در تابع $f = \{(2, 3), (3, 1), (4, 2), (1, 4)\}$ مقدار $f(2) - 2f(4)$ برابر با چند است؟

« پاسخ »

$$2f(2) - f(4) = 4$$

۷- مقدار a را طوری به دست آورید که رابطه‌ی $A = \{(1, 2), (3, 2a), (3, a-7)\}$ یک تابع باشد.

« پاسخ »

باید به ازای مولفه‌های اول برابر، مولفه‌های دوم نیز برابر باشند.

$$2a = a - 7 \Rightarrow a = -7$$

۸- در تابع $f = \{(3, 4), (1, 7), (2, 9), (-1, 1)\}$ مقدار $f(3) - 2f(-1)$ چه قدر است؟

« پاسخ »

$$2f(3) - f(-1) = 2(4) - 1 = 8 - 1 = 7$$

۹- در تابع $f = \{(1, 2), (3, 5), (2, -1), (7, 10)\}$ مقدار $f(1) - 2f(2)$ چه قدر است؟

« پاسخ »

$$2f(1) - f(2) = 2(2) - (-1) = 5$$

۱۰- در تابع $f = \{(4, 1), (3, -10), (1, 5)\}$ مقدار $f(1) - 2f(3)$ چه قدر است؟

« پاسخ »

$$2f(1) - f(3) = 2(5) - (-10) = 10 + 10 = 20$$

۱۱- مقدار a را طوری به دست آورید که رابطه‌ی $R = \{(2, 7), (9, 2a), (9, 1 - a)\}$ یک تابع باشد.

« پاسخ »

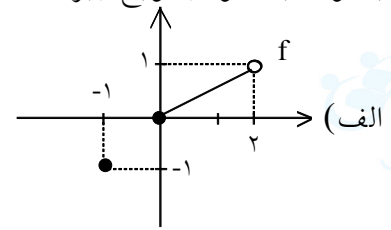
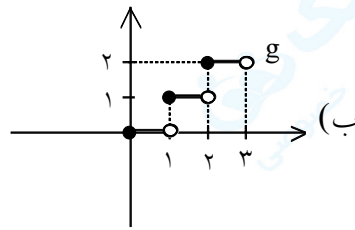
$$2a = 1 - a \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

۱۲- مقدار a را طوری به دست آورید که رابطه‌ی $R = \{(1, 4), (3, 1 + 3a), (3, 11 + a)\}$ یک تابع باشد.

« پاسخ »

$$1 + 3a = 11 + a \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

۱۳- با توجه به نمودار توابع زیر، دامنه و برد را حساب کنید.

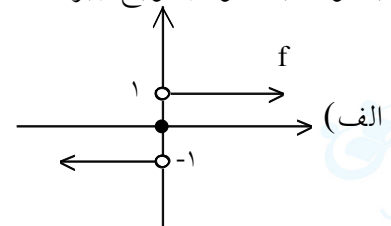
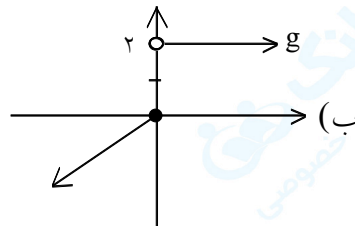


« پاسخ »

الف) $\begin{cases} D_f = [0, 2) \cup \{-1\} \\ R_f = [0, 1) \cup \{-1\} \end{cases}$

ب) $\begin{cases} D_g = [0, 3) \\ R_g = \{0, 1, 2\} \end{cases}$

۱۴- با توجه به نمودار توابع زیر، دامنه و برد را حساب کنید.

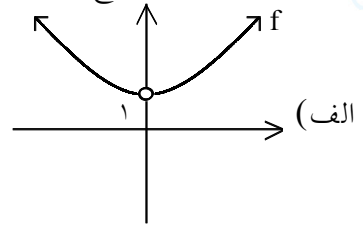
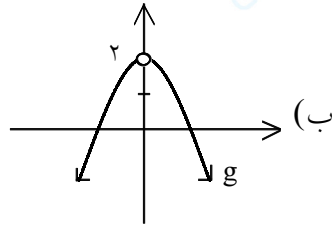


« پاسخ »

الف) $\begin{cases} D_f = R \\ R_f = \{-1, 0, 1\} \end{cases}$

ب) $\begin{cases} D_g = R \\ R_g = (-\infty, 0] \cup \{2\} \end{cases}$

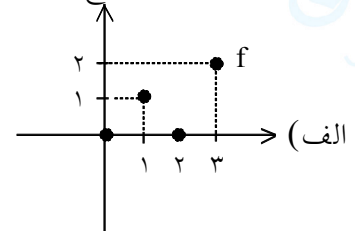
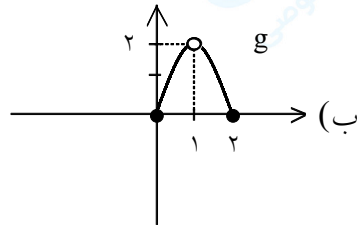
۱۵- با توجه به نمودار توابع زیر، دامنه و برد را حساب کنید.



« پاسخ »

$$\begin{aligned} \text{الف)} & \begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{0\} \\ R_f = (1, +\infty) \end{cases} \\ \text{ب)} & \begin{cases} D_g = \mathbb{R} - \{0\} \\ R_g = (-\infty, 2) \end{cases} \end{aligned}$$

۱۶- با توجه به نمودار توابع زیر، دامنه و برد را حساب کنید.



« پاسخ »

$$\begin{aligned} \text{الف)} & \begin{cases} D_f = \{0, 1, 2, 3\} \\ R_f = \{0, 1, 2\} \end{cases} \\ \text{ب)} & \begin{cases} D_g = [0, 2] - \{1\} \\ R_g = [0, 2] \end{cases} \end{aligned}$$

$$h = \{(2, -1), (4, 3), (0, 5), (1, 6), (5, 8)\}$$

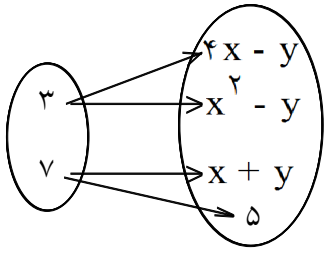
۱۷- در تابع مقابل مقادیر زیر را تعیین کنید.

$$\begin{aligned} \text{الف)} & h\left(\frac{h(1)}{h(4)}\right) \\ \text{ب)} & h\left(2\left(\frac{h(0) + h(2)}{h(5)}\right)\right) \end{aligned}$$

« پاسخ »

$$\text{الف)} \quad h\left(\frac{6}{3}\right) = h(2) = -1$$

$$\text{ب)} \quad h\left(2\left(\frac{5-1}{8}\right)\right) = h\left(2 \times \frac{1}{2}\right) = h(1) = 6$$



۱۸- اگر نمودار مقابل یک تابع باشد، مقدار $x^2 + yx - y^2$ را به دست آورید.

