

# استادبانک



نمونه سوالات همراه با جواب و

گام به گام کتاب‌های درسی

به طور کامل رایگان در

اپلیکیشن استادبانک

به جمع ده‌ها هزار کاربر اپلیکیشن رایگان استادبانک پیوندید.

[لینک دریافت اپلیکیشن نمونه سوالات استادبانک \(کلیک کنید\)](#)

\* برای مشاهده نمونه سوالات دانلود شده به صفحه بعد مراجعه کنید.

۱- دامنه توابع زیر را حساب کنید.

الف)  $f(x) = \sqrt{x^3 - 25x}$

ب)  $g(x) = \frac{1}{x^2 - 1} + \frac{4x - 1}{x^2 - 3x}$

« پاسخ »

الف)  $D_f: x^3 - 25x \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \\ x = -5 \end{cases}$

$p = x^3 - 25x$

$D_f = [-5, 0] \cup [5, +\infty)$

x	$-\infty$	-5	0	5	$+\infty$
x	-	-	+	+	+
$x^3 - 25x$	+	-	-	+	+
p	-	+	-	+	+
$p \geq 0$		ج	ج	ج	ج

ب)  $D_g: \begin{cases} x^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 1 \\ x^2 - 3x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, 3 \end{cases} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0, 3, \pm 1\}$

۲- دامنه توابع زیر را حساب کنید.

الف)  $f(x) = \sqrt{36 - x^2}$

ب)  $g(x) = \frac{2x + 7}{x^2 - x - 56}$

« پاسخ »

الف)  $D_f: 36 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -6 \leq x \leq 6 \Rightarrow D_f = [-6, 6]$

x	$-\infty$	-6	6	$+\infty$
$36 - x^2$	-	+	-	
$36 - x^2 \geq 0$		ج	ج	

ب)  $D_g: x^2 - x - 56 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8 \\ x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7 \end{cases}$   
 $D_g = \mathbb{R} - \{8, -7\}$

۳- دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x} - \frac{x}{x-2}}$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$\frac{x-2}{x} - \frac{x}{x-2} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)^2 - x^2}{x^2 - 2x} \geq 0 \Rightarrow \frac{-4x + 4}{x^2 - 2x} \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$-4x + 4$	+	+	•	-	-
$x^2 - 2x$	+	•	-	-	•
P	+	•	-	•	-
$P \geq 0$	ج		ج		

$$D_f = (-\infty, 0) \cup [1, 2)$$

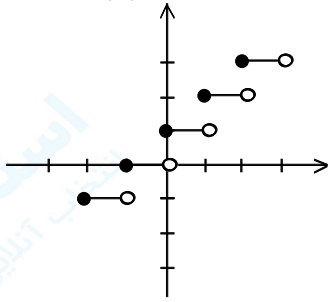
۴- نمودار تابع‌های زیر را رسم کنید.

الف)  $f(x) = [x] + 1$  ,  $-2 \leq x < 3$

ب)  $f(x) = \left[ \frac{1}{2}x \right]$  ,  $-4 \leq x < 4$

« پاسخ »

الف)  $f(x) = [x] + 1$  ,  $-2 \leq x < 3$



$$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = -1$$

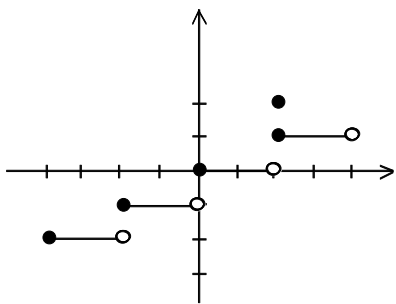
$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 0$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 1$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 2$$

$$2 \leq x < 3 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow y = 3$$

ب)  $f(x) = \left[ \frac{1}{2}x \right]$  ,  $-4 \leq x < 4$



$$-4 \leq x < -2 \quad -2 \leq \frac{1}{2}x < -1 \rightarrow f(x) = -1$$

$$-2 \leq x < 0 \quad -1 \leq \frac{1}{2}x < 0 \rightarrow f(x) = 0$$

$$0 \leq x < 2 \quad 0 \leq \frac{1}{2}x < 1 \rightarrow f(x) = 0$$

$$2 \leq x < 4 \quad 1 \leq \frac{1}{2}x < 2 \rightarrow f(x) = 1$$

# مجموعه سوالات استادبانک

۵- نمودار توابع زیر را رسم نموده و دامنه و برد هریک را معلوم کنید.

