

# استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

\* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

# مجموعه سوالات استادبانک

۱- در جاهای خالی یکی از علامت‌های «>»، «<»، «=» یا «≠» را قرار دهید.

$$(-0.1)^5 \circ (-0.1)^3$$

$$(-2)^5 \circ (-2)^4$$

$$(0.1)^5 \circ (0.1)^3$$

$$\sqrt[5]{0.00001} \circ 0.1$$

« پاسخ »

$$(-0.1)^5 > (-0.1)^3$$

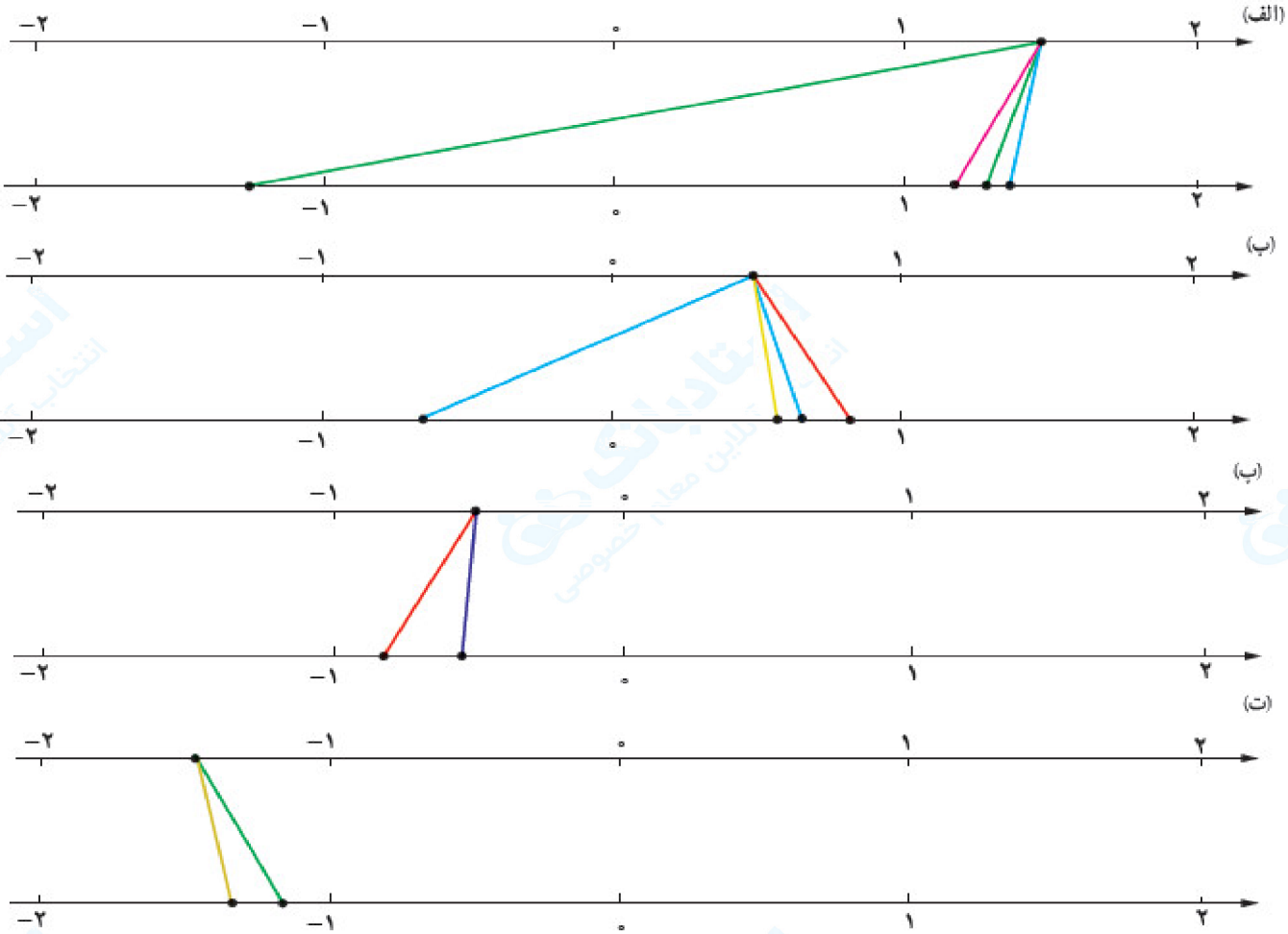
$$(-2)^2 < (-2)^4$$

$$(0.1)^5 < (0.1)^3$$

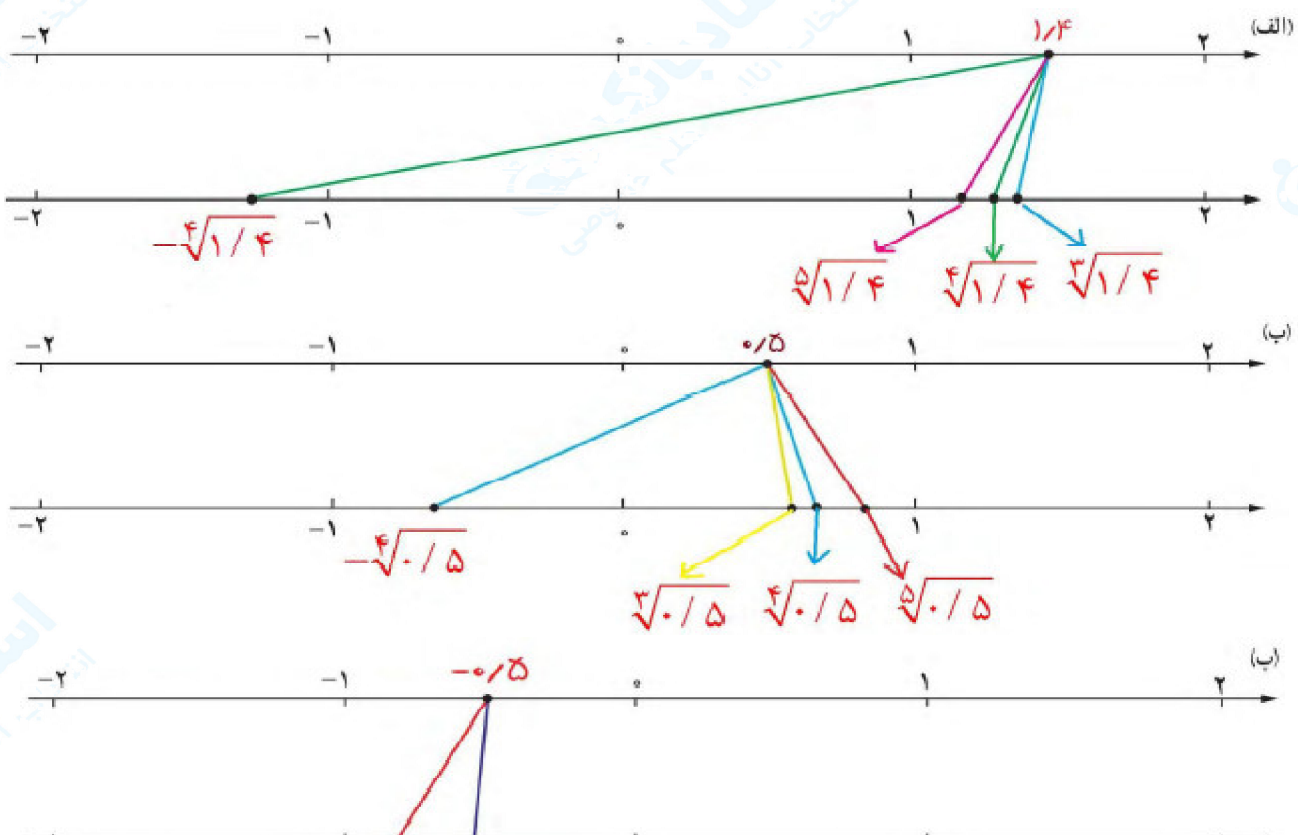
$$\sqrt[5]{0.00001} = 0.1$$

# مجموعه سوالات استادبانک

۲- در هریک از شکل‌های زیر، نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است. مشخص کنید هر رنگ مربوط به کدام ریشه است.



« پاسخ »



# مجموعه سوالات استادبانک

۳- با توجه به آنچه درباره‌ی ریشه‌ی سوم اعداد درک کرده‌اید، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