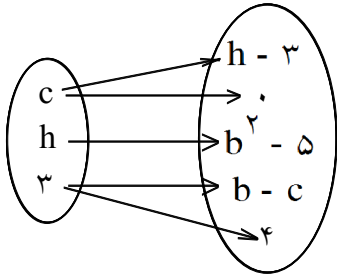
« پاسخ »

$$4x - y = x^2 - y \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$x + y = 5 \xrightarrow{x=0} y = 5$$

$$x + y = 5 \xrightarrow{x=4} 4 + y = 5 \Rightarrow y = 1$$

$$\begin{cases} x^2 + yx - y^2 = -25 \\ x^2 + yx - y^2 = 19 \end{cases}$$



۱۹- با توجه به نمودار تابع مقابل مقدار $b + 2h + c$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$h - 3 = 0 \Rightarrow h = 3$$

$$b^2 - 5 = 4 \Rightarrow b^2 = 9 \Rightarrow b = \pm 3$$

$$b = 3$$

$$b - c = 4 \xrightarrow{b=3} 3 - c = 4 \Rightarrow -c = 1 \Rightarrow c = -1$$

$$b = -3$$

$$\xrightarrow{b=-3} -3 - c = 4 \Rightarrow -c = 7 \Rightarrow c = -7$$

$$\begin{cases} b + 2h + c = 3 + 6 - 1 = 8 \\ b + 2h + c = -3 + 6 - 7 = -4 \end{cases}$$

۲۰- کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است؟

الف) $f = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$

ب) $g = \{(1, 3), (3, 2), (5, 2)\}$

ج) $h = \{(-1, 2), (-2, 3), (-3, 4), (5, 1), (1, 2)\}$

« پاسخ »

f تابع نیست، چون در دو زوج مرتب (1, 2) و (1, 3)، x ها برابرند ولی g و h تابع‌اند چون هیچ دو زوج مرتب با x های برابر ندارند.

۲۱- برای اندازه‌گیری دما از واحدهای «سانتی‌گراد C» و «فارنهایت F» استفاده می‌شود که با رابطه $F = \frac{9}{5}C + 32$ به یک‌دیگر وابسته‌اند.

الف) ۲۰- درجه‌ی سانتی‌گراد، چند درجه‌ی فارنهایت است؟

ب) ۱۰۴ درجه‌ی فارنهایت چند سانتی‌گراد است؟

پ) معادله‌ای بنویسید که سانتی‌گراد را برحسب فارنهایت به دست آورد.

ت) آیا رابطه‌ی بین این دو واحد، یک تابع خطی را معلوم می‌کند؟

« پاسخ »

الف) ۴- درجه

ب) ۴۰ سانتی‌گراد

پ)

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \Rightarrow F - 32 = \frac{9}{5}C \Rightarrow 5(F - 32) = 9C$$

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

ت) بله، یک تابع خطی است.

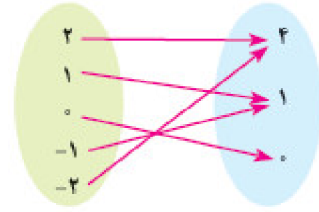
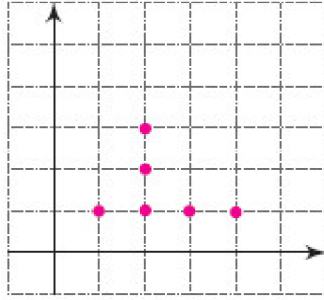
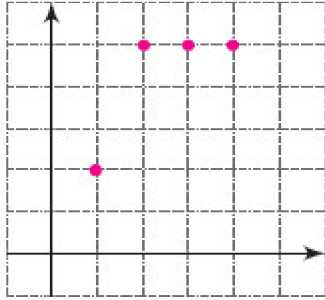
۲۲- اگر درباره‌ی تابع g داشته باشیم: $g(4) = 3$ ، $g(-2) = \frac{1}{3}$ ، $g(1) = 5$ ، $g(0) = 2$ ؛ g را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.

« پاسخ »

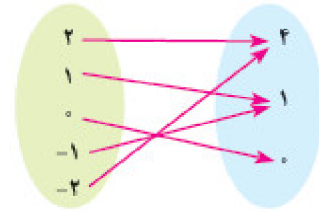
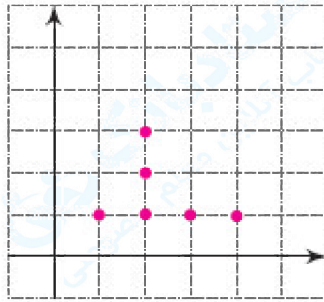
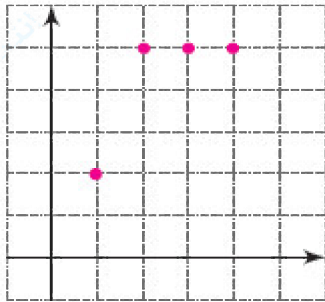
$$\left\{ (4, 3), \left(-2, \frac{1}{3}\right), (1, 5), (0, 2) \right\}$$

مجموعه سوالات استادبانک

۲۳- کدام یک تابع است؟ دامنه و برد هر تابع را معلوم کنید.



« پاسخ »



تابع است

تابع نیست

تابع است

$$D = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$R = \{2, 5\}$$

$$D = \{1, 2, 0, -2, -1\}$$

$$R = \{4, 1, 0\}$$

مجموعه سوالات استادبانک

۲۴- دنباله‌ی شکل‌های زیر را در نظر بگیرید:



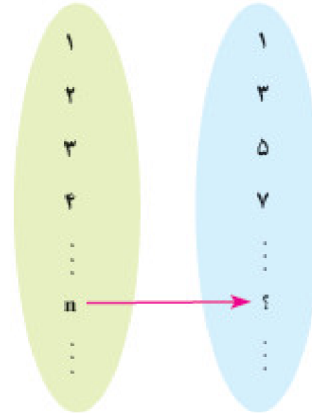
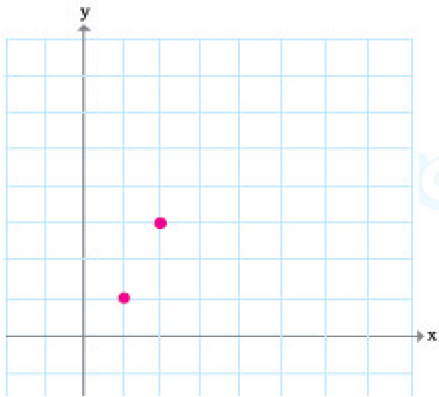
جدول را کامل کنید.

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	۱۰۰	...	n	...
تعداد دایره‌ها	۱	۳				

چرا این جدول یک تابع را نشان می‌دهد؟ نمایش زوج‌مرتبی این تابع:

$$f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), \dots, (100, \quad), \dots, (n, \quad), \dots\}$$

نمودار پیکانی و نمودار مختصاتی این تابع را رسم کنید.