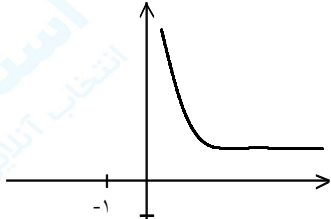
$$f(x) = \sqrt{x-2} + 5 \quad \text{ب)}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ x-2 & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{الف)}$$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x < 0 \\ -\sqrt{x} & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{ت)}$$

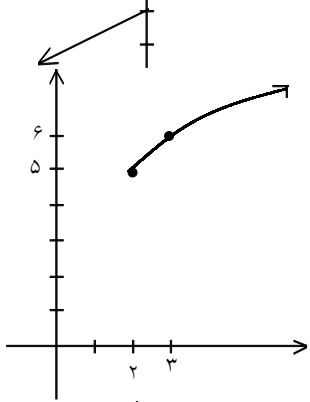
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2} & x > 0 \\ \sqrt{x+2} & -2 \leq x \leq 0 \end{cases} \quad \text{پ)}$$

« پاسخ »



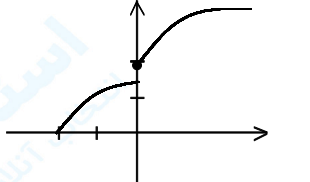
الف)  $D = \mathbb{R}$

برد  $(-\infty, 2] \cup (0, \infty)$



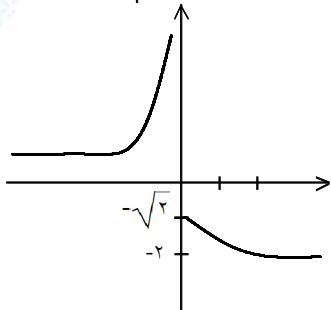
ب)  $D = [2, \infty)$

برد  $[5, \infty)$



پ)  $D = [2, \infty)$

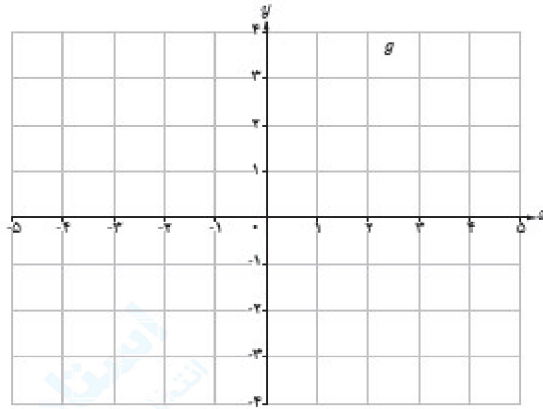
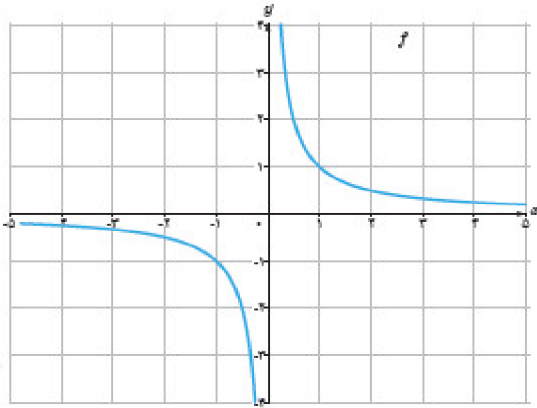
برد  $[2, \infty) \cup [0, \sqrt{2}]$