الف)  $a$  عددی مثبت است و  $\sqrt[3]{a} > a$  چه عددی می‌تواند باشد؟

ب)  $a$  عددی است که ریشه‌ی سوم آن با خودش برابر است؛ یعنی  $\sqrt[3]{a} = a$  چه عددی می‌تواند باشد؟

پ)  $a$  عددی مثبت است و  $\sqrt[3]{a} < a$  چه عددی می‌تواند باشد؟

ت) به موارد الف و پ برای حالتی که  $a$  عددی منفی باشد نیز پاسخ دهید.

« پاسخ »

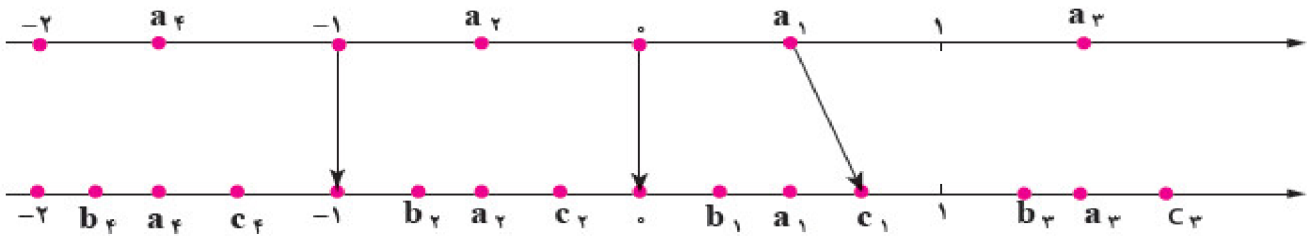
الف) می‌تواند هر عددی بین صفر و یک باشد.

ب) ۱ یا صفر یا -۱

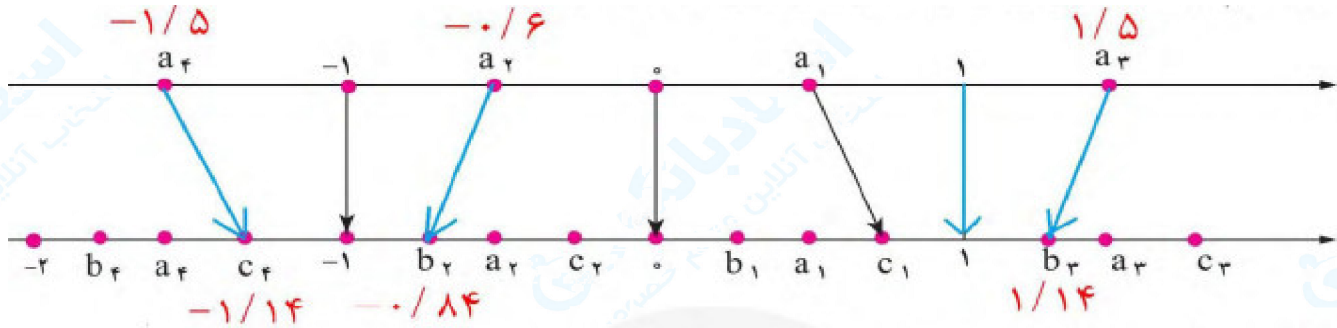
پ) حتماً عددی بزرگ‌تر از یک خواهد بود.

ت) در حالت الف: حتماً آن عدد کم‌تر از -۱ است. در حالت پ: حتماً آن عدد بین -۱ و صفر است.

۴- مانند نمونه در شکل زیر، هریک از نقاط مشخص شده روی محور بالا را به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشه‌ی سوم آن عدد است، وصل کنید. (یک مثال عددی از هر مورد ارائه کنید.)



« پاسخ »

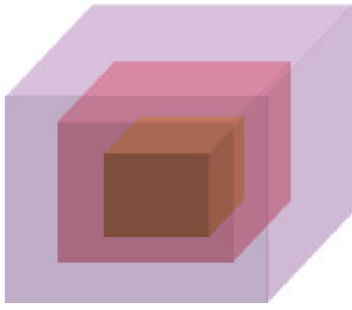


۵- جاهای خالی را در جدول تکمیل کنید.