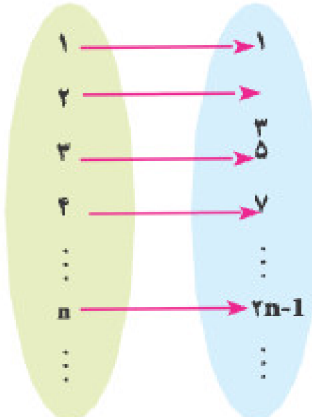
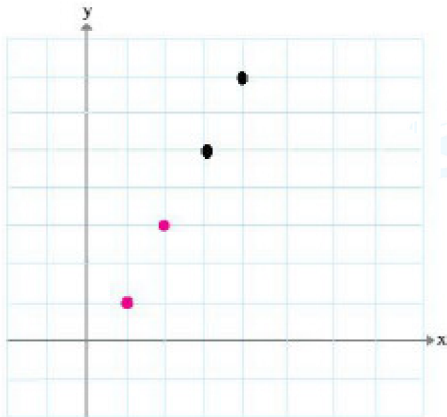


دامنه و برد این تابع را بنویسید. دامنه و برد چه مجموعه‌هایی هستند؟ نام ببرید.

« پاسخ »

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	۱۰۰	...	n	...
تعداد دایره‌ها	۱	۳	۵	۷	۹	۱۱	...	۱۹۹	...	۲n-1	...

$$\{(1, 1), (2, 3), (3, 5), \dots, (100, 199), \dots, (n, 2n-1)\}$$



دامنه: $\{1, 2, 3, \dots, n\}$

برد: $\{1, 3, 5, \dots, 2n-1\}$

دامنه اعداد طبیعی و برد اعداد طبیعی فرد است.

۲۵- اگر f یک تابع خطی باشد، $f(2x + 3) + f(2) = 6x - 1$ ، آن گاه $f(x)$ و $f(3)$ را حساب کنید.

« پاسخ »

f یک تابع خطی است بنابراین به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم.

$$f(2x + 3) + f(2) = 6x - 1 \Rightarrow a(2x + 3) + b + 2a + b = 6x - 1$$

$$2ax + 3a + b + 2a + b = 6x - 1 \Rightarrow 2ax + 5a + 2b = 6x - 1$$

$$\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 5a + 2b = -1 \xrightarrow{a=3} 15 + 2b = -1 \Rightarrow 2b = -16 \Rightarrow b = -8 \end{cases}$$

$$f(x) = 3x - 8 \Rightarrow f(3) = 9 - 8 = 1$$

۲۶- اگر f یک تابع خطی و $f(x + 2) + f(x - 3) = 4x + 11$ باشد، ضابطه $f(x)$ را حساب کنید.

« پاسخ »

f یک تابع خطی است بنابراین $f(x) = ax + b$

$$f(x + 2) + f(x - 3) = a(x + 2) + b + a(x - 3) + b = ax + 2a + b + ax - 3a + b$$

$$= 4x + 11$$

$$2ax - a + 2b = 4x + 11 \Rightarrow \begin{cases} 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ -a + 2b = 11 \Rightarrow 2b = 13 \Rightarrow b = 6/5 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 2x + 6/5$$

۲۷- تابعی خطی $f(x) = 2 - x$ را با دامنه‌ی $[-1, 4]$ رسم کنید و مقادیر $f(0)$ و $f(\frac{1}{2})$ و $f(\frac{7}{2})$ را حساب کنید.

« پاسخ »



$$f(0) = 2, f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 - \frac{1}{2}, f\left(\frac{7}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

۲۸- مقدار m را طوری بیابید که رابطه‌ی زیر یک تابع باشد و سپس دامنه و برد آنرا تعیین کنید.

$$R = \{(1, m+2), (2, 3), (1, m^2), (m, -1)\}$$

« پاسخ »

۲ نمره

شرط تابع بودن R :

$$m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } m = -1 \\ \text{غ ق ق } m = 2 \end{cases}$$

اگر $m = -1 \Rightarrow R = \{(1, 1), (2, 3), (-1, -1)\}$

دامنه = $\{1, 2, -1\}$

برد = $\{1, 3, -1\}$

۲۹- باتوجه به ضابطه (فرمول) تابع $y = f(x) = -x + 1$ جدول مقابل را کامل کنید.

x	-۲	۰	۱	۲
y				

« پاسخ »

x	-۲	۰	۱	۲
y	۳	۱	۰	-۱

هر مورد (۰/۲۵)

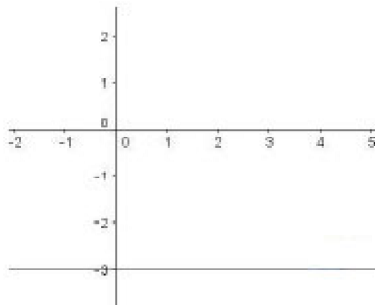
۳۰- الف) تابع $f(x) = -3$ را رسم کنید و مقادیر $f(2)$ و $f(100)$ و $f(-5)$ و $f(\sqrt{5})$ و $f(-\frac{3}{4})$ را به دست آورید.

ب) اگر دامنه‌ی این تابع مجموعه‌ی اعداد حقیقی باشد، نمودار تابع را رسم کنید.
پ) نمودار این تابع را وقتی که دامنه‌ی آن بازه‌ی $[-2, 5]$ باشد، نیز رسم کنید.

« پاسخ »

الف) چون تابع ثابت است، تمام مقادیر برابر -3 است.
ب) همان شکل فوق

پ)



۳۱- نمایش جبری تابع خطی را طوری بیابید که $f(2) = 6$ و $f(-4) = -9$ ، سپس $f(1)$ را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} f(2) = 6 &\Rightarrow A(2, 6) \\ f(-4) = -9 &\Rightarrow B(-4, -9) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 + 9}{2 + 4} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 6 = \frac{5}{2}(x - 2) \Rightarrow y = \frac{5}{2}x - 5 + 6 \Rightarrow y = \frac{5}{2}x + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{5}{2}x + 1$$

$$f(1) = \frac{5}{2} + 1 = \frac{7}{2}$$

۳۲- در تابع خطی $M(x) = 2/89x + 70/64$ اگر x طول استخوان بازو (از آرنج تا شانه) و $M(x)$ طول قد یک انسان بزرگسال (مرد) باشد.