ت)  $D = \mathbb{R}$

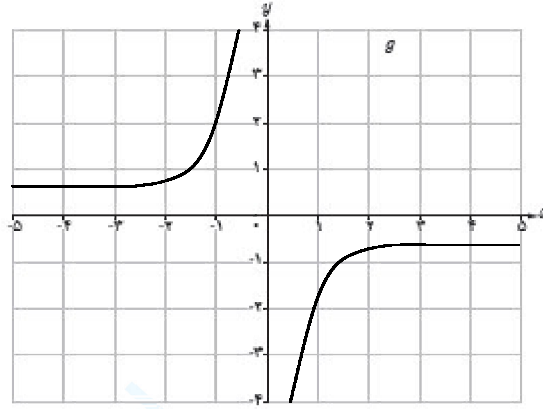
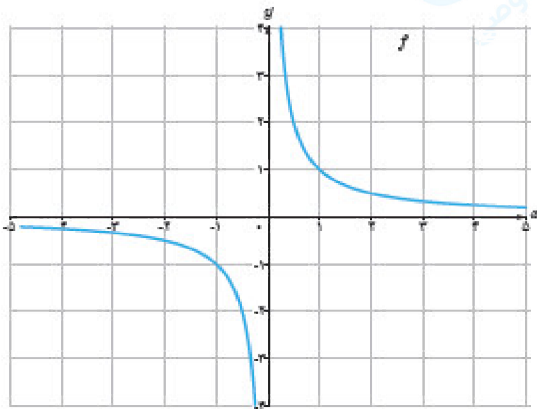
برد  $(0, \infty) \cup (-\infty, -2]$

۶- توضیح دهید که چگونه با استفاده از نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  می‌توان نمودار تابع  $g(x) = -\frac{1}{x}$  را رسم کرد.



« پاسخ »

نمودار  $g$  از قرینه کردن نمودار  $f$  نسبت به محور  $x$ ها به دست می‌آید چون مقادیر تابع در نمودار  $g$  قرینه هستند نسبت به محور  $x$ ها



۷- دامنه‌ی  $f(x) = \sqrt{1 - 4[x]}$  چه قدر است؟

« پاسخ »

$$1 - 4[x] \geq 0 \Rightarrow -\frac{1}{4} \leq [x] \leq \frac{1}{4}$$

$$\downarrow$$

$$[x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

$$\Rightarrow D = [0, 1)$$

۸- مجموعه جواب معادله‌ی  $[2x - 1] = 3$  را بیابید.

« پاسخ »

$$[2x - 1] = 3 \Rightarrow 3 \leq 2x - 1 < 4 \Rightarrow 2 \leq x < \frac{5}{2}$$

۹- دامنه توابع زیر را حساب کنید؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

$$g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}} + \sqrt{x} \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3-[x]}}{x^2 - 49} \quad (\text{الف})$$

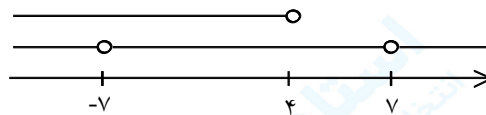
« پاسخ »

$$3 - [x] \geq 0 \Rightarrow [x] \leq 3 \Rightarrow x < 4$$

$$x^2 - 49 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 7$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, 4) - \{-7\}$$

(الف)



$$4 - x^2 > 0 \Rightarrow -2 < x < 2 \Rightarrow D_g = [0, 2)$$

$$x \geq 0$$

(ب)



۱۰- اگر  $f(x) = \frac{x^2 + ax + a + 4}{x - 4}$  تابع همانی باشد، مقدار  $a$  را مشخص کنید و نمودار تابع را رسم کنید.