عدد	-۳۲		-۲۴۳			
	-۲	۵		-۱	-۱۰	

« پاسخ »

عدد	-۳۲	۳۱۲۵	-۲۴۳	-۱	-۱۰۰۰۰۰	۱۰۲۴
	-۲	۵	-۳	-۱	-۱۰	۴



۶- سه مکعب تو در تو مانند شکل مقابل واقع شده‌اند. حجم مکعب بیرونی (بزرگ) برابر ۶۴ و حجم مکعب داخلی (کوچک) ۲۷ است. طول ضلع مکعب میانی چه عددی می‌تواند باشد؟ (حداقل سه پاسخ متفاوت ارائه کنید).

« پاسخ »

طول ضلع مکعب بیرونی ۴ و طول ضلع مکعب داخلی ۳ می‌باشد. بنابراین طول ضلع مکعب میانی می‌تواند هر یک از اعداد بین ۳ و ۴ باشد. به طور مثال می‌تواند ۳/۱ یا ۳/۵ یا ۳/۹ باشد.

۷- با هر تساوی توانی یک تساوی رادیکالی بنویسید. هم‌چنین نظیر هر تساوی رادیکالی یک تساوی توانی بنویسید. مانند نمونه‌ها:

$$(-3)^3 = -27 \Leftrightarrow \sqrt[3]{-27} = -3$$

$$\sqrt{81} = 9 \Leftrightarrow 9^2 = 81$$

$$(-5)^3 = -125 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{50} = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow$$

$$(0.25)^2 = 0.0625 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \Leftrightarrow$$

$$(0.5)^2 = 0.25 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{45} = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow$$

« پاسخ »

$$(-5)^3 = -125 \Leftrightarrow \sqrt[3]{-125} = -5$$

$$\sqrt{50} = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow (5\sqrt{2})^2 = 50$$

$$(0.25)^2 = 0.0625 \Leftrightarrow \sqrt{0.0625} = 0.25$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \Leftrightarrow (-2)^3 = -8$$

$$(0.5)^2 = 0.25 \Leftrightarrow \sqrt{0.25} = 0.5$$

$$\sqrt{45} = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow (3\sqrt{5})^2 = 45$$

۸- ساده کنید.

$$1) \sqrt{8} + 3\sqrt{125} + \sqrt{20} - \sqrt{200}$$

$$2) 2\sqrt{9} + \sqrt{3} + 2\sqrt{12} + 5$$

« پاسخ »

$$1) \sqrt{8} + 3\sqrt{125} + \sqrt{20} - \sqrt{200} = \sqrt{4 \times 2} + 3\sqrt{25 \times 5} + \sqrt{4 \times 5} - \sqrt{100 \times 2}$$

$$= 2\sqrt{2} + 15\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 10\sqrt{2} = 17\sqrt{5} - 8\sqrt{2}$$

$$2) 2\sqrt{9} + \sqrt{3} + 2\sqrt{12} + 5 = 2 \times 3 + \sqrt{3} + 2\sqrt{4 \times 3} + 5 = 6 + \sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 5$$

$$= 11 + 5\sqrt{3}$$

۹- عبارت رادیکالی زیر را ساده کنید.

$$\frac{\sqrt{8x^3 y^2}}{\sqrt{2x}} \quad (x, y > 0)$$

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt{8x^3 y^2}}{\sqrt{2x}} = \sqrt{\frac{8x^3 y^2}{2x}} = \sqrt{4x^2 y^2} = 2xy$$

۱۰- جمع رادیکالی مقابل را انجام دهید.

$$3\sqrt{54} - \frac{1}{2}\sqrt{128} - \sqrt{128} + 5\sqrt{18}$$

« پاسخ »

$$3\sqrt{2 \times 3^3} - \frac{1}{2}\sqrt{2^7} - \sqrt{2^7} + 5\sqrt{2 \times 3^2} = 9\sqrt{2} - \frac{1}{2} \times 2^3\sqrt{2} - 2^2\sqrt{2} + 5 \times 3\sqrt{2}$$

$$= 9\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 11\sqrt{2}$$

۱۱- جمع رادیکالی مقابل را انجام دهید.

$$3\sqrt[4]{162} - 7\sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{1250}$$

« پاسخ »

$$= 3\sqrt[4]{2 \times 3^4} - 7\sqrt[4]{2^4 \times 2} + \sqrt[4]{2 \times 5^4} = 9\sqrt[4]{2} - 14\sqrt[4]{2} + 5\sqrt[4]{2} = 0$$

۱۲- جمع رادیکالی مقابل را انجام دهید.

$$\sqrt{44} - 5\sqrt{176} + 2\sqrt{99}$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2^2 \times 11} - 5\sqrt{11 \times 2^4} + 2\sqrt{11 \times 3^2} = 2\sqrt{11} - 2^2 \times 5\sqrt{11} + 2 \times 3\sqrt{11} \\ &= 2\sqrt{11} - 20\sqrt{11} + 6\sqrt{11} = -12\sqrt{11} \end{aligned}$$

۱۳- عبارت مقابل را ساده کنید:

$$(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(5\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) &= 3\sqrt{2}(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 2\sqrt{3}(5\sqrt{2} - \sqrt{3}) \\ &= 15 \times 2 - 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} + 10\sqrt{2} \times \sqrt{3} - 2 \times 3 = 30 - 6 - 3\sqrt{6} + 10\sqrt{6} = 24 + 7\sqrt{6} \end{aligned}$$

۱۴- ریشه‌ی دوم عدد مقابل را تعیین کنید:  $\frac{25}{36}$

« پاسخ »

$$x^2 = \frac{25}{36} x \Rightarrow \pm \sqrt{\frac{25}{36}} \Rightarrow x = \pm \frac{5}{6}$$

۱۵- ساده کنید:  $\sqrt{0.36}$

« پاسخ »

$$\sqrt{0.36} = \sqrt{(0.6)^2} = 0.6$$

۱۶- رادیکال مقابل را ساده کنید و به صورت غیر رادیکالی بنویسید:

$$\sqrt{4a^2 + 12ab + 9b^2}$$

« پاسخ »

$$\sqrt{4a^2 + 12ab + 9b^2} = \sqrt{(2a)^2 + 2(2a)(3b) + (3b)^2} = \sqrt{(2a + 3b)^2} = |2a + 3b|$$

$$(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2$$

۱۷- عبارت مقابل را ساده کنید:

« پاسخ »

$$\begin{aligned} (5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 &= (5\sqrt{2})^2 - 2(5\sqrt{2})(2\sqrt{3}) + (2\sqrt{3})^2 \\ &= 50 - 20\sqrt{6} + 12 = 62 - 20\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$2\sqrt[3]{189} + 3\sqrt[3]{175} - 7\sqrt[3]{56}$$

۱۸- جمع رادیکالی مقابل را انجام دهید.