- الف) اگر طول استخوان بازوی یک مرد ۴۰ سانتی متر باشد، طول قد او چه قدر است؟
ب) اگر قد یک مرد ۱۸۰ سانتی متر باشد، طول استخوان بازوی او چه قدر است؟

« پاسخ »

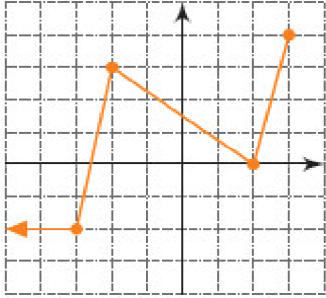
(الف)

$$x = 40 \Rightarrow M(40) = 2/89(40) + 70/64 = 115/6 + 70/64 = 186/24 \text{ cm}$$

(ب)

$$\begin{aligned} M(x) = 180 &\Rightarrow 2/89x + 70/64 = 180 \Rightarrow 2/89x = 180 - 70/64 \\ x &= 37/84 \text{ cm} \end{aligned}$$

۳۳- نمودار تابع f داده شده است. ضابطه‌ی این تابع را بنویسید و مقادیر خواسته شده را حساب کنید.



$$f(\sqrt{5})$$

$$f(6)$$

$$f(3)$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$f(0)$$

$$f\left(-\frac{5}{2}\right)$$

« پاسخ »

$$f(\sqrt{5}) = 4\sqrt{5} - 8$$

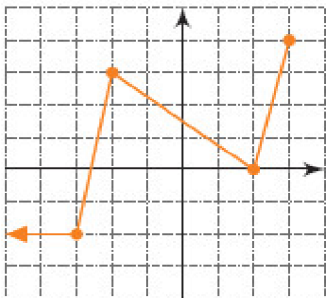
تعریف نشده: $f(6)$

$$f(3) = 4$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{8}$$

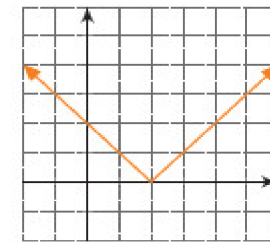
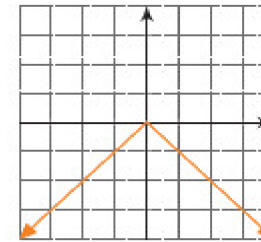
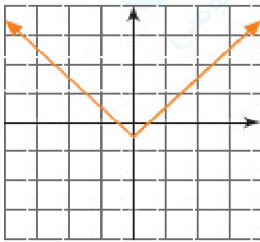
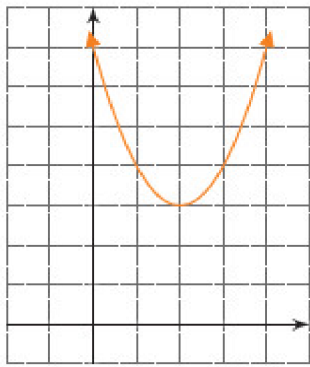
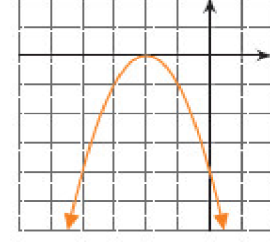
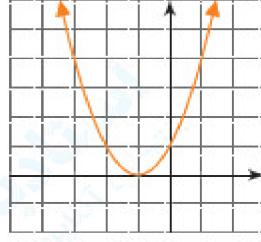
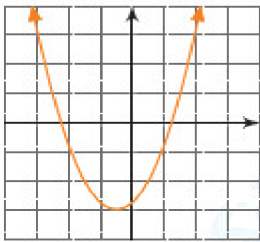
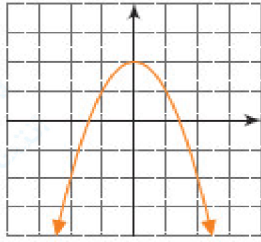
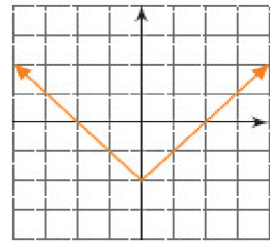
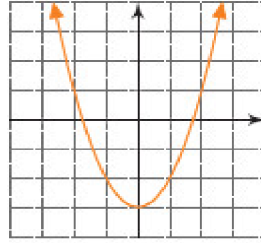
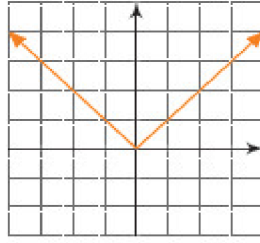
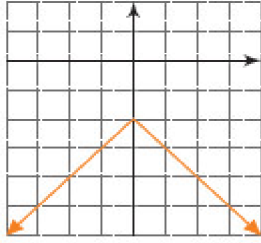
$$f(0) = \frac{3}{2}$$

$$f\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{1}{2}$$



$$f(x) = \begin{cases} -2 & x < -2 \\ 5x + 13 & -2 \leq x < 0 \\ -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2} & 0 \leq x < 2 \\ 4x - 8 & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

۳۴- هریک از نمودارهای زیر کدام یک از تابع‌های (الف) تا (ر) را نمایش می‌دهد؟ دامنه و برد این توابع چیست؟



ت) $y = -|x|$

پ) $y = |x|$

ب) $y = -x^2 + 2$

الف) $y = x^2 - 3$

ح) $y = -(x+2)^2$

چ) $y = |x-2|$

ج) $y = |x| - \frac{1}{4}$

ث) $y = (x+1)^2$

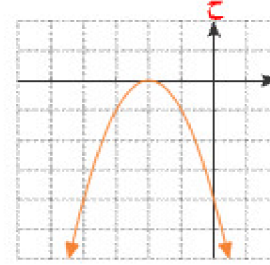
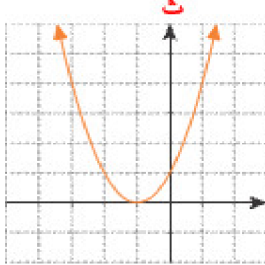
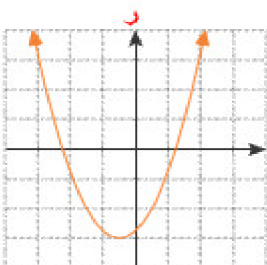
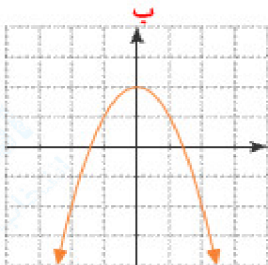
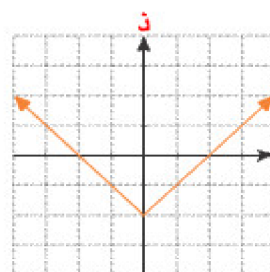
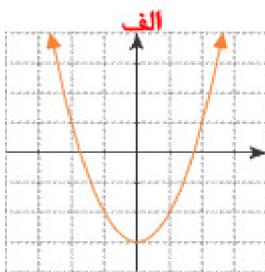
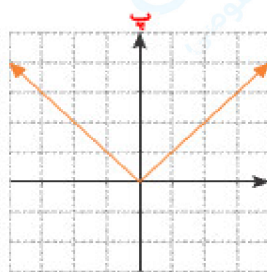
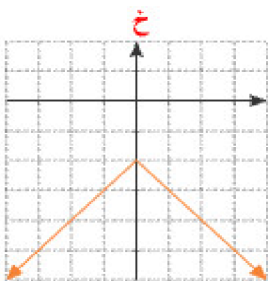
د) $y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 3$

ذ) $y = |x| - 2$

د) $y = (x-2)^2 + 3$

خ) $y = -|x| - 2$

« پاسخ »



۳۵- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را بررسی کنید.

الف) دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 1$ برابر $(0, +\infty)$ و بُرد آن نیز $(0, +\infty)$ است.

ب) دامنه‌ی تابع $f(x) = |x| - \frac{1}{3}$ همگی اعداد حقیقی و بُرد آن $(2, +\infty)$ است.