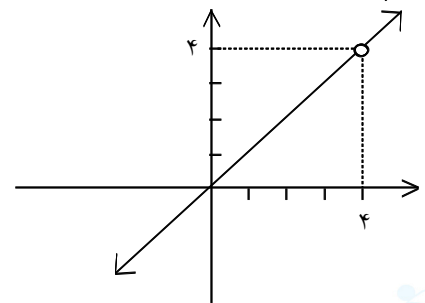
« پاسخ »

$$f(x) = x \quad (x \neq 4) \Rightarrow \frac{x^2 + ax + a + 4}{x - 4} = x$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + a + 4 = x^2 - 4x \Rightarrow ax + 4x + a + 4 = 0$$

$$x(a + 4) + a + 4 = 0 \Rightarrow (a + 4)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$



۱۱- اگر  $f(x) = \frac{x - 7}{x^2 + ax + b - 1}$  دامنه اش  $\mathbb{R} - \{2\}$  باشد،  $a$  و  $b$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$x = 2 \Rightarrow x - 2 = 0 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b - 1 = 4 \Rightarrow b = 5 \end{cases}$$

۱۲- اگر  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$  باشد، دامنه  $f(2x + 5)$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$-x^2 + 6x + 7 \geq 0 \xrightarrow{\times(-1)} x^2 - 6x - 7 \leq 0 \Rightarrow (x+1)(x-7) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 7$$

$$\Rightarrow -1 \leq 2x + 5 \leq 7 \xrightarrow{-5} -6 \leq 2x \leq 2 \xrightarrow{\div 2} -3 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_{f(2x+5)} = [-3, 1]$$

۱۳- نمودار  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$  را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را حساب کنید.

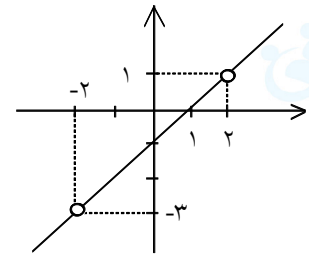
« پاسخ »

$$f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$$

$$f(x) = \frac{x^2(x-1) - 4(x-1)}{x^2 - 4} = \frac{(x-1)(x^2 - 4)}{x^2 - 4} = x - 1$$

$x$	-2	2
$y$	-3	1

$$R_f = \mathbb{R} - \{-3, 1\}$$



۱۴- اگر دامنه  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + b}$  برابر  $[-4, a]$  باشد، دامنه  $f(3x - 1)$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$x = a$  و  $x = -4$  ریشه‌های درون رادیکال است. بنابراین داریم:

$$\xrightarrow{x = -4} -(-4)^2 + 2(-4) + b = 0 \Rightarrow -16 - 8 + b = 0 \Rightarrow b = 24$$

$$-x^2 + 2x + 24 \geq 0 \xrightarrow{\times(-1)} x^2 - 2x - 24 \leq 0 \Rightarrow (x-6)(x+4) \leq 0 \Rightarrow -4 \leq x \leq 6 \Rightarrow a = 6$$

$$f(3x - 1) \Rightarrow -4 \leq 3x - 1 \leq 6 \xrightarrow{+1} -3 \leq 3x \leq 7 \xrightarrow{\div(3)} -1 \leq x \leq \frac{7}{3} \Rightarrow D_{f(3x-1)} = \left[-1, \frac{7}{3}\right]$$

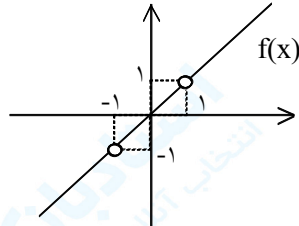


۱۵- تابع  $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 - 1}$  را رسم کنید.

« پاسخ »

$$D = \mathbb{R} - \{\pm 1\} \Rightarrow f(x) = \frac{x(x^2 - 1)}{x^2 - 1} \Rightarrow f(x) = x$$