« پاسخ »

$$= 2\sqrt[3]{3^3 \times 7} + 3\sqrt[3]{7 \times 5^3} - 7\sqrt[3]{2^3 \times 7} = 6\sqrt[3]{7} + 15\sqrt[3]{7} - 14\sqrt[3]{7} = 7\sqrt[3]{7}$$

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \rightarrow \sqrt[3]{5^{-3}} = \frac{1}{5}$$

۱۹- عددهای زیر را مانند نمونه محاسبه کنید.

$$\sqrt[5]{2^{-5}} = \quad \sqrt[7]{\frac{1}{128}} = \quad \sqrt[4]{3^{-4}} =$$

« پاسخ »

$$2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \Rightarrow \sqrt[5]{2^{-5}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{128} = \left(\frac{1}{2}\right)^7 \Rightarrow \sqrt[7]{\frac{1}{128}} = \frac{1}{2}$$

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 \Rightarrow \sqrt[4]{3^{-4}} = \frac{1}{3}$$

۲۰- یکی از علامت‌های <= > را در □ قرار دهید.

$$(-0/5)^2 \square (-0/5)^3$$

$$(-2)^2 \square (-2)^3$$

$$(-0/5)^3 \square (-0/5)^5$$

$$(-2)^3 \square (-2)^5$$

$$(-0/5)^4 \square (-0/5)^2$$

$$(-2)^4 \square (-2)^2$$

« پاسخ »



۲۱- الف) یکی از علامت‌های  $>$  یا  $<$  یا  $=$  را در  $\square$  قرار دهید.

$$(0/5)^2 \square (0/5)^2 \quad \sqrt{0/5} \square \sqrt[3]{0/5} \quad 4^2 \square 4^3 \quad \sqrt{4} \square \sqrt[3]{4}$$

ب) وقتی  $0 < a < 1$  است، یکی از علامت‌های مقایسه را در  $\square$  قرار دهید.

$$a^2 \square a^3 \quad \sqrt{a} \square \sqrt[3]{a}$$

پ) وقتی  $a > 1$  است، یکی از علامت‌های مقایسه را در  $\square$  قرار دهید.

$$a^2 \square a^3 \quad \sqrt{a} \square \sqrt[3]{a}$$

« پاسخ »

الف) ??

ب)

پ) ??

$$a^2 > a^3 \quad \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$$

۲۲- حاصل هر عبارت را به دست آورید:

$$\begin{aligned} \sqrt[7]{128} &= & \sqrt[7]{256} &= & \sqrt[9]{-1} &= \\ \sqrt[4]{625} &= & -\sqrt[4]{0/0016} &= & \sqrt[5]{\frac{-1}{32}} &= \\ \sqrt[7]{-128} &= & \sqrt[6]{0} &= & & \end{aligned}$$

« پاسخ »

$$\begin{aligned} \sqrt[7]{128} &= 2 & \sqrt[7]{256} &= 2 & \sqrt[9]{-1} &= -1 \\ \sqrt[4]{625} &= 5 & -\sqrt[4]{0/0016} &= ?? & \sqrt[5]{\frac{-1}{32}} &= -\frac{1}{2} \\ \sqrt[7]{-128} &= -2 & \sqrt[6]{0} &= 0 & & \end{aligned}$$

۲۳- یکی از علامت‌های < یا > یا = را در □ قرار دهید.

الف)  $\sqrt{0.25} \square \sqrt[3]{0.125}$

ب)  $(0.5)^2 \square (0.5)^3$

پ)  $(-2)^5 \square (-2)^2$

« پاسخ »

الف)  $\sqrt{0.25} = \sqrt[3]{0.125}$

ب)  $(0.5)^2 > (0.5)^3$

پ)  $(-2)^5 < (-2)^2$

۲۴- یکی از علامت‌های < یا > یا = را در □ قرار دهید.

الف)  $\sqrt{0.09} \square \sqrt[3]{0.27}$

ب)  $(0.75)^3 \square (0.75)^4$

ج)  $(-5)^2 \square (-5)^{10}$

« پاسخ »

الف)  $0.3 = 0.3$

ب)  $(0.75)^3 > (0.75)^4 \Leftarrow$  اعداد بین صفر و یک هر چه به توان بزرگ‌تر برسند کوچک‌تر می‌شوند.

ج)  $(-5)^2 < (-5)^{10} \Leftarrow$  چون به توان زوج می‌رسند بنابراین با توان بزرگ‌تر، مقداری بیش‌تر می‌شوند.

۲۵- حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $\sqrt[3]{6 - 2\sqrt{7}} \times \sqrt[3]{6 + 2\sqrt{7}}$

ب)  $\sqrt[3]{\sqrt{3} + 1} \times \sqrt[6]{4 - 2\sqrt{3}}$

« پاسخ »

الف)  $\sqrt[3]{6 - 2\sqrt{7}} \times \sqrt[3]{6 + 2\sqrt{7}} = \sqrt[3]{(6 - 2\sqrt{7})(6 + 2\sqrt{7})} = \sqrt[3]{36 - 28}$

$= \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

ب)  $\sqrt[3]{\sqrt{3} + 1} \times \sqrt[6]{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(\sqrt{3} + 1)^2} \times \sqrt[6]{4 - 2\sqrt{3}}$

$= \sqrt[6]{4 + 2\sqrt{3}} \times \sqrt[6]{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{16 - 12} = \sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[3]{2}$

۲۶- در هر مورد یکی از علامت‌های  $<$ ،  $>$  و  $=$  قرار دهید.