پ) دامنه‌ی تابع ثابت $f(x) = 2$ برابر $(-\infty, +\infty)$ است.

ت) اگر $f(x) = 2x + 1$ آن‌گاه، $f(1) = \frac{f(2)}{2}$.

« پاسخ »

ت) نادرست

پ) درست

ب) نادرست

الف) نادرست

۳۶- در شکل‌های زیر نمودار توابع درجه‌ی دوم f ، g ، h و t رسم شده‌اند.

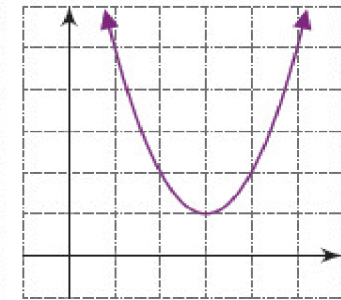
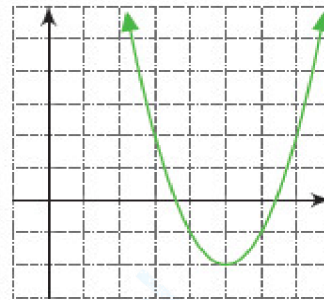
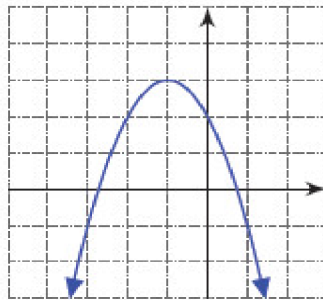
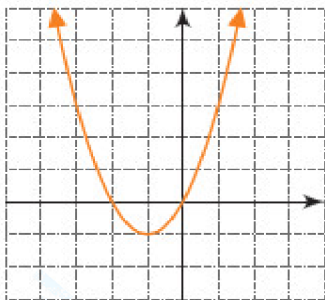
$$f(x) = (x - 5)^2 - 2$$

$$h(x) = (x - 3)^2 + 1$$

$$g(x) = (x + 1)^2 - 1$$

$$t(x) = -(x + 1)^2 + 3$$

الف) هریک از نمودارها کدام تابع را نشان می‌دهند؟
ب) دامنه و برد هریک از این توابع را به دست آورید:



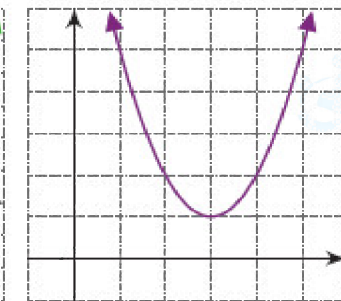
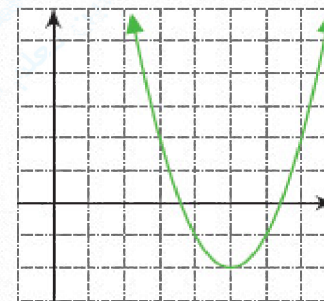
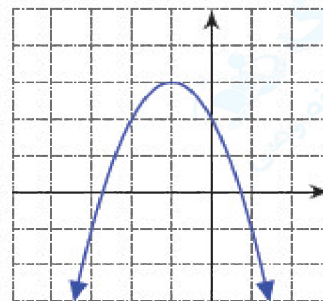
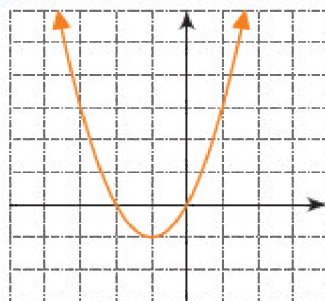
« پاسخ »

$g(x)$

$t(x)$

$f(x)$

$h(x)$



$$D_g = \mathbb{R}$$

$$R_g \Rightarrow [-1, +\infty)$$

$$D_t = \mathbb{R}$$

$$R_t \Rightarrow (-\infty, 3]$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f \Rightarrow [-2, +\infty)$$

$$D_h = \mathbb{R}$$

$$R_h \Rightarrow [1, +\infty)$$

مجموعه سوالات استادبانک

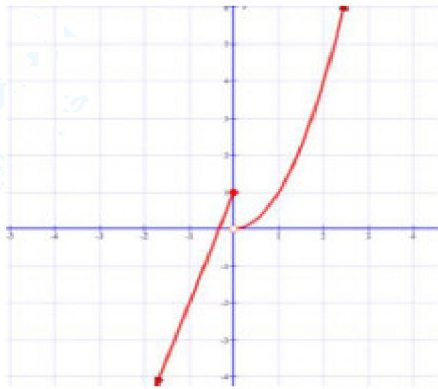
۳۷- نمودار تابع‌های زیر را رسم و دامنه و برد آنها را مشخص کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 3x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x - 5 & x > 2 \\ 1 & -3 < x \leq 2 \\ -\frac{1}{3}x & x \leq -3 \end{cases}$$

مقادیر $f(0)$ ، $g(0)$ ، $f(5)$ ، $g(2)$ ، $f(-2)$ و $g\left(-\frac{1}{5}\right)$ را به دست آورید.

« پاسخ »

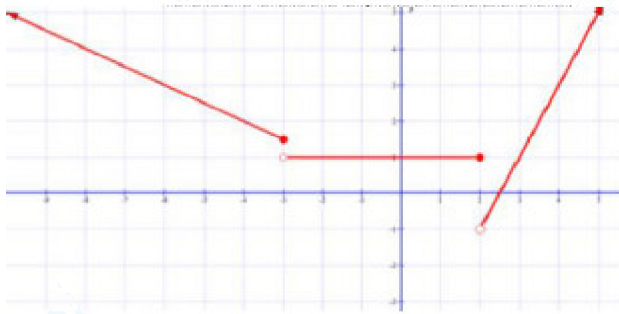


$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = \mathbb{R}$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$R_g = (-1, +\infty)$$