x	۰	۱
y	۰	۱

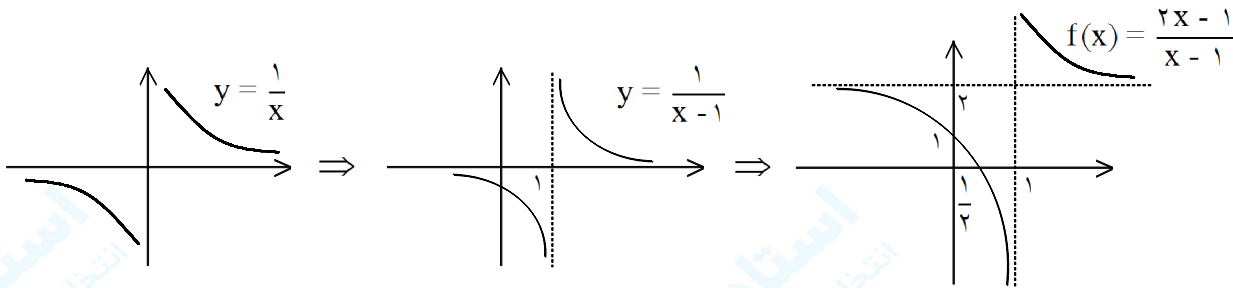


$$f(x) = \frac{2x - 1}{x - 1}$$

۱۶- به کمک انتقال رسم کنید و سپس با توجه به نمودار دامنه و برد را حساب کنید.

« پاسخ »

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x - 1} = \frac{2x - 2 + 1}{x - 1} = \frac{2x - 2}{x - 1} + \frac{1}{x - 1} \Rightarrow f(x) = 2 + \frac{1}{x - 1}$$



$$D = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$R = \mathbb{R} - \{2\}$$

در نمودار نهایی

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ y = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

۱۷- دامنه توابع زیر را مشخص کنید.

الف)  $f(x) = \sqrt{\frac{5 + |x - 2|}{3 - |x + 3|}}$

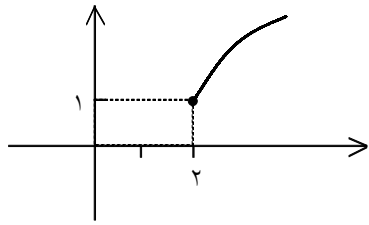
ب)  $g(x) = \sqrt{x - |x|}$

« پاسخ »

الف)  $\frac{5 + |x - 2|}{3 - |x + 3|} \geq 0$  ،  $\frac{5 + |x - 2|}{3 - |x + 3|} \geq 0$  همواره مثبت است  $\rightarrow 3 - |x + 3| > 0 \Rightarrow |x + 3| < 3$

$\Rightarrow -3 < x + 3 < 3 \xrightarrow{-3} -6 < x < 0 \Rightarrow D_f = (-6, 0)$

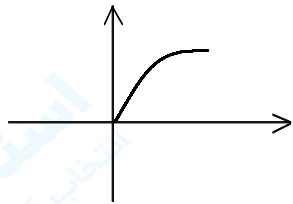
ب)  $x - |x| \geq 0 \Rightarrow x \geq |x|$   $\xrightarrow{x > |x| \text{ غیرممکن است}}$   $\rightarrow x = |x| \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow D_g = [0, +\infty)$



۱۸- نمودار  $f(x) = \sqrt{x + a} + b$  به صورت زیر است.  $a, b$  را حساب کنید.

« پاسخ »

با توجه به این که نمودار  $y = \sqrt{x}$  به صورت زیر است.



با توجه به این که نمودار  $y = \sqrt{x}$  واحد به طرف راست رفته درون رادیکال  $x - 2$  بوده و یک واحد به طرف بالا رفته باید کل تابع با عدد یک جمع شود یعنی:

$$f(x) = \sqrt{x - 2} + 1$$

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$$

۱۹- اگر  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 63}$ ، دامنه‌ی  $f(3 - 2x)$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$-x^2 + 2x + 63 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 63 \leq 0 \Rightarrow (x - 9)(x + 7) \leq 0 \Rightarrow -7 \leq x \leq 9$$

$$-7 \leq 3 - 2x \leq 9 \xrightarrow{-3} -10 \leq -2x \leq 6 \xrightarrow{\div(-2)} 5 \geq x \geq -3$$

$$D_{f(3-2x)} = [-3, 5]$$

۲۰- دامنه توابع زیر را به دست آورید.