ب)  $\sqrt[5]{a} \square \sqrt[3]{a} \quad (0 < a < 1)$

الف)  $\sqrt[3]{a} \square \sqrt[9]{a} \quad (a > 1)$

« پاسخ »

الف)  $a > 1 \Rightarrow \sqrt[3]{a} > \sqrt[9]{a}$

ب)  $0 < a < 1 \Rightarrow \sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{a}$

۲۷- حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\sqrt[5]{-(-2)^5} \text{ (الف)}$$

$$\left(\sqrt[1]{-(-3)^2}\right)^8 \text{ (ب)}$$

$$\left(\sqrt[1]{-(-5)^3}\right)^{10} \text{ (ج)}$$

« پاسخ »

$$\text{الف) } \sqrt[5]{-(-32)} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

$$\text{ب) } \left(\sqrt[1]{-(9)}\right)^8 = \left(\sqrt[1]{-9}\right)^8 = \text{بی معنی است}$$

$$\text{ج) } \left(\sqrt[1]{-(-125)^3}\right)^{10} = \left(\sqrt[1]{125}\right)^{10} = 125$$

۲۸- در جاهای خالی یکی از علامت‌های < یا = یا > را قرار دهید.

$$\text{(آ) } (-0.1)^5 \square (-0.1)^7$$

$$\text{(پ) } \sqrt[6]{64} \square \sqrt[3]{8}$$

$$\text{(ب) } \sqrt[3]{7} \square \sqrt[5]{7}$$

$$\text{(ت) } \sqrt[7]{-3} \square \sqrt[5]{-3}$$

« پاسخ »

۱ نمره

$$\text{(آ) } (-0.1)^5 < (-0.1)^7$$

$$\text{(پ) } 2 = \sqrt[6]{64} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\text{(ب) } \sqrt[3]{7} > \sqrt[5]{7}$$

$$\text{(ت) } \sqrt[7]{-3} > \sqrt[5]{-3}$$

۲۹- حاصل عبارات زیر را با یک رادیکال و به صورت ساده شده بنویسید.

الف)  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt[6]{64000}}$

ب)  $\sqrt[3]{\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt{2^3}$

ج)  $\frac{\sqrt[4]{3} \times \sqrt[5]{9}}{\sqrt{3}}$

« پاسخ »

الف)  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt[6]{64000}} = \frac{\sqrt[6]{10000}}{\sqrt[6]{64000}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2^6}} = \frac{1}{2}$

ب)  $\sqrt[3]{\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt{2^3} = \sqrt[6]{2^{12}} = 2^2 = 4$

ج)  $\frac{\sqrt[2]{3^5} \times \sqrt[2]{3^1}}{\sqrt[2]{3^{10}}} = \frac{\sqrt[2]{3^6}}{\sqrt[2]{3^{10}}} = \sqrt[2]{3^{-4}} = \sqrt[2]{27}$

۳۰- حاصل عبارات زیر را با یک رادیکال و به صورت ساده شده بنویسید.

الف)  $\sqrt{2} \times \sqrt[12]{25}$

ب)  $\sqrt[6]{25} \times (\sqrt[3]{5})^2$

ج)  $\frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt[4]{8}}$

« پاسخ »

الف)  $\sqrt{2} \times \sqrt[12]{25} = \sqrt[12]{2^6} \times \sqrt[12]{25} = \sqrt[12]{2^{11}} = \sqrt[12]{2048}$

ب)  $\sqrt[6]{25} \times \sqrt[3]{25} = \sqrt[6]{25} \times \sqrt[6]{625} = \sqrt[6]{5^6} = 5$

ج)  $\frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt[4]{8}} = \frac{\sqrt[20]{2^{16}}}{\sqrt[20]{2^{15}}} = \sqrt[20]{2}$

۳۱- عبارات زیر را با یک رادیکال و به صورت ساده شده بنویسید.

الف)  $\sqrt[4]{2 \sqrt{3} \sqrt{4} \sqrt{3}}$

ب)  $\sqrt[3]{-\sqrt{3} \sqrt{5}}$

« پاسخ »

الف)  $\sqrt[4]{2^6 \times 2^4 \times 3} = \sqrt[4]{2^{10} \times 3} = \sqrt[4]{3072}$

ب)  $-\sqrt[3]{3^4 \times 5} = -\sqrt[3]{405}$

۳۲- عبارات زیر را با یک رادیکال و به صورت ساده شده بنویسید. ( $a > 0$ )

الف)  $\sqrt[5]{a^6 \sqrt{a^5}}$

ب)  $\sqrt{2 \sqrt{2}}$

ج)  $\sqrt[3]{-2 \sqrt{2}}$

« پاسخ »

الف)  $\sqrt[3]{a^6 \times a^5} = \sqrt[3]{a^{11}}$

ب)  $\sqrt[6]{2^3 \times 2} = \sqrt[6]{2^4} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

ج)  $-\sqrt[6]{2^2 \times 2} = -\sqrt[6]{2^3} = -\sqrt[3]{2}$

۳۳- حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{\sqrt[4]{\frac{1}{5}a^5}}{\sqrt[4]{8a}}$

ب)  $\sqrt[3]{\frac{32}{a^4}} \div \sqrt[3]{\frac{-4}{a}}$

ج)  $\sqrt[4]{3a^2} \times \sqrt[4]{9a^3} \times \sqrt[4]{12a}$

« پاسخ »

الف)  $\frac{\sqrt[4]{\frac{1}{5}a^5}}{\sqrt[4]{8a}} = \sqrt[4]{\frac{a^5}{2^3a}} = \sqrt[4]{\frac{a^4}{2^3}} = \frac{a}{2}$

ب)  $\sqrt[3]{\frac{32}{a^4}} \times \sqrt[3]{\frac{-a}{a^2}} = -\sqrt[3]{\frac{2^5}{a^6}} = -\frac{2}{a}$

ج)  $\sqrt[4]{3^4 \times a^6 \times 2^2} = 3\sqrt[4]{(2a^3)^2} = 3\sqrt[4]{2a^3}$

۳۴- حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف)  $\sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{27}$       ب)  $\sqrt[11]{(-3)^{15} \cdot (-3)^9}$

ج)  $\sqrt[6]{\frac{3^{18}}{5^{12}}}$

« پاسخ »

الف)  $\sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{3^3} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

ب)  $\sqrt[11]{(-3)^{15} \cdot (-3)^9} = \sqrt[11]{(-3)^{24}} = |-3|^3 = 27$

ج)  $\sqrt[6]{\frac{3^{18}}{5^{12}}} = \frac{3^3}{5^2} = \frac{27}{25}$

۳۵- ساده کنید:  $\sqrt[5]{32(x-y)^{10}}$

« پاسخ »

$$\sqrt[5]{32(x-y)^{10}} = \sqrt[5]{2^5(x-y)^{10}} = \sqrt[5]{(2(x-y)^2)^5} = 2(x-y)^2$$

۳۶- رادیکال‌های زیر را ساده کنید.