$$f(0) = 1$$

$$g(0) = 1$$

$$g\left(-\frac{1}{5}\right) = 1$$

$$f(5) = 25$$

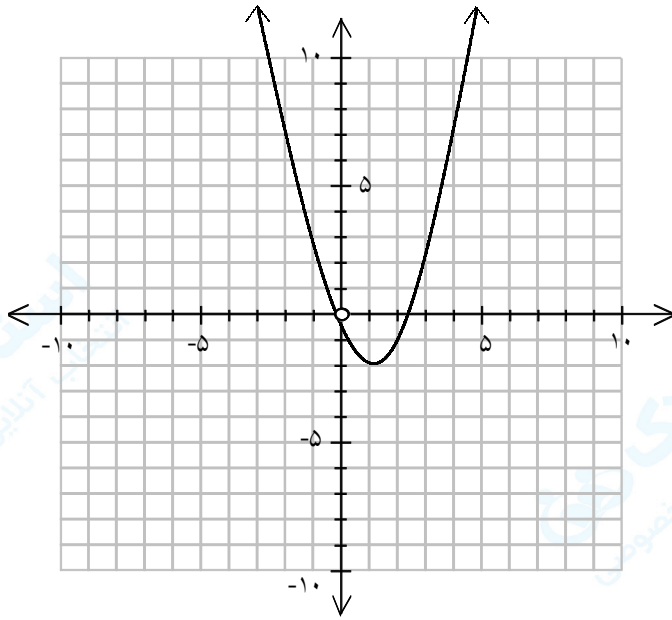
$$g(2) = 1$$

$$f(-2) = -5$$

مجموعه سوالات استادبانک

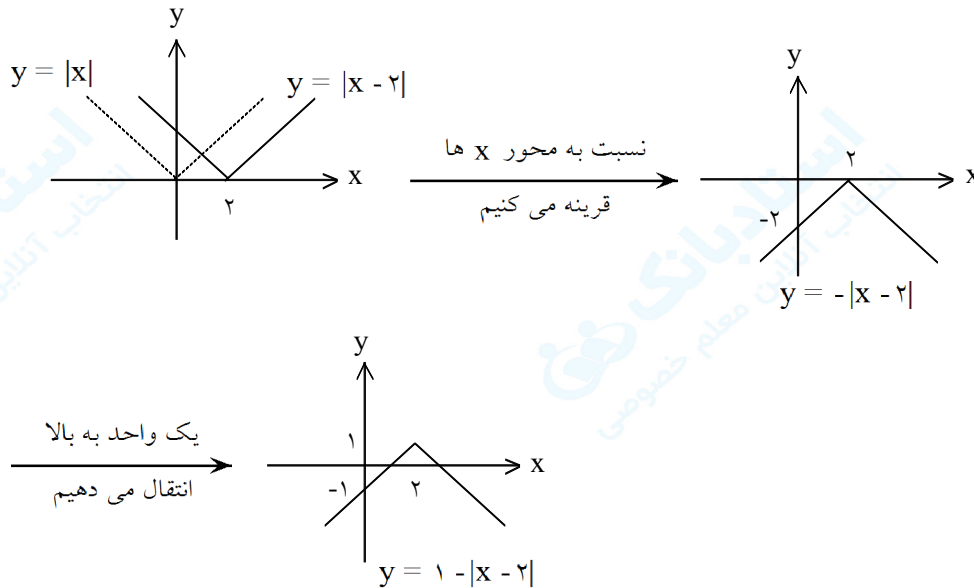
۳۸- نمودار تابع $f(x) = (x - 1)^2 - 2$ را رسم کنید.

« پاسخ »

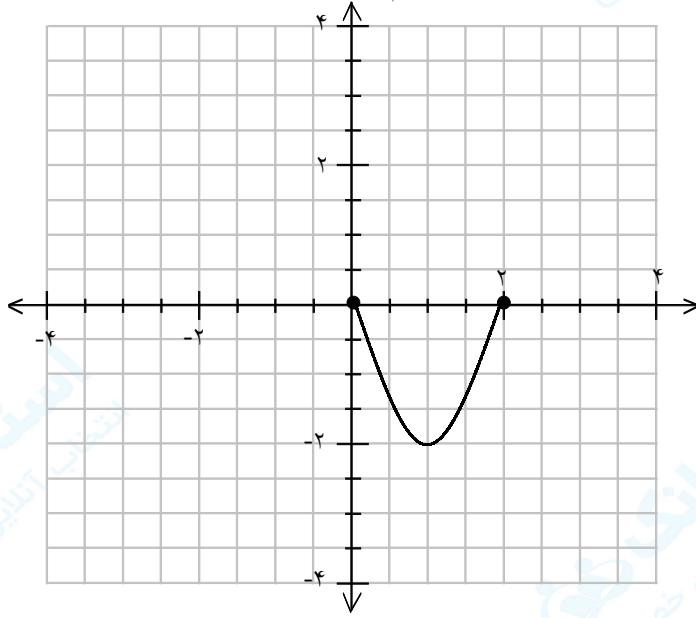


۳۹- با استفاده از نمودار $f(x) = |x|$ نمودار تابع $y = 1 - |x - 2|$ را رسم کنید.

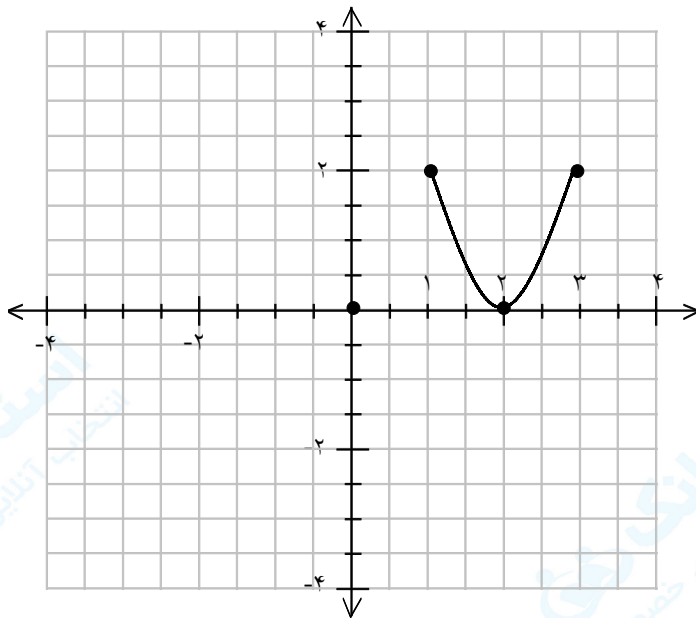
« پاسخ »



۴۰- اگر نمودار زیر نمایش تابع $y = f(x)$ باشد، نمودار تابع $y = f(x - 1) + 2$ را رسم کنید.



« پاسخ »



مجموعه سوالات استادبانک

۴۱- الف) a, b را چنان بیابید که R تابع شود. سپس دامنه و برد را بیابید.

$$R = \{(5, a^2 - 2a), (6, b^3 - 1), (7, -2), (5, 3), (6, 26)\}$$

$$g = \begin{cases} |x - 3| + 2 & x > 1 \\ -3 & x < 1 \end{cases}$$

ب) نمودار تابع g را رسم کنید و برد تابع را بیابید.