الف)  $P(x) = \sqrt{16 - x^2}$

ب)  $f(x) = \frac{x + 5}{x^2 - 2x + 3}$

« پاسخ »

الف)  $P(x) = \sqrt{16 - x^2} \Rightarrow 16 - x^2 \geq 0 \Rightarrow (4 - x)(4 + x) \geq 0 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4$

$$\Rightarrow D_P = [-4, 4]$$

ب)  $f(x) = \frac{x + 5}{x^2 - 2x + 3} \Rightarrow x^2 - 2x + 3 \neq 0 \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(1)(3) = 4 - 12 = -8 < 0$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

۲۱- اگر دامنه‌ی دو تابع  $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + ax + b}$  و  $g(x) = \frac{x}{x - 3}$  یکسان باشد،  $a$  و  $b$  را حساب کنید.

« پاسخ »

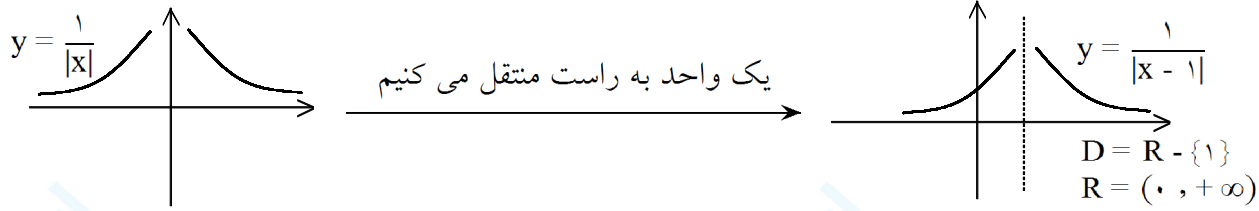
$D_g = \mathbb{R} - \{3\} \Rightarrow$  ریشه مخرج  $f(x)$  است  $x = 3 \Rightarrow x - 3 = 0$ .

به توان ۲ می‌رسانیم  $\rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 9 \end{cases}$

۲۲- به کمک انتقال رسم کنید و سپس دامنه و برد را حساب کنید.

$$y = \frac{1}{|x-1|}$$

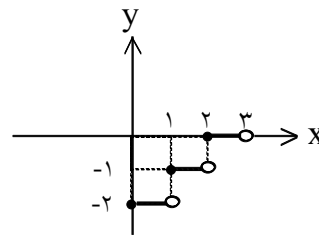
« پاسخ »



۲۳- نمودار تابع  $y = [x] - 2$  را در بازه‌ی  $(0, 3)$  رسم کنید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} 0 \leq x < 1 &\Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = [x] - 2 = -2 \\ 1 \leq x < 2 &\Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = [x] - 2 = 1 - 2 = -1 \\ 2 \leq x < 3 &\Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow y = [x] - 2 = 2 - 2 = 0 \end{aligned}$$

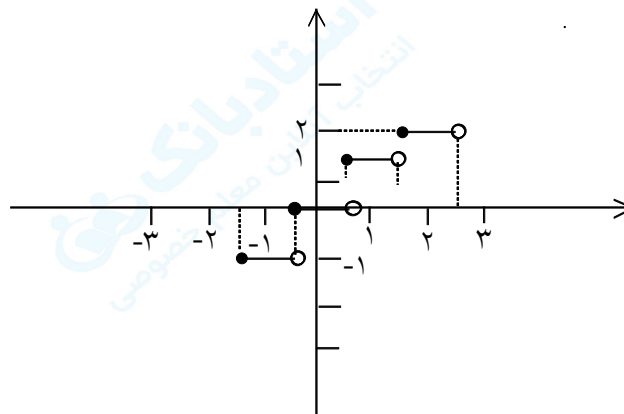


$$y = \left[ x + \frac{1}{2} \right]$$

۲۴- تابع مقابل را در بازه‌ی  $-\frac{3}{2} \leq x < \frac{3}{2}$  رسم کنید.

« پاسخ »

$$\begin{aligned} -\frac{3}{2} \leq x < -\frac{1}{2} &\rightarrow y = -1 \\ -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} &\rightarrow y = 0 \\ \frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2} &\rightarrow y = 1 \end{aligned}$$



$$y = [x] + [-x]$$

۲۵- نمودار تابع با ضابطه‌ی زیر را در بازه‌ی  $[-1, 1]$  رسم کنید.

« پاسخ »

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