ه)  $\sqrt[4]{3125}$

الف)  $\sqrt{32}$       ب)  $\sqrt[3]{81}$       ج)  $\sqrt{2va^3b^5}$       د)  $\sqrt[3]{-2187}$

« پاسخ »

الف)  $\sqrt{32} = \sqrt{2^5} = \sqrt{2^4 \times 2} = 2^2 \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

ب)  $\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[3]{3^3 \times 3} = 3\sqrt[3]{3}$

ج)  $\sqrt{2va^3b^5} = \sqrt{2^2 \times 2 \times a^2 \times a \times b^4 \times b} = 2ab^2\sqrt{2ab}$

د)  $\sqrt[3]{-2187} = -\sqrt[3]{3^7} = -\sqrt[3]{3^6 \times 3} = -3^2\sqrt[3]{3} = -9\sqrt[3]{3}$

ه)  $\sqrt[4]{3125} = \sqrt[4]{5^5} = 5\sqrt[4]{5}$

۳۷- عبارت‌های زیر را با توان گویای مثبت بنویسید.

ب)  $\frac{1}{2\sqrt{2}} \times 16^{\frac{1}{4}}$

الف)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{6}}$

« پاسخ »

الف)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{6}} = \frac{2^3}{3^3} \times \frac{3^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{6}}} = \frac{2^{\frac{18}{6}}}{3^{\frac{18}{6}}} \times \frac{3^{\frac{1}{6}}}{2^{\frac{1}{6}}} = \frac{2^{\frac{17}{6}}}{3^{\frac{17}{6}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{17}{6}}$

ب)  $\frac{1}{2\sqrt{2}} \times (2^4)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2 \times 2^{\frac{1}{2}}} \times 2 = \frac{2}{2^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$



۳۸- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $(9)^{0/75} \div (9)^{0/6}$

ب)  $\sqrt{5} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[5]{5}$

« پاسخ »

الف)  $(9)^{0/75} \div (9)^{0/6} = (3^2)^{0/75} \div (3^2)^{0/6} = 3^{2 \cdot \frac{0}{75}} \div 3^{2 \cdot \frac{0}{6}} = 3^{\frac{0}{37.5}} \div 3^{\frac{0}{3}} = 3^{0.0} = \sqrt[0]{3^0} = \sqrt[0]{1} = 1$

ب)  $\sqrt{5} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[5]{5} = \sqrt[2]{5^1} \times \sqrt[3]{5^1} \times \sqrt[5]{5^1} = \sqrt[2 \cdot 3 \cdot 5]{5^{1 \cdot 30}} = \sqrt[30]{5^{30}} = 5$

۳۹- عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف)  $9^{\frac{3}{4}}$       ب)  $\sqrt[3]{0.0000008}$       ج)  $(\sqrt[6]{\sqrt[6]{6}})^{12}$

« پاسخ »

الف)  $9^{\frac{3}{4}} = (3^2)^{\frac{3}{4}} = (3)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3^3} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

ب)  $\sqrt[3]{0.0000008} = \sqrt[3]{8 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^{-2} = 0.02$

ج)  $(\sqrt[6]{\sqrt[6]{6}})^{12} = (\sqrt[6]{6})^{12} = 6$

۴۰- جاهای خالی را پر کنید.

الف)  $(3x-1)^3 = \dots - 27x^2 + \dots - 1$

ب)  $(2x+1)(\dots + 1) = 8x^3 + 1$

« پاسخ »

الف)  $(3x-1)^3 = 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$

ب)  $(2x+1)(4x^2 - 2x + 1) = 8x^3 + 1$

۴۱- جاهای خالی را پر کنید.

الف)  $(x + 2)^3 = x^3 + \dots + 12x + \dots$

ب)  $(x - 5)(x^2 \dots + 25) = x^3 \dots$

« پاسخ »

الف)  $(x + 2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

ب)  $(x - 5)(x^2 - 5x + 25) = x^3 - 125$

۴۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{2}{\sqrt{x+1}} - \frac{5x}{x-1}$

ب)  $\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} - \frac{1}{x-1}$

« پاسخ »

الف)  $\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{2}{\sqrt{x+1}} - \frac{5x}{x-1} = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1} + \frac{2(\sqrt{x-1})}{x-1} - \frac{5x}{x-1} = \frac{\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x-1} - 5x}{x-1}$

$= \frac{3\sqrt{x-1} - 5x - 1}{x-1}$

ب)  $\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} - \frac{1}{x-1} = ??$

۴۳- با استفاده از اتحادها، حاصل ضرب‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید.

الف)  $105^2 - 1 = 224$  (الف)  $105^2 - 1 = (15+1)(15-1) = 16 \times 14 = 224$  (ب)

پ)  $9999^2$  (ت)  $105^3$

« پاسخ »

۴۴- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

الف)  $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} =$

ب)  $\frac{8}{3\sqrt{2} + 4} =$

پ)  $\frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} =$

ت)  $\frac{h}{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}} =$

« پاسخ »

۴۵- صورت و مخرج هر کسر را تجزیه و عبارت را ساده کنید. (جاهای خالی را پر کنید)

الف)  $\frac{x^6 + 1}{x^4 + 2x^2 + 1}$

ب)  $\frac{x^3 - 1}{(x-1)^3}$

پ)  $\frac{x^2 + 1}{x^4 - 1}$

ت)  $\frac{y^5 - y^3 - 12y}{8y^2 + 16y} = \frac{y(y^4 - y^2 - 12)}{8y(y+2)} = \frac{y(y^2 - 4)(y^2 + 3)}{8y(y+2)} = \dots$

« پاسخ »