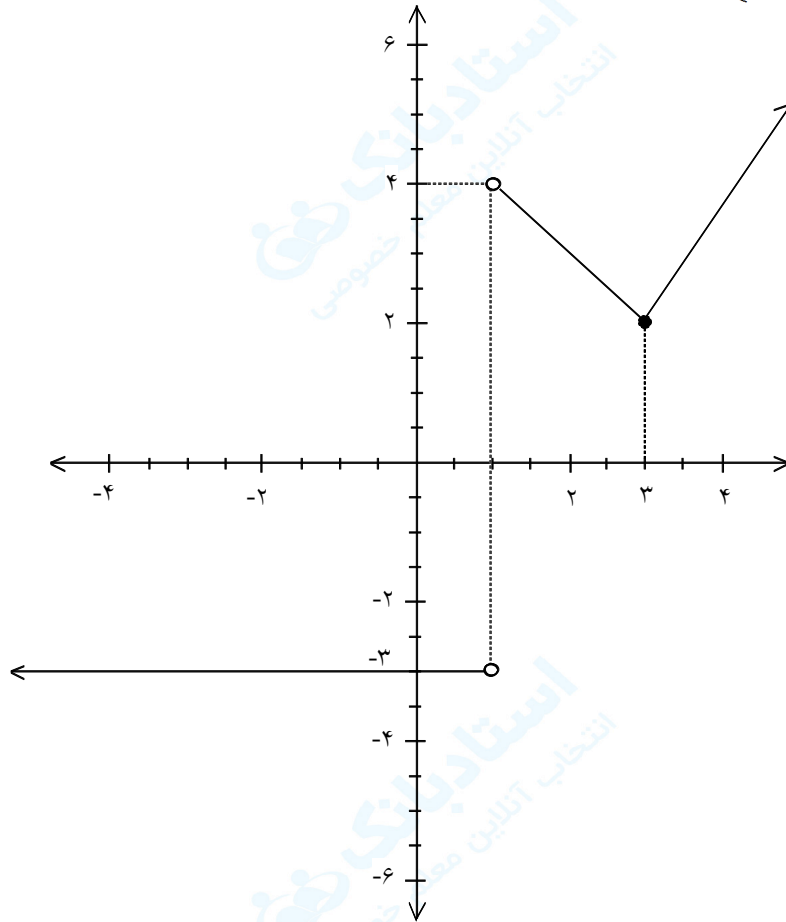
« پاسخ »

$$b^3 - 1 = 26 \Rightarrow b = 3$$

$$a^2 - 2a = 3 \Rightarrow a = 3 \text{ یا } a = -1$$

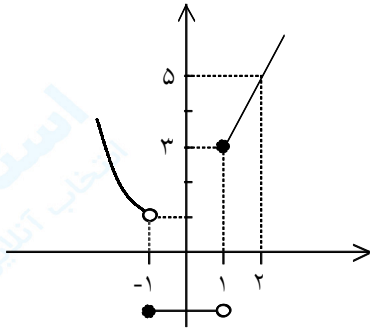
$$R_g = \{-3\} \cup [2, +\infty)$$

$$g = \begin{cases} |x - 3| + 2 & x > 1 \\ -3 & x < 1 \end{cases} \text{ (ب)}$$



۴۲- الف) نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ -1 & -1 \leq x < 1 \\ 2x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ را رسم کنید.
 ب) حاصل $f(-3) + f(1)$ را به دست آورید.
 ج) $f(f(-2))$ را به دست آورید.

« پاسخ »

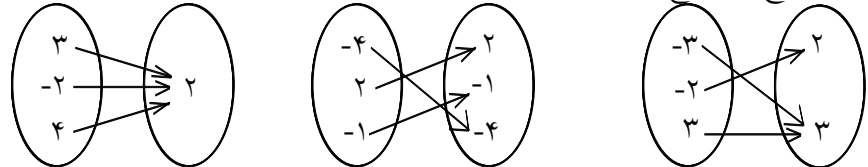


$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < -1 \\ -1 & -1 \leq x < 1 \\ 2x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(-3) = (-3)^2 = 9, f(1) = 2(1) + 1 = 3 \Rightarrow f(-3) + f(1) = 12$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4 \Rightarrow f(f(-2)) = f(4) = 2(4) + 1 = 9$$

۴۳- الف) نوع هر تابع را مشخص کنید.



ب) اگر $f(x) = \{(2, b), (a, 4), (2, a + b)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقادیر $a + b$ را بیابید.

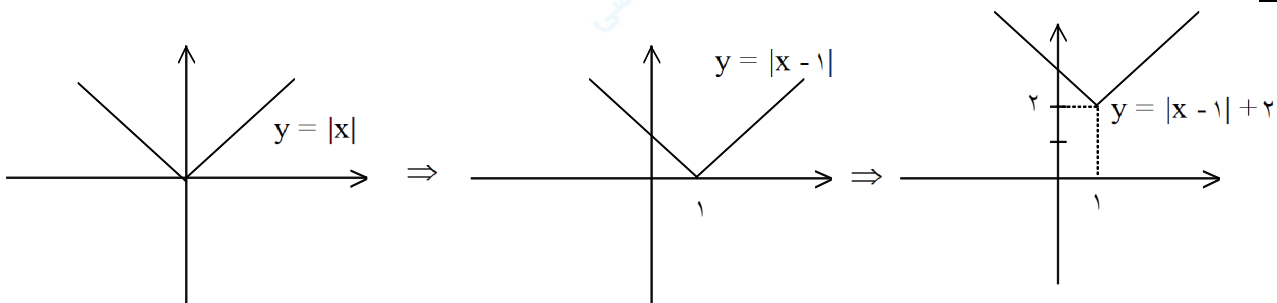
« پاسخ »

الف) قدرمطلق - همانی - ثابت

$$b = 4 = b + a \Rightarrow b = 4, a = 0$$

۴۴- ابتدا نمودار تابع $y = |x - 1| + 2$ را به کمک انتقال رسم کنید و سپس با استفاده از نمودار دامنه و برد آن را مشخص کنید.

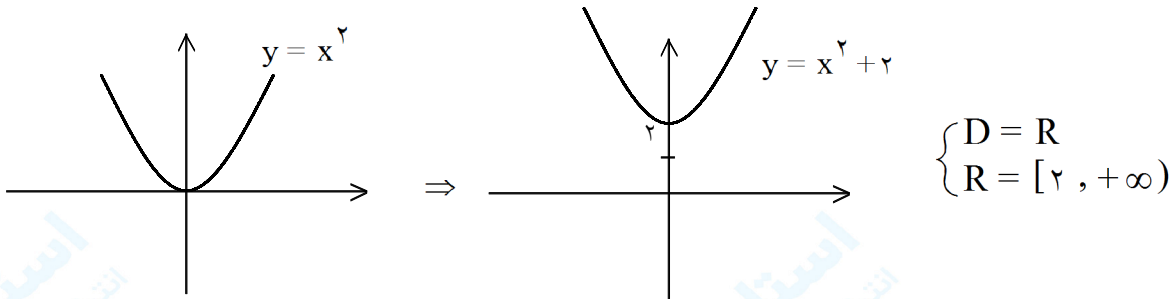
« پاسخ »



$$\begin{cases} D = \mathbb{R} \\ R = [2, +\infty) \end{cases}$$

۴۵- ابتدا نمودار تابع $y = x^2 + 2$ را به کمک انتقال رسم کنید و سپس با استفاده از نمودار دامنه و برد آن را مشخص کنید.

« پاسخ »



۴۶- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت باشد، به طوری که $f(g(1)) + f(-4) = 5g(4) + 5 = g^2(10)$ ، حاصل $g(f(9))$ را حساب کنید.