الف)  $\frac{x^6 + 1}{x^4 + 2x^2 + 1} = \frac{\cancel{(x^2+1)}(x^4 - x^2 + 1)}{(x^2+1)} = \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^2 + 1}$

ب)  $\frac{x^3 - 1}{(x-1)^3} = \frac{\cancel{(x-1)}(x^2 + x + 1)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 + x + 1}{(x-1)^2}$

پ)  $\frac{x^2 + 1}{x^4 - 1} = \frac{\cancel{x^2+1}}{\cancel{(x^2+1)}(x^2-1)} = \frac{1}{x^2-1}$

ت)  $\frac{y^5 - y^3 - 12y}{8y^2 + 16y} = \frac{y(y^4 - y^2 - 12)}{8y(y+2)} = \frac{y(y^2 - 4)(y^2 + 3)}{8y(y+2)} = \frac{\cancel{y}(y-2)\cancel{(y+2)}(y^2 + 3)}{8\cancel{y}(y+2)}$   
 $= \frac{(y-2)(y^2 + 3)}{8}$

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x-1}}$$

۴۶- الف) مخرج کسر روبه‌رو را گویا کنید.

ب) اگر  $x + \frac{1}{x} = 3$  باشد، حاصل  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  را بیابید.

$$x^3 + x^2 - 4x - 4$$

پ) تجزیه کنید:

« پاسخ »

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x-1}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x+1}} = \frac{''}{x-1}$$

الف)

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

ب)

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = x^2(x+1) - 4(x+1) = (x^2 - 4)(x+1) = (x-2)(x+2)(x+1)$$

پ)

$$x^6 - y^6$$

۴۷- عبارت مقابل را تا حد ممکن تجزیه کنید.

« پاسخ »

$$x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = (x - y)(x^2 + y^2 + xy)(x + y)(x^2 + y^2 - xy)$$

$$27x^3 - 8y^3$$

۴۸- تجزیه کنید.

« پاسخ »

$$27x^3 - 8y^3 = (3x - 2y)(9x^2 + 6xy + 4y^2)$$

$$\frac{1}{9 - 4\sqrt{5}}$$

۴۹- مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

« پاسخ »

$$\frac{1}{9 - 4\sqrt{5}} \times \frac{9 + 4\sqrt{5}}{9 + 4\sqrt{5}} = \frac{9 + 4\sqrt{5}}{81 - 80} = 9 + 4\sqrt{5}$$

۵۰- گویا کنید.

الف)  $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

ب)  $\frac{3}{\sqrt{4}-\sqrt{2+1}}$

« پاسخ »

الف)  $\frac{2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3}+1$

ب)  $\frac{3}{\sqrt{4}-\sqrt{2+1}} \times \frac{\sqrt{2+1}}{\sqrt{2+1}} = \frac{3(\sqrt{2+1})}{2+1} = \sqrt{2+1}$

$\frac{1}{\sqrt[3]{x-3}}$

۵۱- مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

« پاسخ »

$\frac{1}{\sqrt[3]{x-3}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + 9}{\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + 9} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + 9}{x-27}$

۵۲- حاصل اتحادهای زیر را حساب کنید.

الف)  $(x-2)^3$

ب)  $(3x+y)^3$

« پاسخ »

الف)  $(x)^3 + 3(x)^2(-2) + 3(x)(-2)^2 + (-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

ب)  $(3x)^3 + 3(3x)^2(y) + 3(3x)(y)^2 + (y)^3 = 27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3$

۵۳- جاهای خالی را پر کنید.

$$۱) (\dots - \dots)(۴a^۲ + ۶ab + ۹b^۲) = \dots - \dots$$

$$۲) (۳x - ۵y)(\dots + \dots + \dots) = ۲۷x^۳ - ۱۲۵y^۳$$

$$۳) (۱۰x + \dots)(۱۰۰x^۲ - \dots + ۴) = \dots + \dots$$

$$۴) (\dots - \dots)(\dots + \dots + \dots) = \sqrt[۴]{۸} - \sqrt{۲۷}$$

« پاسخ »

$$۱) (۲a - ۳b)(۴a^۲ + ۶ab + ۹b^۲) = ۸a^۳ - ۲۷b^۳$$

$$۲) (۳x - ۵y)(۹x^۲ + ۱۵xy + ۲۵y^۲) = ۲۷x^۳ - ۱۲۵y^۳$$

$$۳) (۱۰x + ۲)(۱۰۰x^۲ - ۲۰x + ۴) = ۱۰۰۰x^۳ + ۸$$

$$۴) (\sqrt[۴]{۲} - \sqrt[۴]{۳})(\sqrt[۴]{۲} + \sqrt[۴]{۱۸} + ۳) = \sqrt[۴]{۸} - \sqrt{۲۷}$$

۵۴- جاهای خالی را پر کنید.

$$۱) (\dots + \dots)(\dots - \dots + \dots) = x^۳ + ۸$$

$$۲) (\dots + y)(\dots - \dots + \dots) = \sqrt{۸}x^۳ + \dots$$

$$۳) (\dots - \dots)(\dots + ۶xy + \dots) = ۲۷x^۳ - \dots$$

$$۴) (x - ۱)(\dots + ۱)(x^۴ + \dots + \dots) = x^۶ - ۱$$

« پاسخ »

$$۱) (x + ۲)(x^۲ - ۲x + ۴) = x^۳ + ۸$$

$$۲) (\sqrt{۲}x + y)(۲x^۲ - \sqrt{۲}xy + y^۲) = \sqrt{۸}x^۳ + y^۳$$

$$۳) (۳x - ۲y)(۹x^۲ + ۶xy + ۴y^۲) = ۲۷x^۳ - ۸y^۳$$

$$۴) (x - ۱)(x + ۱)(x^۴ + x^۲ + ۱) = x^۶ - ۱$$

۵۵- جاهای خالی را به کمک اتحاد چاق و لاغر پر کنید.

$$۱) (\dots)(\dots) = x^3 - ۱۲۵y^3$$

$$۲) (\dots)(\dots) = \frac{۸x^3}{۲۷} - ۱۲۵y^3$$

$$۳) (۱۰x - \sqrt[3]{۳})(\dots) =$$

$$۴) (\sqrt{۵} - \sqrt[3]{۳})(\dots) =$$

« پاسخ »

$$۱) (x - ۵y)(x^2 + ۵xy + ۲۵y^2) = x^3 - ۱۲۵y^3$$

$$۲) \left(\frac{۲x}{۳} - ۵y\right) \left(\frac{۴x^2}{۹} + \frac{۱۰}{۳}xy + ۲۵y^2\right) = \frac{۸x^3}{۲۷} - ۱۲۵y^3$$

$$۳) (۱۰x - \sqrt[3]{۳})(۱۰۰x^2 + ۱۰\sqrt[3]{۳}x + \sqrt[3]{۹}) = ۱۰۰۰x^3 - ۳$$

$$۴) (\sqrt{۵} - \sqrt[3]{۳})(۵ + \underbrace{\sqrt[6]{۱۱۲۵}}_* + \sqrt[3]{۹}) = \sqrt{۱۲۵} - ۳$$

$$* \Rightarrow \sqrt{۵} \times \sqrt[3]{۳} = \sqrt[6]{۱۲۵} \times \sqrt[6]{۹} = \sqrt[6]{۱۱۲۵}$$

۵۶- گویا کنید.

$$\frac{x^2 - y^2}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}}$$

$$\frac{x^2 - y^2}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}} \times \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} = \frac{(x - y)(x + y)(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})}{x - y} = (x + y)(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})$$

« پاسخ »



۵۷- الف) عبارت زیر را تجزیه کنید.

ب) مخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$8x^3 - 27$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$$

« پاسخ »

۲ نمره

الف)  $8x^3 - 27 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

ب) 
$$\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} = \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{x-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$$

۵۸- مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

« پاسخ »

۱ نمره

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}} \times \frac{\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1} = \frac{\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$$

۵۹- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

« پاسخ »

$x, y > 0$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y}) - (\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} \\ &= \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y} - \sqrt{x} + \sqrt{y}}{x-y} = \frac{2\sqrt{y}}{x-y} \end{aligned}$$

۶۰- حاصل را به کمک اتحادها بدست آورید. ( $x > 0$ )

$$(\sqrt{x} - x)(x^2 + x^3 + x^4)(\sqrt{x} + x)(x^6 + x^{12} + x^9)$$

« پاسخ »

$$(\sqrt{x} - x)(\sqrt{x} + x) = x - x^2$$

$$(x - x^2)(x^2 + x^3 + x^4) = (x)^3 - (x^2)^3 = x^3 - x^6$$

$$(x^3 - x^6)(x^6 + x^9 + x^{12}) = (x^3)^3 - (x^6)^3 = x^9 - x^{18}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 + \frac{1}{4}\right)\left(x^4 + \frac{1}{16}\right) = ?$$

۶۱- حاصل را به کمک اتحادها به دست آورید.

« پاسخ »

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = x^2 - \frac{1}{4} \quad \text{اتحاد مزدوج}$$

$$\left(x^2 - \frac{1}{4}\right)\left(x^2 + \frac{1}{4}\right) = x^4 - \frac{1}{16} \quad \text{اتحاد مزدوج}$$

$$\left(x^4 - \frac{1}{16}\right)\left(x^4 + \frac{1}{16}\right) = (x^4)^2 - \left(\frac{1}{16}\right)^2 = x^8 - \frac{1}{256}$$

۶۲- حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها بدست آورید.

$$\text{الف) } (x^2 - x + 1)^2 \quad \text{ب) } (x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x^3 - 8)$$

« پاسخ »

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac \quad \text{یاد آوری}$$

اتحاد مربع سه جمله‌ای:

الف)

$$(x^2 - x + 1)^2 = (x^2)^2 + (-x)^2 + (1)^2 + 2(x^2)(-x) + 2(-x)(1) + 2(x^2)(1)$$

$$= x^4 + x^2 + 1 - 2x^3 - 2x + 2x^2 = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$$

ب) اتحاد مزدوج و مجموع مکعبات:

$$(a + b)(b^2 - ab + a^2) = a^3 + b^3 \quad \text{و} \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad \text{یاد آوری}$$

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x^3 - 8) = (x^3 + 2^3)(x^3 - 8) = (x^3 + 8)(x^3 - 8) = (x^3)^2 - (8)^2 = x^6 - 64$$

۶۳- عبارتهای زیر را به عوامل اول تجزیه کنید:

الف)  $z^3x - zx^3$

ب)  $12y - 2y^2 - 18$

« پاسخ »

الف)  $z^3x - zx^3 = zx(z^2 - x^2)$  فاکتورگیری  
 $= zx(z+x)(z-x)$  اتحاد مزدوج

ب)  $12y - 2y^2 - 18 = -2(-6y + y^2 + 9)$  فاکتورگیری  
 $= -2(y-3)^2$  اتحاد مربع ۲ جمله ای

۶۴- عبارتهای زیر را تجزیه کنید:

الف)  $\frac{9m^2}{25} + \frac{25}{9m^2} - 2$

ب)  $a^2 - 9b^2 + 3\left(b + \frac{a}{3}\right)$

« پاسخ »

الف)  $\frac{9m^2}{25} + \frac{25}{9m^2} - 2 = \left(\frac{3m}{5}\right)^2 + \left(\frac{5}{3m}\right)^2 - 2\left(\frac{3m}{5}\right)\left(\frac{5}{3m}\right) = \left(\frac{3m}{5} - \frac{5}{3m}\right)^2$

ب)  $a^2 - 9b^2 + 3\left(b + \frac{a}{3}\right) = a^2 - 9b^2 + 3b + a = (a^2 - 9b^2) + (3b + a)$   
 $= (a + 3b)(a - 3b) + (a + 3b) = (a + 3b)(a - 3b + 1)$

۶۵- تجزیه کنید:

الف)  $3x^2 - x - 2$

ب)  $-9x^2 + 13x + 10$

« پاسخ »

الف)  $A = 3x^2 - x - 2$

$3A = (3x)^2 - (3x) - 6$

$3A = (3x - 3)(3x + 2)$

$3A = 3(x - 1)(3x + 2)$

$A = (x - 1)(3x + 2)$

ب)  $B = -9x^2 + 13x + 10$

$-9B = (9x)^2 - 13(9x) - 90$

$-9B = (9x - 18)(9x + 5)$

$-9B = -9(-x + 2)(9x + 5)$

$B = (2 - x)(9x + 5)$