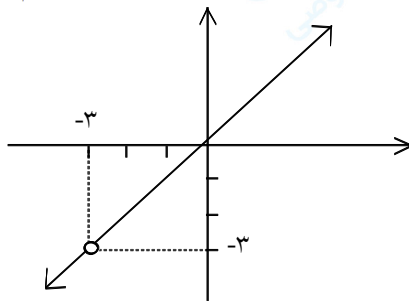
« پاسخ »

$$\begin{aligned} f(x) &= x \\ g(x) &= k \\ \Rightarrow k^2 - 5k + 5 &= f(k) - 4 \Rightarrow k^2 - 5k + 5 = k - 4 \Rightarrow k^2 - 6k + 9 = 0 \\ \Rightarrow (k - 3)^2 &= 0 \Rightarrow k = 3 \\ g(f(9)) &= g(9) = 3 \end{aligned}$$

۴۷- اگر $f(x) = \frac{x^2 + ax + a - 3}{x + 3}$ تابع همانی باشد، مقدار a را به دست آورید و نمودار تابع را رسم کنید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} f(x) &= x(x \neq -3) \Rightarrow \frac{x^2 + ax + a - 3}{x + 3} = x \Rightarrow \cancel{x}^2 + ax + a - 3 = \cancel{x}^2 + 3x \Rightarrow ax + a - 3 = 3x \\ \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases} \end{aligned}$$



$$D = R - \{-3\}$$

مجموعه سوالات استادبانک

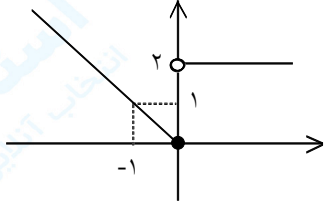
۴۸- اگر $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x \geq 2 \\ 3x - 7 & x \leq 2 \end{cases}$ یک تابع باشد، a را حساب کنید.

« پاسخ »

برای تابع بودن باید $f(2)$ برای هر دو ضابطه برابر باشد.

$$\begin{cases} f(2) = 2a + 1 \\ f(2) = 6 - 7 = -1 \end{cases} \Rightarrow 2a + 1 = -1 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

۴۹- ضابطه‌ی نمودار زیر را به صورت چند ضابطه بنویسید.



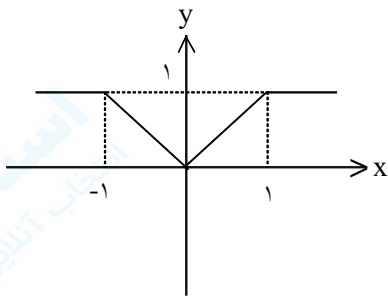
« پاسخ »

$x > 0 \Rightarrow$ تابع ثابت است $\Rightarrow y = 2$

$x \leq 0 \Rightarrow$ نیمساز ربع دوم و چهارم $\Rightarrow y = -x$

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x > 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$$

۵۰- ضابطه‌ی نمودار زیر را به صورت چند ضابطه بنویسید.



« پاسخ »

$x < -1 \Rightarrow$ تابع ثابت است $\Rightarrow y = 1$

$-1 \leq x < 0 \Rightarrow$ نیمساز ربع دوم و چهارم $\Rightarrow y = -x$

$0 \leq x < 1 \Rightarrow$ نیمساز ربع اول و سوم $\Rightarrow y = x$

$x \geq 1 \Rightarrow$ تابع ثابت است $\Rightarrow y = 1$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 1 \\ x & 0 \leq x < 1 \\ -x & -1 \leq x < 0 \\ 1 & x < -1 \end{cases}$$

۵۱- جاهای خالی را پر کنید.

تابع	$f(x) = 3x + 5$	$g(x) = x^2 - 5$
دامنه تابع		$[-2, 5]$
برد تابع	$[2, 8]$	

« پاسخ »

$$R_f = [2, 8]$$

$$2 \leq 3x + 5 \leq 8 \xrightarrow{-5} -3 \leq 3x \leq 3 \xrightarrow{\div(3)} -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_f = [-1, 1]$$

$$D_g = [-2, 5]$$

$$-2 \leq x \leq 5 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} 0 \leq x^2 \leq 25 \xrightarrow{-5} -5 \leq x^2 - 5 \leq 20 \Rightarrow R_g = [-5, 20]$$

تابع	$f(x) = 3x + 5$	$g(x) = x^2 - 5$
دامنه تابع	$[-1, 1]$	$[-2, 5]$
برد تابع	$[2, 8]$	$[-5, 20]$

۵۲- اگر $t = \{(2, a - b), (3, 4), (5, 3a + b)\}$ یک تابع ثابت باشد a و b را حساب کنید.

« پاسخ »

در تابع ثابت همگی y ها برابر هستند.

$$\begin{cases} a - b = 4 \\ 3a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2 - b = 4 \Rightarrow -b = 2 \Rightarrow b = -2$$

۵۳- اگر $t = \{(0, a + b), (2, 3a - b), (4, 2c - 6)\}$ یک تابع همانی باشد، a ، b ، c را حساب کنید.

« پاسخ »

در تابع همانی x و y برابر است.

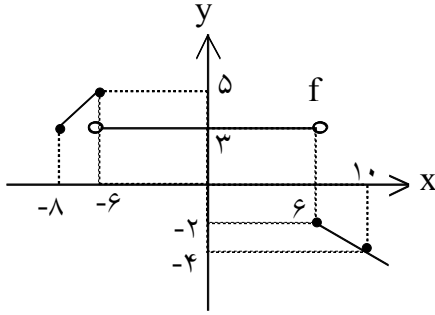
$$(0, a + b) \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow a = -b$$

$$(2, 3a - b) \Rightarrow 3a - b = 2 \xrightarrow{a = -b} 3(-b) - b = 2 \Rightarrow -4b = 2 \Rightarrow b = -\frac{1}{4}$$

$$b = -\frac{1}{4} \longrightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$(4, 2c - 6) \Rightarrow 2c - 6 = 4 \Rightarrow 2c = 10 \Rightarrow c = 5$$

۵۴- دامنه و برد تابع مقابل را نوشته و ضابطه‌ی آنرا به دست آورید.



« پاسخ »

$$D_f = [-8, +\infty), R_f = (-\infty, -2] \cup [3, 5]$$

قطعه‌ی سمت چپ: $\begin{cases} A(-8, 3) \\ B(-6, 5) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{-6 + 8} = 1$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = 1(x + 8) \Rightarrow y = x + 11$$

قطعه‌ی وسط: $-6 < x < 6, y = 3$

قطعه‌ی سمت راست: $\begin{cases} C(6, -2) \\ D(10, -4) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{-4 - (-2)}{10 - 6} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y + 2 = -\frac{1}{2}(x - 6) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x + 11 & -8 \leq x \leq -6 \\ 3 & -6 < x < 6 \\ -\frac{1}{2}x + 1 & x \geq 6 \end{cases}$$

برای نوشتن ضابطه‌ی مربوط به یک نمودار، به نقاط توپُر و توخالی توجه کنید. همچنین در هر تکه از نمودار به محدوده‌ی x دقت کنید.

۵۵- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ x + 1 & -1 \leq x < 0 \\ 1 & x < -1 \end{cases}$ را رسم کنید.

« پاسخ »

نمره ۱/۲۵

$y = x^2$

x	۰	۱
y	۰	۱

, $y = x + 1, -1 \leq x < 0$

x	-۱	۰
y	۰	۱

$y = 1, x < -1$

x	-۲	-۱
y	۱	۱

